

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

На правах рукописи



Грудинина Анна Михайловна

**ВЛИЯНИЕ КОНЕЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ, КОМПОЗИТНОЙ
СТРУКТУРЫ КВАЗИЧАСТИЦ И НЕКОГЕРЕНТНЫХ СОСТОЯНИЙ НА
КОЛЛЕКТИВНОЕ ПОВЕДЕНИЕ ЭКСИТОН-ПОЛЯРИТОННЫХ
ЖИДКОСТЕЙ**

Специальность 1.3.3. – Теоретическая физика

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2025

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Научный руководитель: **Воронова Нина Сергеевна**
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической ядерной физики (№32) Института лазерных и плазменных технологий НИЯУ МИФИ

Официальные оппоненты: **Глазов Михаил Михайлович**
доктор физико-математических наук,
член-корреспондент РАН, главный научный сотрудник Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе

Налитов Антон Витальевич
доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Международного центра теоретической физики им. А.А. Абрикосова (МФТИ)

Соколик Алексей Алексеевич
кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института спектроскопии РАН

Защита состоится 18 апреля 2025 г. в 15:00 на заседании диссертационного совета МИФИ.1.04 федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» (115409, г. Москва, Каширское шоссе, 31).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте <http://ds.mephi.ru> федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ».

Автореферат разослан: “___” _____ 2025 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета МИФИ.1.04,
доктор физико-математических наук, доцент



Маслов М.М.

Общая характеристика работы

Актуальность темы

В последние несколько десятков лет поляритоника, изучающая полупроводниковые системы в режиме сильной связи света и вещества, активно развивалась и продолжает развиваться. Центральным объектом исследований данной области являются экситонные поляритоны – квазичастицы, образующиеся в результате сильной связи между электронными возбуждениями в полупроводнике (экситонами) и фотонами в микрорезонаторе. Эти квазичастицы сочетают в себе свойства фотонов (малая эффективная масса, большая длина когерентности) и экситонов (межчастичное взаимодействие) и впервые были продемонстрированы в работе Вайсбуша [1]. Изучение экситонных поляритонов (далее – просто поляритонов, поскольку другие виды в данной работе не рассматриваются) представляет фундаментальный интерес, так как специфические свойства поляритонных систем позволяют изучать физику многих тел и коллективных явлений при сравнительно высоких температурах. Другим значимым преимуществом таких систем является тот факт, что экспериментальное наблюдение различных эффектов не требует сложных экспериментальных техник, поскольку поляритоны наблюдаются непосредственно в спектре фотoluminesценции образцов, поскольку имеют фотонную компоненту в своем составе и при этом характеризуются конечным временем жизни. В первую очередь, интерес к фундаментальной физике поляритонных систем связан с демонстрацией бозе-эйнштейновской конденсации (БЭК) экситонных поляритонов [2], несмотря на их существенно неравновесную природу; кроме того, в поляритонных системах также наблюдается сверхтекучесть (даже при комнатных температурах) [3], что открывает возможности для наблюдения различных фундаментальных явлений – формирования солитонов [4], вихрей [5], оптического спинового эффекта Холла [6], фазы топологического изолятора [7], бозонного эффекта Джозефсона [8], масштабирования Кардара–Паризи–Жанга для фазы параметра порядка [9] и многих других эффектов, описанных в учебниках и обзорах [10–12]. Кроме того, поляритонные системы являются многообещающей платформой для реализации классических XY-симуляторов [13], нейроморфных вычислений [14] и, как было предложено сравнительно недавно, квантовых вычислений [15]. Поляритонные системы позволяют изучать фундаментальную физику при криогенных температурах (в случае квантовых ям на основе GaAs или CdTe) и даже при комнатных – в квантовых ямах на основе GaN и дихалькогенидах переходных металлов (ДПМ), – что является серьезным преимуществом поляритонных систем по сравнению, например, с холодными атомами, в случае которых температура должна быть порядка нанокельвинов.

Более того, так как материальная составляющая поляритона – экситон – является связанным состоянием электрона и дырки в полупроводнике, поляритоны, в сущности, не являются истинными бозонами в силу их композитной природы, а сами поляритонные системы можно рассматривать как электрон-дырочно-фотонные смеси. Оказывается, что при увеличении плотности поляритонной системы или же с ростом экситонной составляющей

в поляритоне могут быть реализованы эффекты, связанные с сильными взаимодействиями и эффектами корреляций фермионных компонент поляритона. Так, например, была продемонстрирована поляритонная генерация в режиме Бардина–Купера–Шриффера (БКШ) [16], когда электроны и дырки по достижении моттовских плотностей $n_{\text{ex}}a^2 \sim 1$ не переходят в состояние плазмы, а образуют коррелированные электрон-дырочные пары, аналогично образованию куперовских пар в сверхпроводнике. Кроме того, в последнее время внимание экспериментаторов привлекает так называемая поляритонная нелинейность, связанная с эффектом насыщения, который отвечает за экситон-опосредованное взаимопревращение между экситонами и фотонами [17], – это поляритонный эффект, в чисто экситонных системах не наблюдающийся, поскольку обеспечен режимом сильной связи между светом и веществом.

Поляритонные жидкости по своей природе являются неравновесными, поскольку в таких системах неизбежно присутствуют накачка и утечка. Большая часть существующих описаний поляритонных систем основывается на феноменологических или полупеноменологических среднеполевых подходах, которые позволяют рассматривать динамику системы, в которой поляритоны взаимодействуют через свою экситонную компоненту (т.е. взаимодействие взвешено экситонной долей в поляритоне). Однако такие описания зачастую не учитывают ни поляритонной специфики, ни конечной температуры, будучи сфокусированными на неравновесности поляритонных систем. В этой связи, учет специфических свойств поляритонов (а именно, с одной стороны, непараболичности закона дисперсии и зависимости взаимодействия от импульса и, с другой стороны, их композитной структуры) наряду с конечной температурой представляет значительный интерес с точки зрения построения теоретического описания экситон-поляритонных систем. Более того, помимо общих пробелов в описании экситон-поляритонных систем, существует ряд частных явлений, удовлетворительного объяснения которым до сих пор не было дано: во-первых, это несоответствие между экспериментально наблюдаемой в поляритонных жидкостях “боголюбовской” скоростью звука с теоретически предсказанной [18]; во-вторых, это не согласующиеся друг с другом экспериментально определенные значения для констант взаимодействия в дихалькогенидах переходных металлов [19–22]. Также отсутствует согласованная теория для учета некогерентных популяций темных экситонов, неизменно присутствующих в поляритонных системах. Кроме того, в связи с экспериментальным прогрессом в реализации экситон-поляритонных конденсатов в системах с экзотическими геометриями (например, в волноводах с насечками [23] и в многочисленных кольцевых реализациях [24, 25]) требуется разработка теоретического описания для спектра коллективных возбуждений из связанного в континууме поляритонного конденсата, а также проскальзываний фазы в кольцевом поляритонном конденсате.

В этой связи **целью работы** является модификация существующих и разработка новых равновесных среднеполевых описаний экситон-поляритонных квантовых жидкостей и их коллективных возбуждений с учетом специфики, возникающей из-за композитной природы частиц, конечной температуры системы, непараболичности закона дисперсии и

присутствия темных экситонов.

Для достижения этой цели были решены следующие **задачи**:

- описать поляритонную систему при наличии в ней бозе-конденсата в приближении Хартри–Фока–Боголюбова (ХФБ) с учетом конечной температуры системы и существования темных экситонов в системе, изучить их влияние на скорость звука и рассчитать критические температуры образования БЭК в зависимости от параметров системы;
- предложить простую феноменологическую модель поляритонной динамики в схеме с нерезонансной накачкой, позволяющую оценивать плотность темных экситонов;
- определить вид спектра коллективных возбуждений в рамках развитого ХФБ-описания для связанного в континууме поляритонного конденсата в оптическом волноводе с насечками;
- разработать подход на базе функционального интегрирования для описания поляритонной системы в приложении к задаче о поляритонном кольцевом конденсате и описание проскальзываний фазы на кольце, реализующем джозефсоновский контакт;
- описать экситон-поляритонную систему как электрон-дырочно-фотонную смесь на языке функционального интегрирования.

Научная новизна работы определяется тем, что в ней:

- впервые представлена равновесная самосогласованная теория для поляритонного газа, учитывающая температуру и специфические свойства поляритонов, а именно: непараболичность закона дисперсии и взаимодействие через экситонную компоненту, а также присутствие в системе резервуарных (темных) экситонов;
- впервые предложена самосогласованная модель динамики поляритонной системы с нерезонансной накачкой, позволяющая учесть температуру системы, в рамках модели объяснены результаты экспериментов [18, 26];
- впервые получены спектры элементарных возбуждений из связанного в континууме анизотропного бозе-конденсата поляритонов с отрицательной эффективной массой в одном из направлений [23];
- впервые описан кольцевой поляритонный джозефсоновский контакт и дано объяснение эксперименту, посвященному эффекту Джозефсона в поляритонной системе с кольцевой геометрией, объяснена статистика состояний с различными числами намотки на кольце;
- впервые рассмотрена задача о бозонизации в экситон-поляритонных системах на языке функционального интегрирования, в рамках развитого подхода впервые получено эффективное экситон-фотонное действие для ненулевой температуры в пределе гибких экситонов, а также впервые изучено влияние темных экситонов на перенормировку Раби-расщепления.

Методы исследования

Изучение свойств поляритонной системы основано на формализме вторичного квантования и методах статистической физики, а именно использовании диаграммной техники и методов функционального интегрирования. В случаях, когда получение окончательного аналитического результата было затруднительно, были использованы современные численные методы расчетов с помощью пакета Wolfram Mathematica.

Практическая и теоретическая значимость работы

Данная работа носит теоретический характер и представляет фундаментальный интерес, дополняя развитые ранее описания экситон-поляритонных систем в термодинамическом или динамическом равновесии. Теоретическая значимость данной работы заключается в развитии новых подходов к описанию экситон-поляритонных систем, в том числе при наличии бозе-конденсата, самосогласованно учитывающих температуру, наличие резервуара темных экситонов и композитную природу поляритонов; в том числе было предсказано влияние фотонного поля на конфигурацию экситонного поля.

Практическая ценность данной работы определяется во многом возможным выходом на эксперимент. Так, развитая теория для скорости звука в поляритонной жидкости объяснила существующие ранее расхождения в экспериментально наблюдаемых значениях; предложенная феноменологическая модель для поляритонной динамики позволяет с помощью фитирования параметров модели и независимых измерений угла наклона дисперсии и величины синего смещения линии фотолюминесценции конденсата получать плотность темных состояний, которая недоступна для определения оптическими методами. Кроме того, практическая значимость развитой ХФБ-теории заключается в предсказании боголюбовских возбуждений в связанном в континууме поляритонном конденсате, которые успешно наблюдались в эксперименте, продемонстрировавшем точное совпадение теоретических предсказаний с наблюдаемыми спектрами. Практическая значимость изучения состояний кольцевого конденсата заключается в построении модели, объясняющей экспериментально наблюдаемую статистику реализаций состояний поляритонного конденсата с различными намотками фазы, что позволило продемонстрировать джозефсоновский контакт на кольце с дефектом, ранее не наблюдавшийся в поляритонных системах. Практическая значимость развитого подхода к бозонизации в поляритонных системах заключается в предложенном объяснении результатов экспериментальных наблюдений гигантских значений констант поляритонного взаимодействия в дихалькогенидах переходных металлов, удовлетворительного объяснения которым ранее дано не было. Кроме того, такой подход позволяет оценить константы поляритонного взаимодействия в случае ненулевых температур.

Основные научные положения, выносимые на защиту:

- предложено описание экситонных поляритонов в приближении Хартри–Фока–Боголюбова, учитывающее конечную температуру системы, зависящее от импульса межчастичное

взаимодействие, а также наличие темных экситонов в системе, получены зависимости критической температуры перехода в бозе-конденсированную фазу в зависимости от экситон-фотонной отстройки и плотности поляритонной системы;

- предложена модель, позволяющая оценивать плотность темных экситонов при измерении экспериментально доступных скорости звука (угла наклона дисперсии элементарных возбуждений) и величины синего смещения линии фотолюминесценции конденсата;
- предсказаны спектры элементарных возбуждений в связанном в континууме анизотропном поляритонном конденсате в оптическом волноводе с насечками;
- описан эксперимент, реализующий поляритонный кольцевой джозефсоновский контакт, и объяснено появление двух существенно различных режимов поведения системы в данном эксперименте;
- предложен новый подход к введению эффективного экситонного поля в поляритонной системе, позволяющий учитывать конечную температуру и вклад всех экситонных νs -состояний, и изучено влияние темных экситонных состояний на величину Раби-расщепления при различных плотностях системы.

Достоверность результатов исследования подтверждается сравнением с экспериментальными данными, а также обеспечивается сопоставлением результатов с известными литературными данными. Полученные результаты в предельных случаях воспроизводят существующие в литературе результаты.

Личный вклад автора

Проведение расчетов, обработка и анализ результатов, представленных в работе, выполнены соискателем лично или в соавторстве при его непосредственном участии. В частности, автором получены поправки в рамках теории Хартри–Фока–Боголюбова для поляритонов, вычислены критические температуры конденсации и квазиконденсации; проведено фитирование экспериментов [18, 26] с параметрами предложенной феноменологической модели, позволяющей учитывать динамические эффекты в поляритонной системе; проведено вычисление спектра коллективных возбуждений из связанного в континууме поляритонного конденсата; получено эффективное действие для фазы кольцевого бозе-конденсата и предложена модель в рамках функционала энергии Гросса–Питаевского для описания проскальзывания фазы в поляритонном кольцевом конденсате с барьером, а также выполнен анализ экспериментальных данных; предложен новый подход к описанию поляритонных систем и получено эффективное экситон-фотонное действия для гибких экситонов при ненулевой температуре, а также сделано обобщение на случай учета спина. Постановка задач исследований и интерпретация результатов выполнены совместно с научным руководителем.

Апробация работы

Результаты, изложенные в диссертации, были представлены в виде устных и стендовых докладов на следующих международных и российских научных конференциях: VIII–X Международная конференция “Лазерные, плазменные исследования и технологии (ЛаПлаз)” 2022–2024 (Москва, Россия); International Conference on Terahertz Emission, Metamaterials and Nanophotonics 2022 (Наталь, Бразилия); The International Winter Phystech Theory School 2023 (Цакхадзор, Армения); International Conference on Physics of Light-Matter Coupling in Nano-structures 2023 (Медельин, Колумбия); International Conference on Optics of Excitons in Confined Systems 18 2023 (Лечче, Италия); International Conference on Quantum Technologies 2023 (Москва, Россия); International Conference on Physics of Light-Matter Coupling in Nanostructures 2024 (Тбилиси, Грузия); International Summer Conference on Theoretical Physics 2024 (Санкт-Петербург, Россия).

Публикации

По материалам диссертации было опубликовано 16 печатных работ, среди них:

- 5 статей в изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science и Scopus [A1–A5];
- 1 патент на изобретение [A6].

Объем и структура работы

Диссертация состоит из введения, обзора литературы и трех оригинальных глав. Полный объем диссертации составляет 159 страниц с 35 рисунками. Список литературы содержит 207 наименований.

Содержание работы

Во введении обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор краткий научной литературы по изучаемой области, формулируется цель, ставятся задачи работы, обосновываются научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

Глава 1 посвящена обзору литературы, а именно существующим теоретическим описаниям экситон-поляритонных систем. Обсуждается внутренняя структура поляритонов и связанная с ней композитно-бозонная статистика. Кратко приведены исторические предпосылки формирования бозонного (в пренебрежении композитной природой) и фермионного (с учетом внутренней фермионной структуры) течений в теоретических описаниях поляритонов.

Далее обсуждаются основные используемые описания поляритонов с точки зрения их бозонной статистики, среди которых, в первую очередь, упоминается модель связанных осцилляторов, предложенная Хопфилдом [27], объясняющая сильносвязанную природу поляритонов. Далее кратко обсуждается описание поляритонной системы в рамках приближения Боголюбова для равновесного слабозаимодействующего бозе-газа и его основ-

ные результаты, а именно: спектр коллективных возбуждений из конденсата, линеаризующийся на малых импульсах, и боголюбовская скорость звука, причем отмечено, что в ряде работ экспериментально измеренная скорость звука не согласуется с теоретически оцененной из величины синего смещения линии фотолюминесценции конденсата [18, 26, 28, 29].

Также изучены работы, посвященные неравновесным описаниям экситон-поляритонных систем в рамках обобщенного уравнения Гросса–Питаевского (УГП), которое само по себе в своей классической форме описывает динамику макроскопической волновой функции конденсата, но в которое оказывается довольно просто добавить диссипативные вклады, будь то накачка, утечка или резервуарные частицы. Отмечена существенная роль работы Вутерса и Карусотто, в которой было предложено феноменологически рассматривать поляритонную систему как низколежащий поляритонный конденсат и экситоноподобный резервуар, куда происходит накачка. На основе такого рассмотрения были также предложены различные феноменологические модели, учитывающие как боголонную часть дисперсии, так и активный и неактивный, а также темный резервуары. Кроме того, кратко рассмотрены теоретические работы, описывающие резонансную накачку в поляритонный конденсат, и их основные результаты.

Также во введении кратко обсуждаются характерные среднеполевые описания для бозе-конденсата в кольцевой геометрии на языке низкоэнергетического действия Попова [30] в рамках функционального интегрирования.

Далее в рамках литературного обзора упоминаются работы, учитывающие внутреннюю фермионную структуру поляритонов: всего авторам известны четыре различных подхода к введению бозонного поля (бозонного оператора, или перевода гамильтониана из действующего на фермионные состояния в действующий на бозонные). Все эти подходы описывают так называемую бозонизацию фермионных систем: изначально рассматривается электрон-дырочно-фотонная система, для которой потом вводится эффективное бозонное поле (бозонный оператор).

В первую очередь, это описание, основанное на полупроводниковых уравнениях Блоха [31], которые при наличии фотонного поля сводятся к замкнутой системе уравнений. Отмечено, что такой подход учитывает конечную температуру системы, однако не позволяет в явном виде различить два важных предела сильной связи: сильную связь, когда величина Раби-расщепления $\hbar\Omega$, отвечающая за скорость экситон-фотонного взаимопревращения, оказывается сильно меньше энергии связи экситона E_b , и очень сильную связь, когда $\hbar\Omega \lesssim E_b$.

Кратко обсуждались результаты рассмотрения поляритонной системы путем прямого введения оператора экситонов (поляритонов) [32, 33], и было отмечено, что такой подход допускает учет гибкоэкситонных состояний в случае очень сильной связи, как было показано в недавних работах [34], однако применялся лишь для $T = 0$. Кроме того, было замечено, что прямое введение экситонного оператора позволяет рассматривать трионные состояния, магнитоэкситоны и состояния в допированных системах.

Также авторам известна работа, рассматривающая бозонизацию системы в рамках пре-

образования Усуи [35], однако такой подход был продемонстрирован только для режима сильной связи в случае жестких экситонов при $T = 0$.

Последний способ описания бозонизации в поляритонных системах, рассмотренный в Обзоре, – подход в рамках обобщенной модели Дикке, развитый группой Литтлвуда [36], который, однако, не учитывает кулоновского взаимодействия между электронами и дырками в системе.

Также в литературном обзоре обсуждаются предпосылки, связанные с возрождением интереса к фермионным описаниям поляритонных систем: это обеспечил уровень современных экспериментов, который позволяет наблюдать эффекты, связанные с композитно-бозонной природой поляритонов.

Глава 2 диссертации посвящена рассмотрению поляритонной системы в рамках бозонной картины: исследование сосредоточено на нижнеполяритонной ветви, поскольку для экспериментально релевантных условий верхняя ветвь оказывается слабо заселенной. В первой главе развито равновесное описание поляритонов в рамках приближения Хартри–Фока–Боголюбова (ХФБ), которое позволяет самосогласованно учесть конечную температуру системы и специфические свойства поляритонов (непараболический закон дисперсии и взаимодействие через экситонную компоненту с зависящим от импульса весовым коэффициентом). Также отмечены условия, при которых такое описание релевантно: оно работает для резонаторов высокой добротности или при больших положительных энергетических отстройках между минимумами фотонной и экситонной дисперсий $\Delta = E_0^C - E_0^X$, когда время жизни поляритона оказывается больше времени термализации системы, так что можно рассматривать поляритоны в равновесии.

Раздел 2.1 посвящен непосредственно построению формализма равновесного ХФБ-описания – материал данного раздела опубликован в [A1]. Подобное описание было развито в работе Гриффина [37] для стандартных холодных трехмерных бозе-газов – в данном случае учитывается поляритонная специфика, а именно:

- строго непараболического закона одночастичной поляритонной дисперсии $\varepsilon(\mathbf{p}) = E_0 + \frac{p^2}{2m_{\text{ex}}} + \frac{\Delta_{\mathbf{p}}}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(\hbar\Omega)^2 + \Delta_{\mathbf{p}}^2}$, где введены обозначения $E_0 = \frac{1}{2}\sqrt{(\hbar\Omega)^2 + \Delta^2} - \frac{\Delta}{2}$, $\Delta_{\mathbf{p}} = E_{\mathbf{p}}^C - E_{\mathbf{p}}^X$, $\hbar\Omega$ – энергия Раби-расщепления, $E_{\mathbf{p}}^C = E_0^C + \frac{p^2}{2m_{\text{ph}}}$ – фотонный закон дисперсии с эффективной массой m_{ph} , $E_{\mathbf{p}}^X = E_0^X + \frac{p^2}{2m_{\text{ex}}}$ – экситонный закон дисперсии с массой экситона m_{ex} ;
- зависимости поляритонного взаимодействия от импульса в меру экситонного коэффициента Хопфилда;
- присутствие резервуарных частиц (темных экситонов).

В рамках такого рассмотрения были получены температурные поправки к спектру коллективных возбуждений из конденсата $E_{\mathbf{p}}$, химическому потенциалу μ , а также поправки, связанные с присутствием в системе темных экситонов, которые не превращаются в фотоны, однако взаимодействуют со светлыми экситонами. Тогда в случае контактного взаимодействия светлых экситонов между собой $U(\mathbf{r}) = g\delta(\mathbf{r})$ и с темными экситонами

$\tilde{U}(\mathbf{r}) = \tilde{g}\delta(\mathbf{r})$ выражения имеют вид:

$$\mu = gX_0^2 [X_0^2 n_0 + 2n'_X] + \tilde{g}X_0^2 n_D, \quad (1)$$

$$E_{\mathbf{p}} = \sqrt{\varepsilon_{\mathbf{p}}^B (\varepsilon_{\mathbf{p}}^B + 2\mu_{\mathbf{p}})}, \quad (2)$$

где $\mu_{\mathbf{p}} = gX_0^2 X_{\mathbf{p}}^2 n_0$, n_0 – плотность конденсата, $X_{\mathbf{p}}^2 = \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{E_{\mathbf{p}}^C - E_{\mathbf{p}}^X}{\sqrt{(\hbar\Omega)^2 + (E_{\mathbf{p}}^C - E_{\mathbf{p}}^X)^2}} \right)$ – экситонный коэффициент Хопфилда, а также введена перенормированная температурой и взаимодействием одночастичная дисперсия:

$$\varepsilon_{\mathbf{p}}^B = \varepsilon_{\mathbf{p}} + g(X_{\mathbf{p}}^2 - X_0^2)(X_0^2 n_0 + 2n'_X) + \tilde{g}n_D, \quad (3)$$

где n'_X – средняя нормальная плотность надконденсатных экситонов, n_D – средняя плотность темных экситонов. Тогда самосогласованный учет температурных поправок в ХФБ-приближении сводится к решению системы уравнений при заданной температуре T и плотности поляритонов n :

$$\begin{cases} n_0 + \frac{1}{S} \sum_{\mathbf{p} \neq 0} n_{\mathbf{p}} = n, \\ n'_X = \frac{1}{S} \sum_{\mathbf{p} \neq 0} X_{\mathbf{p}}^2 n_{\mathbf{p}}, \end{cases} \quad (4)$$

которая позволяет найти плотность конденсата n_0 и надконденсатных экситонов n'_X , что, в свою очередь, позволяет получить μ , $\varepsilon_{\mathbf{p}}^B$ и $E_{\mathbf{p}}$ (см. рис. 1).

В пределе малых импульсов в случае взаимодействия, не зависящего от спина, т.е. для $g = \tilde{g}$, получена перенормированная температурой и взаимодействием через экситонную компоненту ХФБ скорость звука:

$$c_s = \sqrt{\frac{gX_0^4 n_0}{m_B}} = \sqrt{\frac{\mu - gX_0^2(2n'_X + n_D)}{m_B}} = \left[\frac{\mu - gX_0^2(2n'_X + n_D)}{m_{LP}} \left(1 + \frac{2\mu}{\sqrt{(\hbar\Omega)^2 + \Delta^2}} \right) \right]^{1/2}, \quad (5)$$

где m_{LP} и m_B – неперенормированная и перенормированная в ХФБ-приближении эффективные массы нижнего поляритона. Замечено, что подобный результат был получен также в работе [38], где было показано, что скорость звука определяется плотностью конденсата, но не полной плотностью системы. Однако, поскольку эффективная масса, в свою очередь, также перенормируется, то в общем случае нельзя однозначно сказать, учет поправок будет повышать или понижать скорость звука. Полученное выражение для скорости звука позволяет объяснить отклонения экспериментальной скорости звука от теоретически предсказанной боголюбовской скорости звука $c_s^B = \sqrt{\mu/m_{LP}}$, которое наблюдалось в ряде экспериментов. В случае низких температур, как в работах [28, 29], развитая теория дает хорошее совпадение с экспериментом: при $T \sim 0$ можно считать $\mu \approx gn_0 X_0^4$, и тогда $c_s/c_s^B \approx \sqrt{1 + \frac{2\mu}{(\hbar\Omega)^2 + \Delta^2}}$, т.е. учет ХФБ-поправок увеличивает скорость звука по сравнению со стандартным выражением. Для параметров из статьи [29] получаем $c_s/c_s^B = 1.138$, а для параметров работы [28] $c_s/c_s^B = 1.265$, что хорошо согласуется с экспериментальными

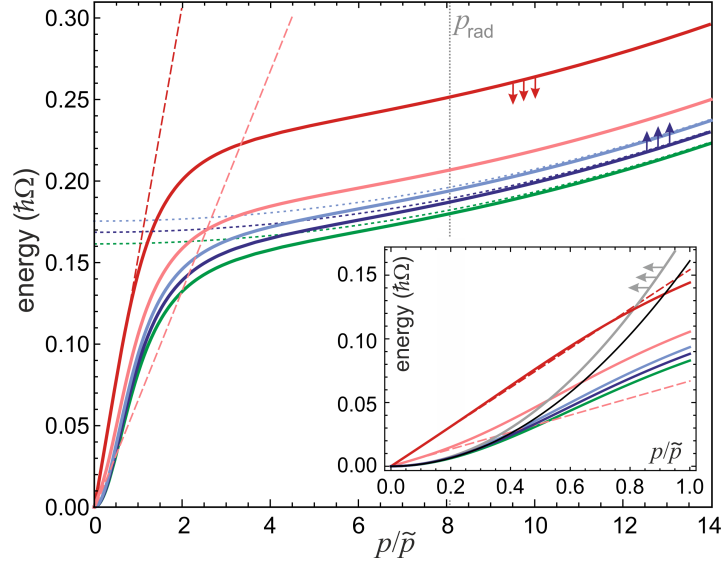


Рис. 1: Сплошные линии: одночастичный закон дисперсии поляритонов $\varepsilon_{\mathbf{p}}$ (зеленая линия), перенормированная взаимодействием в ХФБ-приближении одночастичная дисперсия $\varepsilon_{\mathbf{p}}^B$ при $T = 0$ (темно-синяя) и при $T = 20$ К (голубая), спектр коллективных возбуждений $E_{\mathbf{p}}$ при $T = 0$ (красная) и при $T = 20$ К (розовая). Пунктирные линии соответствующих цветов отвечают асимптотическому поведению одночастичных дисперсий на больших импульсах $p \gg \tilde{p} = \sqrt{2m_{LP}E_0}$. Для боголюбовского спектра возбуждений штриховые линии соответствующих цветов обозначают асимптотическое линейное поведение на малых импульсах $p \rightarrow 0$. Вертикальная штриховая линия отмечает границу светового конуса $p_{\text{rad}} = E_g\sqrt{\epsilon}/c$, где E_g – ширина запрещенной зоны, ϵ – диэлектрическая проницаемость, c – скорость света. На вставке изображены те же линии, но в области малых импульсов. Дополнительно построены линии, отвечающие асимптотическому $p \ll \tilde{p}$ поведению одночастичных законов дисперсии: $p^2/2m_{LP}$ (черная сплошная) и $p^2/2m_B$ (серая сплошная). Здесь m_{LP} и m_B обозначают эффективную массу нижнего поляритона и перенормированную взаимодействием и температурой эффективную массу, соответственно. Маленькие стрелки показывают влияние температуры на спектры. Параметры: $E_g = 1.6$ eV, $\epsilon = 13$, $m_{ex} = 0.22m_0$ (в единицах массы свободного электрона m_0), $\hbar\Omega = 7.2$ meV, $\Delta = 10$ meV, полная плотность системы $n = 6 \times 10^{10}$ см $^{-2}$, $n_D = 0$, взаимодействие контактное, $g = 1.0$ $\mu\text{eV}\mu\text{m}^2$.

ми данными, представленными в работах: $c_s^{exp} = 0.6\mu\text{m}/\text{ps}$, $c_s^B = 0.517\mu\text{m}/\text{ps}$ для [29] и $c_s^{exp} = 1.95\mu\text{m}/\text{ps}$, $c_s^B = 1.45\mu\text{m}/\text{ps}$ для [28].

Кроме того, при решении системы уравнений (4) при различных заданных температурах T и фиксированной плотности частиц n были получены зависимости плотности конденсата от температуры $n_0(T, n)$; при экстраполяции таких зависимостей до нуля $n_0 \rightarrow 0$ были получены критические температуры бозе-конденсации T_C для разных поляритонных плотностей. Показано, что с ростом величины Раби-расщепления $\hbar\Omega$ температура конденсации растет, что является чисто поляритонным эффектом, а также продемонстрировано, что даже для больших положительных отстроек, когда поляритоны являются экситоноподобными $X_0^2 \sim 1$, поляритонные критические температуры T_C оказываются сильно выше экситонных температур бозе-конденсации. Также исследованы границы применимости описания с точки зрения размеров системы: известно, что с ростом размеров двумерной системы теория неправильно оценивает число частиц в конденсате, поскольку длина когерентности оказывается меньше размеров системы. В этой связи был произведен переход от ХФБ-описания к гидродинамическому описанию в терминах сверхтекучей плотности

путем сшивки одночастичной матрицы плотности в ХФБ-приближении и гидродинамической матрицы плотности. Получены температуры квазиконденсации T_{QC} в предположении, что сверхтекучесть остается в системе, даже когда истинный конденсат исчезает: было показано, что отличие между T_C и T_{QC} тем больше, чем больше отстройка, т.е. чем хуже работает приближение Боголюбова. Также было учтено влияние темных экситонов на температуру (квази-)конденсации: при наличии темноэкситонной плотности T_C возрастает, причем тем сильнее, чем меньше отстройка.

Дополнительно обсуждались условия применимости среднеполевого описания с точки зрения необходимости переходить к гидродинамическому описанию и квазиконденсации: показано, что рост плотности и отстройки приводит к нарушению применимости описания в рамках подхода Боголюбова и к необходимости переходить к гидродинамическому описанию. Была изучена зависимость интегрального времени жизни, которое является характеристическим временем для поляритонной системы и учитывает взаимопревращение между конденсатом и надконденсатом, от отстройки с точки зрения применимости равновесного описания: показано, что для больших экситонных отстроек интегральное время жизни может достигать вплоть до наносекунды даже для не слишком хороших резонаторов.

Раздел 2.2 посвящен сшивке равновесного ХФБ-описания для $T \neq 0$ с феноменологической моделью в присутствии нерезонансной накачки, которая позволяет описывать большие резервуарные плотности и допускает рассмотрение как постоянной накачки, так и импульсной накачки, и анализу зависимости скорости звука от экспериментально измеримого синего смещения линии конденсата в спектре фотолюминесценции для разных экспериментальных образцов. Материал данного раздела опубликован в [A2, A6].

В этом разделе поляритонный конденсат был рассмотрен как неравновесная система с нерезонансной накачкой и утечкой при условиях, когда плотности темных экситонов не малы. Была рассмотрена следующая система: лазер создает резервуар горячей электрондырочной плазмы (т.н. неактивный резервуар), который охлаждается и заселяет доступные состояния на экситонных (светлой и темной) и нижнеполяритонной ветвях, однако не взаимодействует с ними. Конденсат при этом считается покоящимся (например, конденсат в оптической ловушке), иначе поляритоны быстро расталкиваются из области накачки, и резервуарные эффекты несущественны. Таким образом, неактивный резервуар n_{in} “питает” как резервуар, состоящий из темных экситонов n_D , которые не превращаются в поляритоны, но взаимодействуют с ними, так и поляритонную подсистему n , состоящую из конденсата и надконденсатных частиц. Такому рассмотрению отвечает система простых динамических уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{\partial n_{in}}{\partial t} &= P - \gamma_{in} n_{in} - D n_{in} - R(n) n_{in}, \\ \frac{\partial n_D}{\partial t} &= \tilde{P} - \gamma_D n_D + D n_{in}, \\ \frac{\partial n}{\partial t} &= -\gamma n + R(n) n_{in},\end{aligned}\tag{6}$$

где γ_{in} , γ_D , γ – скорость утечки из неактивного резервуара, темного резервуара и поляритонной подсистемы (для экспериментально релевантных параметров $\gamma \gg \gamma_{in,D}$). D описывает скорость перехода неактивного резервуара в темный, $R(n)$ отвечает рассеянию из неактивного резервуара в поляритонную подсистему. Накачка входит в уравнения через слагаемые P и \tilde{P} . Все коэффициенты можно определить из фитирования экспериментальных данных. Важно отметить, что предложенная модель отличается от большинства феноменологических моделей с нерезонансной накачкой в резервуар тем, что в данном случае предполагается *динамическое* равновесие с *поляритонной подсистемой* (включает как конденсат, так и надконденсатные возбуждения), которая, в свою очередь, находится в *термодинамическом* равновесии. При таком описании разделение на конденсат и надконденсат, который относится к “активному” резервуару, определяется температурой и задается ХФБ-выражениями, полученными в предыдущем разделе, что позволяет учесть конечную температуру и надконденсатные возбуждения.

В частности, были рассмотрены режимы импульсной и постоянной накачки и найдены аналитические решения системы (6). Важно отметить, что в случае импульсной накачки предполагается, что время жизни подсистем и взаимных переходов между подсистемами (неактивной, темной и поляритонной) достаточно медленные – больше времени термализации, – чтобы в каждый момент времени систему можно было считать квазиравновесной. Тогда в каждый момент времени можно определить плотность неактивного и темного резервуаров, а также плотность поляритонной подсистемы, для которой в рамках ХФБ-теории можно вычислить плотность конденсата. Такой подход позволяет воспроизвести результаты эксперимента [18]: во-первых, была получена зависимость плотности конденсата от времени, которая демонстрирует быстрый распад поляритонной популяции на малых временах и медленный – на больших; во-вторых, воспроизведена специфическая зависимость скорости звука от величины синего смещения μ , которая на ранних временах и больших синих смещениях ведет себя как $c_s \sim c_s^B/3$, а на малых синих смещениях (и поздних временах) – как $c_s = c_0 + c_1\mu$, что является свидетельством в пользу теоретического предположения, что скорость звука определяется плотностью конденсата, а также говорит о существенном влиянии темноэкситонных состояний на скорость звука.

В случае постоянной (с.w.) накачки решения были найдены в предположении, что система находится в *динамическом* равновесии при заданной мощности накачки, так что можно применять равновесное ХФБ-описание. В рамках верификации модели было проведено фитирование эксперимента [26] и показано, что предложенная модель воспроизводит характерное экспериментальное поведение поляритонной плотности, а именно пороговое поведение для зависимости плотности конденсата от мощности накачки. Развита модель также позволяет получить зависимость скорости звука от синего смещения μ , которая на малых μ хорошо аппроксимируется зависимостью $c_s \propto \sqrt{\mu - c}$.

Однако наиболее важным следствием анализа результатов фитирования с параметрами модели стало то, что скорость звука оказывается очень чувствительной к изменению параметров. Это позволило предположить, что зависимость скорости звука от величины

синего смещения может быть использована для оценки популяции темных экситонов, экспериментальное измерение которой оптическими методами на данный момент затруднено. Действительно, из экспериментально наблюдаемого синего смещения линии фотолюминесценции конденсата в зависимости от мощности накачки или времени – для разных схем накачки – при одновременном картировании наблюдаемой скорости звука (тангенс угла наклона линеаризованного участка дисперсии коллективных возбуждений в спектре ФЛ конденсата) в зависимости от синего смещения с применением модели (6) можно оценивать плотность темных экситонов в каждом конкретном эксперименте.

Раздел 2.3 посвящен приложению ранее развитой ХФБ-теории для поляритонов к новой системе, в которой поляритонный конденсат был получен лишь в 2022 году [23], – это оптические волноводы с насечками вдоль одного из направлений с погруженными в него квантовыми ямами. В работе [23] было показано, что закон дисперсии нижних поляритонов в таком случае сильно анизотропен и имеет вид седла, причем бозе-конденсация происходит в седловой точке, а не в глобальном минимуме дисперсии. Такой конденсат является квази-связанным в континууме состоянием, а потому обладает очень долгим временем жизни, определяемым нерадиационной экситонной утечкой, и имеет нулевую радиационную утечку, т.е. конденсат в спектре фотолюминесценции (ФЛ) не регистрируется. В данном разделе ХФБ-теория была применена к описанию такой системы, и был рассчитан спектр коллективных возбуждений из связанного в континууме конденсата, а также интенсивность ФЛ и скорость звука. Эксперимент по наблюдению спектра элементарных возбуждений связанного в континууме поляритонного конденсата в волноводе был проведен коллективом в лаборатории CNR Nanotec в г. Лечче (Италия). Материал данного раздела опубликован в [A3].

Всего в такой системе формируется четыре поляритонных ветви, но в рамках ХФБ-приближения рассмотрена только нижняя нижнеполяритонная мода, образованная антисимметричной фотонной модой волновода, которая демонстрирует связанное в континууме состояние при $k = 0$: эта мода имеет экзотический седловой вид, причем седловая точка обладает нулевой радиационной утечкой. Все четыре поляритонных ветви в такой системе имеют существенно комплекснозначные дисперсии, причем зависимость поляритонной энергии от импульса определяет действительная часть, а мнимая часть отвечает за ширину линии в спектре ФЛ.

Сделаны ремарки касательно применимости равновесного ХФБ-описания, в котором утечки считаются пренебрежимо малыми, к системе, в которой мнимая часть дисперсии играет важную роль. В данном случае квази-связанное в континууме состояние обладает очень долгим временем жизни (много большим, чем время релаксации системы), так что конденсат в квази-связанном в континууме состоянии является идеальным кандидатом для изучения спектра возбуждений в термодинамическом равновесии. В целом, формулы для спектра возбуждений антисимметричной нижнеполяритонной моды оказываются такими же, как и в разделе 1.1, однако в силу комплекснозначности нижнеполяритонной дисперсии и ее нетривиальной формы (седло), спектр боголюбовских возбуждений ока-

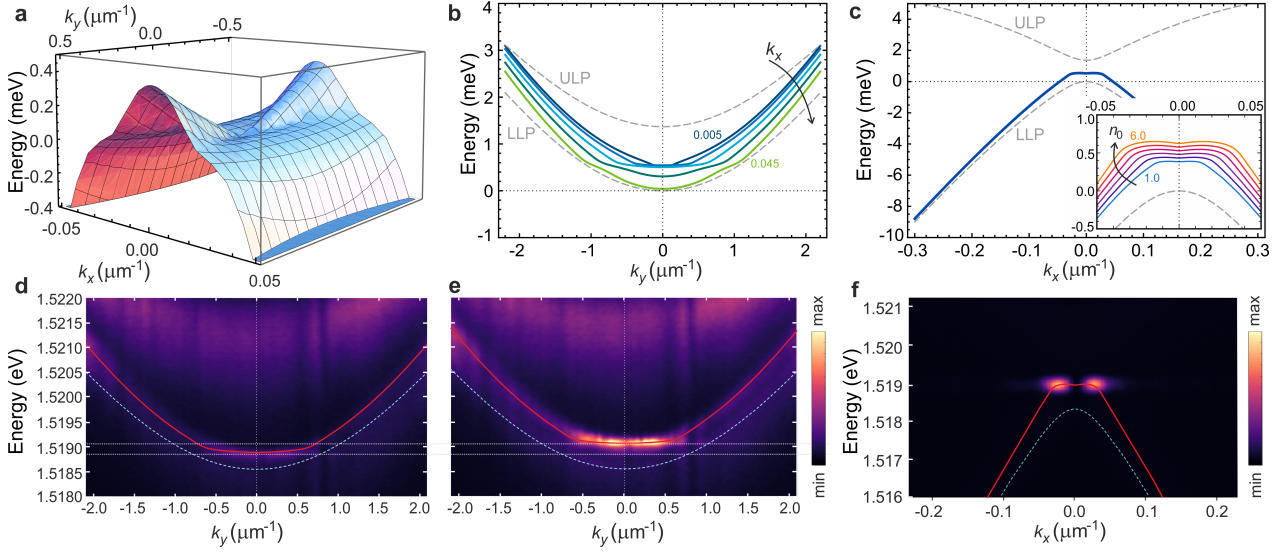


Рис. 2: Спектр элементарных возбуждений связанного в континууме поляритонного конденсата. (a) Действительная часть боголюбовского спектра $\text{Re}E_{\mathbf{p}}$ с учетом синего смещения μ седловой точки. (b) Срезы $\text{Re}E_{\mathbf{p}}$, изображенной на панели (a), на разных k_x от 0.005 до $0.045 \mu\text{m}^{-1}$ с шагом $0.01 \mu\text{m}^{-1}$. Плотности для (a, b): $n_0 = 4 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$, $n_D = 3 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$. (c) Срез $\text{Re}E_{\mathbf{p}}$, изображенной на панели (a), при $k_y = 0$. Вставка на (c) показывает $\text{Re}E_{\mathbf{p}}$ в области около $k = 0$ для различных конденсатных плотностей n_0 от 1 до $6 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$. Серые штриховые линии на (b, c) отвечают действительной части нижнеполяритонных дисперсий, образованных симметричной и антисимметричной фотонными модами. (d, e) Дисперсия возбуждений от k_y для $k_x \sim 0$ на снимках экспериментальной ФЛ, разрешенной по времени. (f) Экспериментальная интегрированная по времени ФЛ в зависимости от k_x при $k_y = 0$. На панелях (d–f) красные сплошные линии отвечают фитированию $\text{Re}E_{\mathbf{p}}$ с плотностями (d) $n_0 = 4 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$, $n_D = 3 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ и (e, f) $n_0 = 5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$, $n_D = 4 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$. Голубые пунктирные линии обозначают одночастичную антисимметричную нижнеполяритонную дисперсию. Белые точки на панелях (d, e) обозначают уровень синего смещения. Цветовые шкалы даны в условных единицах и нормированы для панелей (d, e) и (f) отдельно. Параметры: $\Delta = -0.6 \text{ meV}$, $\hbar\Omega = 15 \text{ meV}$, константа дифракционной связи $U = -1.3 \text{ meV}$, фотонная утечка $\hbar\gamma = 0.51 \text{ meV}$, показатель преломления $n_g = 4.3$, $m_{\text{ex}} = 0.22 m_0$, $g = \tilde{g} = 2.5 \mu\text{eV}\mu\text{m}^2$, $T = 10 \text{ K}$.

зывается существенно комплексным. На рис. 2(a) изображен характерный боголюбовский спектр (действительная часть) возбуждений (2) из связанного в континууме конденсата, образованного в седловой точке: видно, что

- $\text{Re}E_{\mathbf{p}}$ сильно анизотропна;
- в точке $k = 0$ (седловая точка) при конденсации образуется локальный минимум;
- на малых k спектр линейризуется, а на больших k дисперсия выходит на смещенный вверх по энергии одночастичный закон дисперсии, что характерно для стандартного боголюбовского спектра.

Видно, что при малых проекциях импульса k_x дисперсия вдоль k_y имеет плоскую зону, причем ее длина определяется k_x (рис. 2(b)), а глубина локального минимума в $k = 0$ определяется плотностью системы (рис. 2(c)), что позволяет однозначно определить плотность конденсата и плотность темных экситонов, а также импульс, на котором делается срез дисперсии. Рисунки 2(d,e) показывают экспериментальные спектры ФЛ для импульсной накачки после порога конденсации с наложенными теоретическими линиями, отвечающи-

ми боголюбовским возбуждениям: видно, что теоретический расчет хорошо согласуется с измерениями.

Любопытно, что яркие пятна на малых k_x на рис. 2(f) связаны со специфическим распределением интенсивности ФЛ в такой системе. Из проведенного расчета ФЛ и дальнейшего анализа становится ясным, что максимум интенсивности ФЛ приходится на такие импульсы, при которых действительная часть дисперсии элементарных возбуждений лежит на одной энергии с конденсатом. Тогда частицы из конденсата могут легко рассеиваться в эти состояния-спутники, лежащие с ним на одной энергии, – с точки зрения закона сохранения энергии и импульса это происходит без энергетических затрат. Однако при этом такие состояния не оказываются макроскопически заселенными, а конденсат остается стабильным, поскольку из проведенного анализа мнимой части полученного спектра возбуждений следует, что частицы, рассеиваясь из конденсата в эти состояния-спутники, легко из них утекают (высвечиваются). Кроме того, было показано, что линейные участки дисперсии, отвечающие низколежащим надконденсатным возбуждениям, демонстрируют малую ширину линии и потому могут быть описаны в рамках равновесной теории. Расчет фотолуминесценции показывает хорошее совпадение с экспериментальной картиной.

Также был исследован предел малых импульсов, и получена скорость звука в такой системе, которая также оказывается сильно анизотропной:

$$c_s(\varphi) = \text{Re} \left\{ \sqrt{\mu_{LP} \left[\cos^2 \varphi \left(\frac{1}{m_{LP}^x} + \frac{i}{s_x} \right) + \frac{\sin^2 \varphi}{m_{LP}^y} \right] \left[1 + \frac{2\mu_-}{\sqrt{(\hbar\Omega)^2 + \Delta^2}} \right]} \right\}, \quad (7)$$

где $m_{LP}^{x(y)}$ и s_x – эффективные массы поляритона в разных направлениях и массоподобный коэффициент, $\mu_{LP} = g|X_0|^4 n_0$, μ_- рассчитан по формуле (1) в предположении, что экситонные взаимодействия от импульса не зависят. В нашем случае $m_{LP}^x < 0$, кроме того, есть массоподобный коэффициент s_x , что приводит к тому, что скорость звука положительна во всех направлениях, несмотря на комплекснозначность E_p , однако экспериментальное исследование анизотропии скорости звука невозможно в силу того, что область положительного наклона дисперсии возбуждений в направлении k_x очень мала – она укладывается в ширину линии, а для скорости звука вдоль k_y экспериментальное наблюдение невозможно в силу того, что состояние $k_x = 0$ является темным.

В заключение приведены основные выводы к Главе 2:

- Было разработано равновесное описание Хартри–Фока–Боголюбова для экситонных поляритонов [A1], учитывающее конечную температуру системы, поляритонную специфику и наличие резервуарных (темных) частиц. В рамках развитого подхода были получены поправки к стандартному боголюбовскому описанию, в том числе к химическому потенциалу, спектрам возбуждений и скорости звука; получены температуры конденсации поляритонов; а также проведена сшивка с гидродинамическим описанием, что позволяет определить температуру квазиконденсации – в случаях, когда приближение Боголюбова работает некорректно.

- Была предложена простая феноменологическая динамическая модель для двух разных режимов нерезонансной накачки [A2], позволяющая применять развитое ХФБ-приближение к экспериментально наблюдаемым эффектам с учетом неравновесности системы. В 2024 году на основе предложенной модели был получен патент № 2816672 на изобретение методики определения плотности темных экситонов из картирования наблюдаемой скорости звука в зависимости от величины наблюдаемого синего смещения [A6].
- В рамках ХФБ-приближения был проведен аналитический расчет спектра коллективных возбуждений связанного в континууме поляритонного конденсата в волноводе с насечками и распределения интенсивности его фотолюминесценции [A3]. Предсказан сложный сильно анизотропный закон дисперсии одночастичных возбуждений, который затем наблюдался в эксперименте, проведенном в итальянской лаборатории CNR Nanotec в г. Лечче.

Глава 3 посвящена бозе-конденсатам в геометрии разорванного кольца в самом общем случае. Материал данной Главы опубликован в [A4].

В рамках небольшого предисловия к Главе 3 был сделан обзор литературы, посвященный бозе-газам в кольцевой геометрии. Был отмечен большой интерес к таким системам в поляритонной области в последние годы – как с экспериментальной, так и с теоретической стороны. Сделан краткий обзор работ, посвященных кольцевым бозе-конденсатам холодных атомов при наличии слабой связи (области с подавленным параметром порядка) на кольце, а также возможному проскальзыванию фазы в таких системах: замечено, что в атомных системах наблюдается проскальзывание фазы, которое, однако, не является динамическим. Кроме того, в рамках обзора обсуждался эффект Джозефсона в системах холодных атомов, и было отмечено, что размеры слабой связи в этом случае оказываются много больше длины залечивания, так что в таких системах наблюдение джозефсоновского режима, подобного тому, что наблюдается в сверхпроводниках, невозможно; кратко обсуждались результаты исследования джозефсоновского контакта для гелия. Были рассмотрены основные теоретические работы, описывающие бозе-газы в кольце: работы с моделированием УГП и работы, описывающие систему на языке функционального интегрирования и эффективного низкоэнергетического действия Попова.

Раздел 3.1 посвящен выводу низкоэнергетического действия для эффективно одномерного бозе-конденсата в кольцевой геометрии с барьером и некоторым сопутствующим вопросам. А именно, были сделаны оценки для вероятности динамического фазового проскальзывания – как термически активированного, так и квантового – при характерных поляритонных параметрах. Было показано, что вероятность термически активированного фазового проскальзывания в таких системах экспоненциально мала, а квантовое фазовое проскальзывание вообще не осуществляется при стандартных температурах поляритонного эксперимента, так что сложно говорить о каком-то полноценном связывании и формировании двухуровневой системы – в первую очередь это имеет прямое отношение к дискуссии возможной реализации кубитов на основе поляритонных конденсатов [15].

Также в разделе 3.1 было выведено эффективное действие для фазы *конденсата*, что отличается от распространенной в литературе гидродинамической параметризации в действии Попова [30], и показано, что такая параметризация вместе с учетом надконденсатных поправок сильно меняет вид эффективного действия для фазы: во-первых, действие становится нелокальным; во-вторых, в действии появляются вклады, связанные с диссипацией; в-третьих, учет надконденсата понижает сверхтекучую плотность. Было показано, что существующие описания на базе низкоэнергетического действия Попова, основанные на некоторой схожести с эффективным действием для сверхпроводников, оказываются не совсем корректными с той точки зрения, что такие описания получены для сверхтекучей составляющей системы, а не для ее когерентной части.

Раздел 3.2 посвящен теоретическому описанию экспериментально наблюдаемого кольцевого поляритонного конденсата с оптическим барьером при постоянной накачке (в стационарном режиме) при наличии дополнительного клиновидного потенциала резонатора. Для описания такой системы был использован наиболее простой теоретический предел в пренебрежении квантовыми надконденсатными поправками, а система описывается на языке энергетического функционала Гросса–Питаевского для квазиодномерной задачи. Тем не менее, такая минималистичная теория оказывается достаточной для объяснения экспериментальных данных. Функционал энергии Гросса–Питаевского имеет вид:

$$\mathcal{E}[\psi] = \oint R d\theta \left[-\frac{\hbar^2}{2mR^2} \psi^* \frac{d^2}{d\theta^2} \psi + \frac{g}{2} |\psi|^4 + (U(\theta) - \mu) |\psi|^2 \right], \quad (8)$$

где ψ – параметр порядка поляритонной системы (макроскопическая волновая функция конденсата), θ – азимутальный угол, m – эффективная масса поляритона, R – средний радиус кольца, g – константа взаимодействия, μ – химический потенциал системы, а $U(\theta)$ описывает потенциал, создаваемый оптическим барьером, вместе с малой добавкой от клиновидного потенциала резонатора.

Несмотря на то, что рассматриваемая экспериментальная система открыто-диссипативная, из-за достаточно длительного времени жизни поляритонов ~ 100 ps можно пренебречь неравновесными эффектами в стационарном режиме (при с.в. накачке), так что использование равновесной модели для описания системы оказывается вполне оправданным. Другим важным моментом является возможное влияние оптического барьера, который может приводить к дополнительному инжектированию поляритонов. Однако, как следует из анализа экспериментальных данных, рост мощности барьера приводит к слабому изменению плотности системы (примерно на 10%), которое, скорее, связано с уменьшением площади непокрытой барьером части кольца.

В функционале энергии (8) были выделены область под барьером размера d и область вне барьера длиной $L = 2\pi R - d$, тогда для простой параметризации волновой функции, предполагающей однородную плотность и линейный рост фазы ϕ параметра порядка вне барьера, функционал энергии приобретает вид, известный как “стиральная доска” (washboard potential):

$$\mathcal{E}(\Delta\phi) = E_{\text{kin}}(\Delta\phi)^2 - E_{\text{tun}} \cos(\Delta\phi + \langle k \rangle L/R) + \text{const}, \quad (9)$$

где $\langle k \rangle$ – средняя циркуляция по кольцу, обеспеченная клиновидным потенциалом резонатора и асимметричным оптическим барьером, $E_{\text{kin}} = \frac{\hbar^2 N}{2mL^2} (\Delta\phi)^2$, N – число частиц, E_{tun} определяется видом “хвостов” волновой функции под барьером, $\Delta\phi$ – экспериментально наблюдаемая разность фазы на барьере. Полученный функционал энергии $\mathcal{E}(\Delta\phi)$ можно рассматривать как потенциальный ландшафт системы в конфигурационном пространстве разности фазы на барьере, тогда в положении равновесия система должна находиться в положении глобального минимума этого функционала. Как видно из полученного выражения, наличие внешнего вращения на кольце (наложенной циркуляции) $\langle k \rangle$ будет перекашивать исходный потенциальный ландшафт и смещать положения минимумов, что, в свою очередь, может приводить к возникновению состояния с ненулевым числом намотки (число намотки определяется как $w = \frac{1}{2\pi} \oint d\theta \nabla\phi(\theta)$). Поскольку эффективное вращение создается оптическим барьером, то с изменением мощности барьера будет меняться не только циркуляция, но также и соотношение $E_{\text{kin}}/E_{\text{tun}}$, т.е. будет меняться высота максимумов энергетического функционала. В этой связи возможны три существенно разных формы функционала энергии (экспериментально релевантных):

1. Глубокий минимум с высокими промежуточными максимумами, отвечающий состоянию с нулевым числом намотки.

Функционал энергии с глубоким глобальным минимумом, отвечающим нулевой намотке – верхняя синяя линия на рис. 3(g), – соответствует *гидродинамическому* режиму, когда циркуляция $\langle k \rangle$ мала, параметр порядка под барьером продавлен слабо и волновая функция связана всюду, что изображено на рис. 3(d). Причем разность фазы на барьере $\Delta\phi$ такова, что компенсирует набег фазы от внешнего вращения, и число намотки нулевое, а скорость сверхтекучего течения под барьером, которую можно оценить как $v \approx (\hbar/m)\Delta\phi/d$, зависит от наложенной циркуляции и направлена в противоположную сторону от $\langle k \rangle$ (синие точки на рис. 3(a)).

2. Два соседних близких по энергии минимума, один из которых отвечает состоянию с намоткой, другой – без намотки.

Функционал энергии, имеющий два близких соседних минимума – две красные линии на рис. 3(g), – отвечает *джозефсоновскому* режиму, когда барьер оказывается достаточно мощным, чтобы сильно продавить параметр порядка и сформировать слабую связь, при этом увеличив циркуляцию на кольце: тогда разность фазы на барьере достигает $\Delta\phi \sim \pm\pi$ (π для левого барьера и $-\pi$ для правого) и перестает зависеть от $\langle k \rangle$, а при многократном повторении одного и того же эксперимента в статистике начинают появляться скачки фазы в направлении, противоположном изначальному направлению сверхтекучего тока (т.е. возникают проскальзывания фазы – им соответствуют состояния в двух соседних минимумах функционала энергии). Такому режиму соответствуют красные точки на рис. 3(a). Как можно видеть из рис. 3(b, c, e), переход в джозефсоновский режим со стохастическими скачками фа-

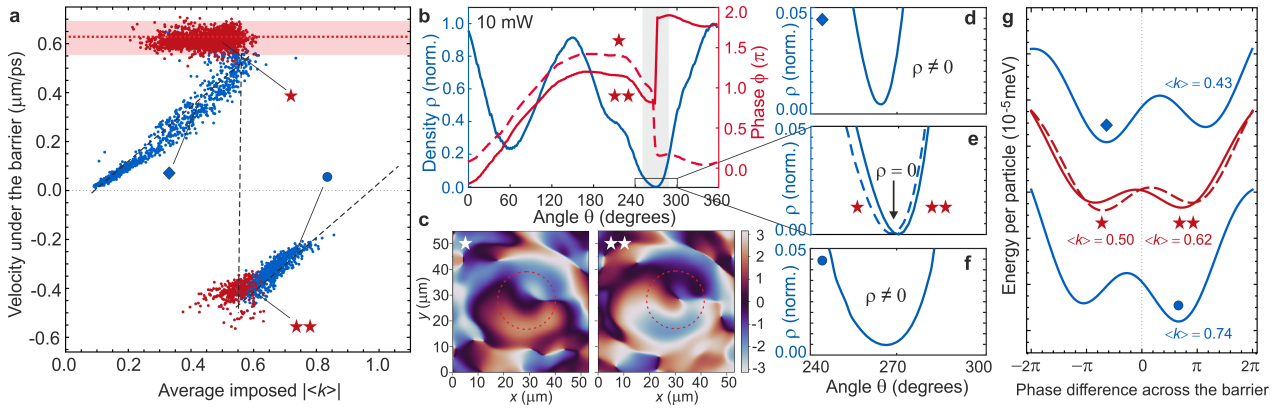


Рис. 3: (a) Сверхтекучая скорость под барьером $v \approx (\hbar/m)\Delta\phi/d$ в зависимости от среднего углового момента $\langle k \rangle$, вычисленная с эффективной поляритонной массой $m = 0.5 \times 10^{-4}m_0$. Данные для разных положений и мощностей барьера объединены. Каждая точка на графике отвечает отдельной экспериментальной реализации. Цвет точек указывает на режим работы слабой связи: синие точки отвечают гидродинамическому режиму, красные – джозефсоновскому. Черный пунктир показывает поведение сверхтекучей скорости при проскальзывании фазы. Красная пунктирная линия отмечает скорость звука c_s , оцененную из длины залечивания $\xi \approx 2.6 \mu\text{m}$. Красная закрашенная область отвечает флуктуациям критической скорости, связанной с флуктуациями плотности в эксперименте. (b) Реализации в джозефсоновском режиме в случае правого барьера мощностью 10 mW: красная пунктирная линия соответствует состоянию с нулевым числом намотки, которому, в свою очередь, соответствует левый 2D профиль фазы на панели (c); красная сплошная линия показывает состояние с числом намотки $w = 1$ – ему соответствует правый профиль на панели (c). Синим цветом показаны профили плотности: они почти совпадают. Серым цветом схематично отмечена барьерная область. (d–f) Плотность под барьером для разных реализаций, соответствующих различным режимам, как отмечено на панели (a). Панель (e) соответствует реализациям на панели (b) с разными числами намотки: штриховой линией обозначено состояние с нулевой намоткой $w = 0$, сплошная линия показывает состояние с намоткой $w = 1$; в обоих случаях явно виден нуль плотности под барьером. Панели (d) и (f) показывают профили плотности в гидродинамическом режиме для малых и больших $\langle k \rangle$ (отмечены ромбом и точкой соответственно); видно, что нуля плотности под барьером не возникает. (g) Функционал энергии системы (9) для выбранных реализаций, как отмечено на рисунке.

зы на $\pm\pi$ под барьером связан с возникновением нуля плотности под барьером и достижением критического значения для сверхтекучей скорости, приблизительно равного скорости звука, что свидетельствует о том, что фазовое проскальзывание осуществляется за счет формирования вихря под барьером при достижении критической скорости.

3. Глубокий минимум с высокими горбами потенциала, отвечающий числу намотки ± 1 . Функционал энергии с глубоким минимумом, отвечающим ненулевой намотке – нижняя синяя линия на рис. 3(g), – соответствует случаю, который реализуется с дальнейшим ростом $\langle k \rangle$, когда система вновь возвращается в гидродинамический режим, а нуль плотности исчезает, что можно видеть на рис. 3(f). Этому отвечает восстановление линейной зависимости $v(\Delta\phi)$ – синие точки на рис. 3(a). Мы связываем это с тем, что системе оказывается энергетически более выгодно восстанавливать фазу до 2π , нежели чем поддерживать безнамоточное состояние.

Также в качестве продолжения исследования джозефсоновского режима и для под-

тверждения его реализации было изучено поведение туннельного (джозефсоновского) тока и дисбаланса плотности в зависимости от внешнего вращения $\langle k \rangle$. Было показано, что для реализаций в гидродинамическом режиме нет синусоидальной зависимости туннельного тока от $\langle k \rangle$, и точки лежат беспорядочно из-за наличия тока от внешнего вращения. Однако для реализаций, которые относятся к джозефсоновскому режиму, получен явный синусоидальный тренд. Для дисбаланса плотности оказывается, что для реализаций, отвечающих гидродинамическому режиму, нет зависимости дисбаланса плотности от $\langle k \rangle$, поскольку в сверхтекучем режиме дефект не возмущает поток и перенос массы происходит по всему кольцу. Однако для реализаций в джозефсоновском режиме прослеживается линейный тренд для зависимости перепада плотности по две стороны от барьера $\Delta n(\langle k \rangle)$, что подтверждает вывод о наличии нуля плотности под барьером в джозефсоновском режиме: в таком случае нет сверхтекучего тока и переноса массы, так что под барьером возможно только джозефсоновское туннелирование. Кроме того, в гидродинамическом режиме для состояний с нулевой намоткой $w = 0$ средний уровень Δn лежит около нуля, а для состояний с ненулевой намоткой уровень $\Delta n = \text{const} \neq 0$, что говорит о том, что из-за наличия ненулевого углового момента плотность перераспределяется.

В заключение приведены основные выводы к Главе 3:

- Было показано, что учет надконденсатных поправок сильно меняет вид эффективного действия для фазы конденсата по сравнению с низкоэнергетическим действием Попова.
- Был описан эксперимент по изучению слабой связи на поляритонном кольце с оптически созданным барьером, проведенный в итальянской лаборатории CNR Nanotec в г. Лечче. Предложена модель на основе функционала энергии Гросса–Питаевского, объясняющая экспериментальные наблюдения. Был описан и экспериментально продемонстрирован джозефсоновский контакт в кольцевом бозе-конденсате с оптическим барьером, ранее в таких геометриях не наблюдавшийся [A4].

Глава 4 посвящена описанию бозонизации в экситон-поляритонных системах на языке равновесного функционального интегрирования и изучению сложной композитной природы поляритонов и возможных связанных с ней эффектов. Материал данной Главы опубликован в [A5].

В разделе 4.1 было развито описание электрон-дырочно-фотонных смесей в рамках равновесного функционального интегрирования в пределе низких плотностей $n_{\text{ex}} a^2 \ll 1$ для конечной температуры, где n_{ex} – двумерная плотность экситонов, a – двумерный экситонный борковский радиус. Впервые такой подход к бозонизации был применен для объемных полупроводников без сильной связи с фотонами в работе Бабиченко и Киселева [39]. Несмотря на то, что число частиц в такой системе не сохраняется, сохраняется число *возбуждений*, т.е. экситонов и фотонов, так что рассмотрение в рамках равновесного приближения оказывается легитимным, а отношения между химическими потенциалами электронов, дырок и фотонов определяются из соображений электронейтральности системы, сохранения числа возбуждений и для общего химического потенциала экситонов и

фотонов в режиме сильной связи.

В электрон-дырочно-фотонном действии с электростатическим взаимодействием и электрон-дырочно-фотонным взаимопревращением был рассмотрен экситонный канал спаривания:

$$\Delta(x_1, x_2) = \Delta(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \tau) = \bar{\Psi}_v(\mathbf{r}_2, \tau) \Psi_c(\mathbf{r}_1, \tau), \quad (10)$$

где $\Psi_{c(v)}(\mathbf{r}, \tau)$ – поле, описывающее электроны в зоне проводимости (валентной зоне), τ – мнимое время, поскольку мы рассматриваем в общем случае $T \neq 0$ (экситонное поле Δ было введено с помощью вспомогательного поля). После этого было проведено усреднение по фермионным электронным полям, и для предела низких плотностей, когда можно разложить в ряд по малому параметру вклад от усреднения по фермионным полям $\text{tr} \ln \mathcal{G}^{-1}$, где \mathcal{G} – электронная функция Грина с учетом поправок от экситонного канала взаимодействия, получено выражение для экситон-фотонного действия, содержащего экситон-экситонное взаимодействие.

Заметим, что предложенный подход позволяет не только естественным образом выделить экситонный канал взаимодействия, но также и рассматривать другие каналы спаривания. В частности, при рассмотрении плотностных каналов спаривания в рамках преобразования Хаббарда–Стратоновича, а именно при введении диагональной плотности $\xi_i(\mathbf{r}, \tau) = \bar{\Psi}_i(\mathbf{r}, \tau) \Psi_i(\mathbf{r}, \tau)$ и недиагональной плотности $\Phi_i(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau) = \bar{\Psi}_i(\mathbf{r}, \tau) \Psi_i(\mathbf{r}', \tau)$ ($i = c, v$), были получены поправки к экситон-экситонному взаимодействию от электронного экранирования (в литературе такие вклады называют обменом электроном/дыркой), а также взаимодействие экситонов как целого, которое может быть рассмотрено как поправка к кулоновскому взаимодействию (в литературе такое слагаемое называют прямым экситонным взаимодействием) [40]. Стоит отметить, что в работе в рамках преобразования Хаббарда–Стратоновича не учитывались аномальные поля типа тех, что возникают в сверхпроводниках, поскольку рассматривается полупроводниковая система.

Поскольку выражение для экситон-фотонного действия содержит экситонное поле с зависимостью от относительного импульса электрона и дырки (импульс внутреннего движения в экситоне), то было получено уравнение, позволяющее определить конфигурацию экситонного поля при наличии фотонного поля, из приближения седловой точки. Было выведено уравнение Бете–Солпитера, определяющее конфигурацию экситонного поля при наличии фотонного поля $\Psi_{\text{ph}}(\mathbf{k}, \Omega)$ в пренебрежении экситонными взаимодействиями и ван-дер-ваальсовыми поправками, полученными в высшем порядке по теории возмущений:

$$\frac{\Delta(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \Omega)}{\mathcal{A}_{\mathbf{p}\mathbf{k}}^\Omega} - \sum_{\mathbf{q}} \left(V(\mathbf{p} - \mathbf{q}) + \left(\frac{g_{\text{R}}}{\sqrt{S}} \right)^2 \frac{1}{(-i\Omega + E_{\text{ph}}(\mathbf{k}) - \mu)} \right) \Delta(\mathbf{q}, \mathbf{k}, \Omega) = 0 \quad (11)$$

где $\Delta(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \Omega)$ – экситонное поле, зависящее от импульса внутреннего движения экситона \mathbf{p} , движения экситона как целого \mathbf{k} , а также от бозонной мадубаровской частоты Ω , $E_{\text{ph}}(\mathbf{k}) = E_{\text{ph}}^0 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{\text{ph}}}$ – фотонная дисперсия, $V(\mathbf{q})$ – фурье-образ электростатического потенциала взаимодействия, g_{R} – скорость электрон-дырочно-фотонного взаимопревращения, μ – химический потенциал экситонов и фотонов, а электрон-дырочный пропагатор задается

выражением:

$$\mathcal{A}_{\mathbf{p}\mathbf{k}}^{\Omega} = \frac{n_v\left(\mathbf{p} - \frac{m}{m_v}\mathbf{k}\right) - n_c\left(\mathbf{p} + \frac{m}{m_c}\mathbf{k}\right)}{E_g + \frac{\hbar^2\mathbf{k}^2}{2M} + \frac{\hbar^2\mathbf{p}^2}{2m} - \mu - i\Omega},$$

где E_g – ширина запрещенной зоны, $M = m_c + m_v$ – масса экситона, $m = m_c m_v / (m_c + m_v)$ – приведенная масса электрона и дырки, $n_{c(v)}$ – распределение Ферми в зоне проводимости (валентной зоне). Полученное уравнение Бете–Солпитера (УБС) учитывает конечную температуру системы за счет фермиевских распределений, стоящих в выражении для электрон-дырочного пропагатора \mathcal{A} . Наличие фотонного поля в системе меняет взаимодействие между электронами (а именно приводит к возникновению дельтаобразного потенциала): электроны и дырки связываются в том числе и за счет фотонов – это и есть т.н. режим гибких экситонов. Уравнение (11) не может быть решено аналитически в общем случае, а его решение будет содержать ряд (формально бесконечный) по экситонным νs -состояниям.

В рамках изучения решений УБС были рассмотрены различные пределы, а именно: предел гибкого экситона при $T = 0$, для которого была найдена параметризация решения в явном виде $\Delta(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \Omega) = \sum_{\nu} C^{(\nu)}(\mathbf{k}, \Omega) \chi_{\nu}(\mathbf{p})$, где $\chi_{\nu}(\mathbf{p})$ – волновая функция экситонного νs -состояния. Было показано, что гибкоэкситонный предел не допускает введение констант взаимодействия (экситонной и насыщения) – экспериментально релевантных параметров, описывающих нелинейности в поляритонной системе. В этой связи был рассмотрен случай жесткого экситона при $T = 0$, когда экситонное поле содержит только $1s$ -состояние: в таком случае наша теория воспроизводит известные результаты для констант поляритонного взаимодействия g_{ex} и g_{sat} , отвечающих за экситон-экситонное взаимодействие и за экситон-опосредованное экситон-фотонное взаимопревращение, соответственно, а также позволяет получить перенормировку Раби-расщепления в зависимости от экситонной плотности n_{ex}^0 : $\hbar\Omega(n_{\text{ex}}^0) = \sqrt{(\hbar\Omega - g_{\text{sat}}n_{\text{ex}}^0)(\hbar\Omega_R - 3g_{\text{sat}}n_{\text{ex}}^0)}$.

Также в разделе 4.1 был изучен предел жестких экситонов для $T \neq 0$, релевантный для поляритонных систем на основе дихалькогенидов переходных металлов (ДПМ). Было численно решено УБС (11) в пренебрежении “фотонным вкладом” во взаимодействии. Было показано, что получение аналитических выражений для констант взаимодействия требует дополнительных допущений, а именно пренебрежения экситонным импульсом по сравнению с импульсом относительного движения электрона и дырки в фермиевских распределениях $|\mathbf{k}| \ll |\mathbf{p}|$ (формально $k = 0$). В таком случае решение УБС не зависит от экситонного импульса \mathbf{k} , а выражения для констант взаимодействия принимают вид:

$$g_{\text{exc}}^T = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} V(\mathbf{q}) |\chi(\mathbf{p})|^2 \frac{\chi^*(\mathbf{p}-\mathbf{q})}{n_v(\mathbf{p}) - n_c(\mathbf{p})} \left(\frac{\chi(\mathbf{p})}{n_v(\mathbf{p}) - n_c(\mathbf{p})} - \frac{\chi(\mathbf{p}-\mathbf{q})}{n_v(\mathbf{p}-\mathbf{q}) - n_c(\mathbf{p}-\mathbf{q})} \right) \quad (12)$$

$$g_{\text{sat}}^T = \frac{\hbar\Omega_R}{2\chi(r=0)} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} |\chi(\mathbf{p})|^2 \frac{\chi(\mathbf{p})}{[n_v(\mathbf{p}) - n_c(\mathbf{p})]^2}. \quad (13)$$

Наличие температурных множителей в выражениях для констант взаимодействия приводит к их существенному увеличению с возрастанием температуры, так как с ростом T

перекрытие экситонных волновых функций, отвечающее за константы взаимодействия, возрастает.

Таким образом, развитый подход к бозонизации в поляритонных системах в рамках функционального интегрирования позволяет одновременно учитывать конечную температуру, гибкоэкситонный предел и различать режимы сильной и очень сильной связи. По сравнению с существующими описаниями (см. Главу 1), предложенный в работе подход является более общим, а в предельных случаях воспроизводит известные результаты.

В разделе 4.2 были рассмотрены спиновые степени свободы в случае жесткого экситона и $T = 0$, что позволило учесть состояния темных экситонов в системе. В качестве мотивации обсуждались недавние экспериментальные результаты для констант поляритонного взаимодействия в ДПМ, которые не просто не согласуются друг с другом, а отличаются друг от друга на несколько порядков для одних и тех же материалов [19–22]. Также были приведены теоретические значения g_{ex} и g_{sat} в случае $T = 0$ и жестких экситонов, вычисленные с помощью водородоподобных волновых функций и с численно найденными (точными) волновыми функциями в потенциале Рытовой–Келдыша, и показано, что теоретические значения также отличаются от экспериментальных, что приводит к необходимости исследовать влияние резервуарных частиц на нелинейности и константы взаимодействия.

В этой связи был произведен учет спинов электронов и дырок и поляризаций фотонов: рассмотрено 4 экситонных поля $\Delta_{\sigma\sigma'}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau) = \bar{\Psi}_{v\sigma'}(\mathbf{r}', \tau)\Psi_{c\sigma}(\mathbf{r}, \tau)$, где σ, σ' – проекции спина электронов. Два экситонных поля, обладающих проекцией спина ± 1 , являются светлыми и могут связываться с фотонами, а другие два экситонных поля – темные: они не превращаются в фотоны, однако взаимодействуют со светлыми и влияют на нелинейность в системе; к тому же в данном случае возникает 12 плотностных полей.

Был рассмотрен тривиальный случай, когда массы электронов и дырок не зависят от спина (для краткости выражений), тогда в эффективном экситон-фотонном действии содержатся слагаемые, описывающие (1) взаимодействия экситонов одного сорта (вместе с экситон-опосредованным экситон-фотонным превращением – для светлых экситонов), (2) взаимодействия между светлыми и темными экситонами, причем также возникают члены, отвечающие за экситон-фотонную связь при посредничестве *темных* экситонов, (3) процессы, сопровождающиеся переворотом спина. Важно отметить, что в теории не возникает взаимодействий между экситонами с противоположными проекциями спина, поскольку наша модель не учитывает связанных экситонных состояний (биэкситонов). Было получено перенормированное Раби-расщепление:

$$\hbar\Omega(n_{\text{ex}}^0, n_{\text{d}}) = \sqrt{[\hbar\Omega - g_{\text{sat}}(n_{\text{ex}}^0 + n_{\text{d}})][\hbar\Omega - 3g_{\text{sat}}n_{\text{ex}}^0 - g_{\text{sat}}n_{\text{d}}]}, \quad (14)$$

куда также входит темноэкситонная плотность n_{d} . Проведенный анализ отвечает рассмотрению самого простого предела ($T = 0$, жесткие экситоны, отсутствие переворота спина и пренебрежение зонным расщеплением), однако он важен с точки зрения качественного понимания нелинейностей в ДПМ, которые, оказывается, могут объясняться присутствием

темных состояний.

Наконец, был исследован случай для экситонов в ДПМ: $\Delta_{\sigma\sigma'}^{\lambda\lambda'}(k_1, k_2) = \Psi_{c\sigma}^\lambda(k_1)\bar{\Psi}_{v\sigma'}^{\lambda'}(k_2)$, где в дополнение к спиновым степеням свободы (σ, σ') возникают также долинные степени свободы (λ, λ') (всего 16 экситонных полей). Был проведен анализ возникающих экситонных нелинейностей и было показано, что с хорошей точностью можно считать, что вклады от взаимодействий светлых по импульсу экситонов с междолинными экситонами, которые являются темными по моменту, пренебрежимо малы, поэтому каждый светлый экситон взаимодействует всего с двумя темными по спину полями (причем один из них – другого типа и возбуждается выше по энергии) и сам с собой. Так что рассмотрение только спинов (безотносительно долин) оказывается достаточным, чтобы описывать такую сложную систему, как экситоны в ДПМ. В целом, учет долинной степени свободы *кратно* увеличивает число членов в разложении $\text{tr} \ln \mathcal{G}^{-1}$, однако на качественном уровне задача остается такой же, как и для самого простого случая. В этом важное преимущество развитого подхода: его можно легко обобщить даже на случаи с большим числом степеней свободы.

В заключение приведены выводы к Главе 4 [A5]:

- был развит подход к описанию бозонизации в экситон-поляритонных системах на базе равновесного функционального интегрирования. Развитая теория позволяет учесть конечные температуры и предел гибких экситонов, а также определить поправки к экситонному полю типа ван-дер-ваальсовых, – все это может быть получено из уравнения Бете–Солпитера, которое определяет экситонное поле с учетом наличия фотон-опосредованной связи между электронами и дырками.
- был произведен учет спиновых степеней свободы, были получены темноэкситонные поправки к эффективному экситон-фотонному действию и зависимости Раби-расщепления от конденсатной плотности экситонов. Развитое описание на качественном уровне объясняет экспериментальные наблюдения больших нелинейностей в ди-халькогенидах переходных металлов.

В **заключении** приведены основные результаты, полученные в диссертационной работе:

1. Развита теория Хартри–Фока–Боголюбова для экситонных поляритонов, учитывающая конечную температуру системы, зависящее от импульса межчастичное взаимодействие, а также наличие темных экситонов в системе; были получены зависимости критической температуры бозе-конденсации и квази-конденсации в зависимости от экситон-фотонной отстройки и плотности поляритонной системы; проведена шивка описания в приближении Хартри–Фока–Боголюбова с гидродинамическим описанием в случае, когда приближение среднего поля работает некорректно.

2. Предложена феноменологическая модель поляритонной системы с нерезонансной накачкой, учитывающая динамические эффекты и позволяющая оценивать плотность темных экситонов при измерении экспериментально доступных скорости звука и величины синего смещения линии фотолюминесценции конденсата.

3. В рамках теории Хартри–Фока–Боголюбова были изучены спектры элементарных возбуждений из связанного в континууме анизотропного поляритонного конденсата в оптическом волноводе с насечками.

4. Получено эффективное низкоэнергетическое действие для фазы квазиодномерного кольцевого конденсата конденсата. Разработано описание эксперимента, реализующего поляритонный кольцевой джозефсоновский контакт, на языке функционала энергии Гросса–Питаевского; предложенная модель позволяет объяснить появление двух существенно различных режимов поведения слабой связи (барьера) в данном эксперименте.

5. Развита новый подход к введению эффективного экситонного поля в поляритонной системе, позволяющий учитывать конечную температуру и вклад всех экситонных νs -состояний, а также различать режим сильной и очень сильной связи; показано, что конечная температура эффективно повышает константы поляритонного взаимодействия; изучено влияние темных экситонных состояний на величину Раби-расщепления при различных плотностях системы, а также произведен учет долиной степени свободы и изучено взаимодействие в поляритонных системах на основе диалкогенидов переходных металлов.

Список публикаций автора по теме диссертации

- [A1] Finite-temperature Hartree–Fock–Bogoliubov theory for exciton-polaritons / A. M. Grudinina, I. L. Kurbakov, Yu. E. Lozovik, N. S. Voronova // Phys. Rev. B. — 2021. — Vol. 104. — P. 125301.
- [A2] A. M. Grudinina, N. S. Voronova. Dark and thermal reservoir contributions to polariton sound velocity // Phys. Rev. B. — 2022. — Vol. 106. — P. L121301.
- [A3] Collective excitations of a bound-in-the-continuum condensate / A. Grudinina, M. Efthymiou-Tsironi, V. Ardizzone et al. // Nat Commun. — 2023. — Vol. 14. — P. 3464.
- [A4] Exciton-polariton ring Josephson junction / N. Voronova, A. Grudinina, R. Panico et al. // Nat Commun. — 2025. — Vol. 16. — P. 466.
- [A5] A. M. Grudinina, N. S. Voronova. Path integral approach to bosonization and nonlinearities in exciton-polariton systems // Phys. Rev. B. — 2024. — Vol. 110. — P. 115304.
- [A6] Способ измерения плотности темных экситонов в полупроводниковых системах экситонных поляритонов : пат. № 2816672: Российская Федерация : МПК G01N 21/63 / Воронова Н.С., Грудина А.М.; № 2023104854: заявл. 02.03.2023 : опубл. 03.04.2024.

Список литературы

- [1] Observation of the coupled exciton-photon mode splitting in a semiconductor quantum microcavity / C. Weisbuch, M. Nishioka, A. Ishikawa, Y. Arakawa // Phys. Rev. Lett. — 1992. — Vol. 69. — P. 3314.

-
- [2] Bose–Einstein condensation of exciton polaritons / J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann et al. // *Nature*. — 2006. — Vol. 443. — P. 409.
- [3] Superfluidity of polaritons in semiconductor microcavities / A. Amo, J. Lefrère, S. Pigeon et al. // *Nat Phys*. — 2009. — Vol. 5. — P. 805.
- [4] Polariton Superfluids Reveal Quantum Hydrodynamic Solitons / A. Amo, S. Pigeon, D. Sanvitto et al. // *Science*. — 2011. — Vol. 332. — P. 1167.
- [5] Quantized vortices in an exciton–polariton condensate / K. G. Lagoudakis, M. Wouters, M. Richard et al. // *Nat Phys*. — 2008. — Vol. 4. — P. 706.
- [6] A. Kavokin, G. Malpuech, M. Glazov. Optical Spin Hall Effect // *Phys. Rev. Lett.* — 2005. — Vol. 95. — P. 136601.
- [7] Exciton-polariton topological insulator / S. Klembt, T.H. Harder, O.A. Egorov et al. // *Nature*. — 2018. — Vol. 562. — P. 552.
- [8] Coherent Oscillations in an Exciton-Polariton Josephson Junction / K. G. Lagoudakis, B. Pietka, M. Wouters et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — Vol. 105. — P. 120403.
- [9] Kardar–Parisi–Zhang universality in a one-dimensional polariton condensate / Q. Fontaine, D. Squizzato, F. Baboux et al. // *Nature*. — 2022. — Vol. 608. — P. 687.
- [10] Microcavities / A. Kavokin, J. J. Baumberg, G. Malpuech, F. P. Laussy. — 2 edition. — Oxford Science Publications, 2007.
- [11] I. Carusotto, C. Ciuti. Quantum fluids of light // *Rev. Mod. Phys.* — 2013. — Vol. 85. — P. 299.
- [12] Polariton condensates for classical and quantum computing / A. Kavokin, T. C. H Liew, C. Schneider et al. // *Nat Rev Phys*. — 2022. — Vol. 4. — P. 435.
- [13] Realizing the classical XY Hamiltonian in polariton simulators / N. G. Berloff, M. Silva, K. Kalinin et al. // *Nature Mater*. — 2017. — Vol. 16. — P. 1120.
- [14] Polaritonic neuromorphic computing outperforms linear classifiers / D. Ballarini, A. Gianfrate, R. Panico et al. // *Nano Lett.* — 2020. — Vol. 20. — P. 3506.
- [15] Split-ring polariton condensates as macroscopic two-level quantum systems / Y. Xue, I. Chestnov, E. Sedov et al. // *Phys. Rev. Research*. — 2021. — Vol. 3. — P. 013099.
- [16] Polariton Laser in the Bardeen-Cooper-Schrieffer Regime / J. Hu, Zh. Wang, S. Kim et al. // *Phys. Rev. X*. — 2021. — Vol. 11. — P. 011018.
- [17] Bogoliubov Excitations Driven by Thermal Lattice Phonons in a Quantum Fluid of Light / I.e Frérot, A. Vashisht, M. Morassi et al. // *Phys. Rev. X*. — 2023. — Vol. 13. — P. 041058.

-
- [18] Low-Energy Collective Oscillations and Bogoliubov Sound in an Exciton-Polariton Condensate / E. Estrecho, M. Pieczarka, M. Wurdack et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2021. — Vol. 126. — P. 075301.
- [19] Enhanced nonlinear interaction of polaritons via excitonic Rydberg states in monolayer WSe_2 / Gu. J., V. Walther, L Waldecker et al. // *Nat Commun.* — 2021. — Vol. 12. — P. 2269.
- [20] Exciton polariton interactions in Van der Waals superlattices at room temperature / J. Zhao, A. Fieramosca, K Dini et al. // *Nat Commun.* — 2023. — Vol. 14. — P. 1512.
- [21] Exciton-Exciton Interaction beyond the Hydrogenic Picture in a $MoSe_2$ Monolayer in the Strong Light-Matter Coupling Regime / P. Stepanov, A. Vashisht, M. Klaas et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2021. — Vol. 126. — P. 167401.
- [22] Van der Waals heterostructure polaritons with moiré-induced nonlinearity / L. Zhang, F. Wu, S. Hou et al. // *Nature.* — 2021. — Vol. 591. — P. 61.
- [23] Polariton Bose–Einstein condensate from a bound state in the continuum / V. Ardizzone, F. Riminucci, S. Zanotti et al. // *Nature.* — 2022. — Vol. 605. — P. 447.
- [24] Quantum vortex formation in the “rotating bucket” experiment with polariton condensates / I. Gnusov, S. Harrison, S. Alyatkin et al. // *Sci. Adv.* — 2023. — Vol. 9. — P. eadd1299.
- [25] Qubit analog with polariton superfluid in an annular trap / J. Barrat, A. F. Tzortzakakis, M. Niu et al. // *Sci. Adv.* — 2024. — Vol. 10. — P. eado4042.
- [26] Bogoliubov excitations of a polariton condensate in dynamical equilibrium with an incoherent reservoir / M. Pieczarka, O. Bleu, E. Estrecho et al. // *Phys. Rev. B.* — 2022. — Vol. 105. — P. 224515.
- [27] J. J. Hopfield. Theory of the Contribution of Excitons to the Complex Dielectric Constant of Crystals // *Phys. Rev.* — 1958. — Vol. 112. — P. 1555.
- [28] Ghost Branch Photoluminescence From a Polariton Fluid Under Nonresonant Excitation / M. Pieczarka, M. Syperek, L. Dusanowski et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — Vol. 115. — P. 186401.
- [29] From single particle to superfluid excitations in a dissipative polariton gas / V. Kohnle, Y. Léger, M. Wouters et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 106. — P. 255302.
- [30] V. N. Popov. Functional Integrals and Collective Modes. — Cambridge University Press, New York, 1987.

-
- [31] Quantum Theory of Nonlinear Semiconductor Microcavity Luminescence Explaining “Boser” Experiments / M. Kira, F. Jahnke, S. W. Koch et al. // Phys. Rev. Lett. — 1997. — Vol. 79. — P. 5170.
- [32] F. Tassone, Y. Yamamoto. Exciton-exciton scattering dynamics in a semiconductor microcavity and stimulated scattering into polaritons // Phys. Rev. B. — 1999. — Vol. 59. — P. 10830.
- [33] M. Combescot, O. Betbeder-Matibet, F. Dubin. The many-body physics of composite bosons // Phys. Rep. — 2008. — Vol. 463. — P. 215.
- [34] J. Levinsen, G. Li, M. M. Parish. Microscopic description of exciton-polaritons in microcavities // Phys. Rev. Res. — 2019. — Vol. 1. — P. 033120.
- [35] Excitonic Bloch equations for a two-dimensional system of interacting excitons / G. Rochat, C. Ciuti, V. Savona et al. // Phys. Rev. B. — 2000. — Vol. 61. — P. 13856.
- [36] M. H. Szymanska, J. Keeling, P. B. Littlewood. Mean-field theory and fluctuation spectrum of a pumped decaying Bose-Fermi system across the quantum condensation transition // Phys. Rev. B. — 2007. — Vol. 75. — P. 195331.
- [37] A. Griffin. Conserving and gapless approximations for an inhomogeneous Bose gas at finite temperatures // Phys. Rev. B. — 1996. — Vol. 53. — P. 9341.
- [38] Hybrid Boltzmann-Gross-Pitaevskii theory of Bose-Einstein condensation and superfluidity in open driven-dissipative systems / D. D. Solnyshkov, H. Terças, K. Dini, G. Malpuech // Phys. Rev. A. — 2014. — Vol. 89. — P. 033626.
- [39] V.S. Babichenko, M.N. Kiselev. Superconductivity in systems with excitonic instability // Journal of Moscow Phys. Soc. — 1992. — Vol. 2. — P. 311.
- [40] Exciton-exciton interaction in transition-metal dichalcogenide monolayers / V. Shahnazaryan, I. Iorsh, I. A. Shelykh, O. Kyriienko // Phys. Rev. B. — 2017. — Vol. 96. — P. 115409.