

## Лекция 1

### Основные представления ядерной физики

#### 1. Закономерности квантовой механики

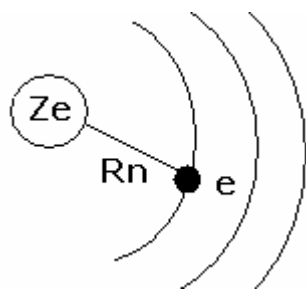
1.1. Ядерная физика основывается на закономерностях квантовой механики. Мы будем пользоваться только следствиями и выводами из основных законов квантовой механики.

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi \quad - \text{уравнение Шредингера (аналог уравнения Ньютона для квантовой механики), где } H \text{ – гамильтониан взаимодействия,}$$

$t$  – время. Из его решения находим  $\psi$  (пси-функцию), которая описывает состояние системы. Сама по себе  $\psi$ -функция не имеет прямой физической интерпретации, а имеет физический смысл вероятность, которая равна:

$$\omega = |\psi|^2 \quad \text{Величина } \omega \text{ характеризует вероятность нахождения микрообъекта в данный момент времени, в некоторой точке пространства.}$$

1.2. Будем качественно рассматривать планетарную модель атома Резерфорда: в центре есть точечное ядро с зарядом  $Ze$ , далее расположены электронные оболочки с определенным заполнением стационарных орбит  $r_n^e$  отрицательно заряженными электронами ( $e$ ) с фиксированной энергией  $E_n^e$ .



Состояние электрона описывается выражениями:

$$r_n^e = \frac{n^2 \hbar^2}{ze^2 m_e}$$
$$E_n^e = \frac{z^2 e^4}{2n^2 \hbar^2},$$

Параметр  $n$  (главное квантовое число) может принимать значения натурального ряда чисел  $1, 2, \dots$ . Величина  $\hbar$  - постоянная Планка. В стационарном состоянии электрон может находиться на определенных орбитах и с определенной энергией, это следует из уравнения (1.1).

1.3. Исторически, еще до появления уравнения Шредингера, были сформулированы постулаты Бора для  $r_n$  и  $E_n$  с учетом квантования момента количества движения:

$$\vec{M} = r \vec{p} \sim r m v \leftrightarrow \hbar l, \quad l = 0, 1, \dots$$

При этом квадрат величины  $M$  получается в виде:  $|M|^2 = \hbar^2 l(l+1)$ .

**1.4.** Уравнение Шредингера применимо для физических процессов нерелятивистской физики, когда кинетическая энергия  $T$  много меньше энергии (массы) покоя взаимодействующих частиц ( $T \ll mc^2$ ). В случае если  $T$  порядка или значительно больше  $mc^2$ , то по аналогии с классической механикой Ньютона, где необходимо учитывать релятивистские поправки для массы и импульса, - уравнение Шредингера заменяется релятивистским уравнением Дирака. Его решение для свободной движущейся частицы (электрона) дает соотношение между полной энергией  $E$  и импульсом частицы  $pc$  в виде:  $E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$ . Откуда получаем:  $E = \pm \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$ . Энергия свободной частицы формально может быть положительной и отрицательной. Если взять знак "-", то это соответствует античастице для электрона:  $e^- \sim \tilde{e}^- \equiv e^+$  - *позитрон*. Это означает, что в микромире частицам всегда соответствуют античастицы с одинаковыми массами, но противоположными зарядами.

#### **1.5 Дуализм квантовых объектов**

Пусть есть микрообъект, например электрон ( $e$ ). Он обладает свойством дуализма, т.е. он одновременно несет в себе как свойства частицы, так и свойства волны.

##### Механические свойства электрона:

электрон свободно движется: есть масса, скорость, импульс:  $m, v, p = mv$ . Это типичные атрибуты материальной точки (частицы).

##### Волновые свойства электрона:

Значение  $\lambda = \frac{\hbar}{p}$  - монохроматическая волна де Бройля. Если электрон летит с импульсом

$p$ , то его характерный (поперечный) «размер» по порядку величины близок к длине волны де Бройля. Волновые свойства электрона были проверены в реальных опытах по интерференции отдельных электронов (одиночных) после прохождения экрана с двумя близкими отверстиями.

#### **1.6. Соотношения неопределенностей**

1. Хорошо известно соотношение  $\Delta p \Delta x \geq \hbar$ , из которого следует, что одновременно нельзя точно измерить импульс  $p$  и положение в пространстве ( $\Delta x=0$ ) квантово-механического объекта. Пусть  $\Delta p=0$  ( $p$ - фиксировано), тогда формально (из математики) должно быть  $\Delta x=\infty$ , чтобы их произведение могло дать константу ( $\hbar$ ). Но бесконечная неопределенность в величине  $x$  означает, что частица не имеет пространственной координаты ( $x=\infty$ ). То есть  $\Delta x$  не определено при фиксированном импульсе частицы. Это

же подтверждается формулой Де Бройля: при фиксированном импульсе  $p$  получается монохроматическая волна с длиной  $\lambda = \frac{h}{p}$ , которая не имеет ни начала ни конца и описывает состояние частицы. Пространственное положение частицы при этом не фиксировано.

2. Можно ввести эквивалентное выражение для соотношения неопределенностей через энергию и время:  $\Delta E \Delta t \approx \hbar$ . Это выражение легко получается после дифференцирования формулы для энергии  $T = \frac{p^2}{2m}$  с учетом  $\Delta x = V \Delta t \sim c \Delta t$ .

Энергетическое соотношение дает качественную интерпретацию ширины уровней квантовой системы (атома, ядра и др.). Пусть имеется два энергетических уровня: для основного состояния ( $\tau_{ж} = \infty$ ) и возбужденного ( $\tau_{ж} = \tau$ ), где  $\tau$ - конечная величина времени жизни. Тогда подставляя разные значения  $\Delta t = \tau_{ж}$ , получим значения  $\Delta E = 0$  для основного состояния и  $\Delta E \equiv \Gamma = \hbar / \tau$  - для возбужденного, где  $\Gamma$  – ширина энергетического уровня состояния.

Таким образом, энергетическая ширина основного состояния равна нулю, а ширина возбужденного уровня – обратно пропорциональна времени жизни в этом состоянии.

### 1.7. Статистика элементарных частиц

Коллективное поведение (в системе) тождественных частиц проявляется по-разному, и зависит от величины спина частиц ( $s$ ), точнее от значения – дробный он или целый. Дробный спин  $s=1/2$  имеют лептоны и все частицы, входящие в состав атома и ядра ( $e, p, n$ ). Целым спином обладают, например: гамма-квант ( $S\gamma = 1$ ) и мезоны ( $S\pi = 0$ ). Состояние системы двух частиц описывается пси-функцией  $\psi_{1,2}$ , которая может быть симметричной (при замене частиц местами -  $\psi_{1,2}$  не меняет знак) или антисимметричной (знак меняется). При этом оказывается,

$$\psi_{1,2} = \begin{cases} \text{симметричная функция (для частиц с целым спином } s=0,1,\dots) \\ \text{антисимитричная функция (для частиц с дробным спином } s=\frac{1}{2},\dots) \end{cases}$$

Частицы с дробным спином подчиняются закономерностям статистики *Ферми-Дирака*. А частицы с целым спином – статистике *Бозе-Эйнштейна*.

Из распределения *Ферми-Дирака* следует – в одном энергетическом состоянии не могут находиться две частицы с одинаковыми квантовыми числами. Применительно к ядру, где состояние протонов и нейтронов в основном описывается четырьмя квантовыми числами (главное, орбитальный и полный моменты, проекция момента:  $n, l, j, m_j$ ), эти

правила коллективного поведения позволяют правильно формировать энергетические уровни ядерного потенциала.

## 2. Дискретность

В природе есть частицы:  $e^\pm$ -электрон (позитрон),  $\gamma$ - гамма квант,  $\mu^\pm$  - мюоны,  $\pi^{+0-}$  -пи-мезоны,  $p^+$  - протон,  $n$  – нейтрон и еще сотни других элементарных частиц, различные ядра. Сами перечисленные объекты (массы частиц) дискретны.

Заряд (электрический) электрона  $e^- = 4,8 \cdot 10^{-10} e.d.CGSE$ . Он является реальным «зарядовым квантом». Заряд протона по модулю равен заряду электрона:  $|e^-| = |p^+|$ . Заряд ядра равен сумме зарядов протона. Ряд частиц нейтральны (гамма квант, нейтрон и др.) – их полный измеримый заряд равен нулю. Все заряды дискретны.

Дискретными являются и другие характеристики: массы частиц, энергетический спектр в возбужденной системе, спины частиц, магнитные моменты и т.п.

## 3. Обобщенные заряды

При изучении курса общей физики мы привыкли к понятию «электрический заряд» -  $Z$ . Здесь  $Z$  взят в масштабе заряда электрона ( $e^-$ ) и поэтому он безразмерен. В этих единицах, например, заряд протона равен +1. Развитие физики второй половины XX-века показало, что в природе существует еще ряд обобщенных зарядов, например таких как:

Лептонный заряд –  $L$  (для сравнительно «легких» точечных частиц:  $\nu, e, \mu, \dots$ )

Барионный заряд –  $B$  (для «тяжелых» частиц:  $p, n, \dots$ )

Странный заряд –  $S$ , (для некоторых «промежуточных» и «тяжелых» частиц:  $K, \Lambda, \dots$ ),  
(странность)

которые являются «хорошими» квантовыми числами, поскольку они сохраняются практически во всех видах различных ядерных реакций. Странный заряд может не сохраняться в некоторых реакциях при слабом взаимодействии (см. дальше). Эти заряды принимают следующие значения:

$$\text{Лептонный заряд } L = \begin{cases} +1, & \text{для лептонов: } e^-, \mu^-, \nu_e, \nu_\mu, \dots \\ -1, & \text{для антилептонов: } e^+, \mu^+, \bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \dots \\ 0, & \text{для всех других частиц: } \gamma, \pi, p, n, \dots \end{cases}$$

$$\text{Барионный заряд } B = \begin{cases} +1, & \text{для барионов: } p^+, n, \dots \\ -1, & \text{для антибарионов: } \bar{p}, \bar{n}, \dots \\ 0, & \text{для всех других частиц: } \gamma, e, \mu, \nu, \pi, \dots \end{cases}$$

$$\text{Странность } S = \begin{cases} 0, & \text{для обычных частиц} \\ \pm 1, \pm 2, \dots & \text{для странных частиц: } K, \Xi, \dots \end{cases}$$

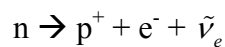
Пусть происходит взаимодействие каких-то микрочастиц:  $a + b \rightarrow c + d$  – это изолированная, замкнутая система. Суммарный алгебраический заряд (каждого типа !) в этой системе должен сохраняться – в левой и правой части реакции он должен быть одинаков. Рассмотрим несколько примеров ядерных реакций различных видов.

1) Электромагнитный процесс:  $\gamma$  квант взаимодействует с ядром  $Z$  и происходит рождение позитрона ( $e^+$ ) в электрическом поле ядра:



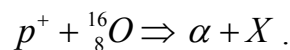
при этом позитрон может появиться (родиться) только в паре с электроном ( $e^-$ ), чтобы сохранился как полный электрический, так полный (суммарный) лептонный заряд.

2) Распад свободного нейтрона:



Эта реакция является источником частиц антинейтрино. До реакции (в левой части) лептонов нет – суммарный лептонный заряд равен нулю. В процессе распада появляется электрон (лептон с лептонным зарядом +1). Следовательно, должен присутствовать антилептон (лептон с отрицательным лептонным зарядом -1). Электрический заряд этой частицы должен быть равен нулю, поскольку нулевой электрический заряд нейтрона уже скомпенсирован зарядами протона и электрона. Такой недостающей нейтральной частицей является антинейтрино ( $\bar{\nu}_e$ ).

3) Продемонстрируем выполнение законов сохранения обобщенных зарядов в ядерной реакции:



При столкновении протона с ядром кислорода рождается  $\alpha$  частица и какое-то ядро  $X$ . Известно, что  $\alpha$  частица представляет собой ядро  ${}^4_2He$  ( $Z=2$ ,  $V=4$ ). Напишем законы сохранения электрического  $Z$  и барионного  $V$  зарядов (лептоны в реакции не участвуют)

$$Z: \quad 1 + 8 \Rightarrow 2 + [7]$$

$$V: \quad 1 + 16 \Rightarrow 4 + [13]$$

$$L: \quad 0 + 0 \Rightarrow 0 + [0]$$

В квадратных скобках указаны характеристики нового ядра  $X$ : электрический заряд – 7, барионный заряд – 13, лептонный заряд – 0. Получим элемент углерод  ${}^{13}_7C$ .

#### 4. Классификация элементарных частиц по группам

Существует много разных признаков, по которым происходит объединение частиц в отдельные группы. Ниже приведена распространенная классификация по обобщенным

зарядам (и в какой-то степени по массам частиц). Все частицы сгруппированы в четыре класса:

1. Гамма квант:  $\gamma$  ( $m_\gamma c^2 = 0$ )
2. Лептоны:  $e^-, \mu^-, \nu, \dots$  ( $m_e c^2 = 0.5 \text{ МэВ}$ ;  $m_\mu c^2 = 200 m_e c^2 = 100 \text{ МэВ}$ , ...)
3. Мезоны:  $\pi, \kappa, \dots$  ( $m_\pi c^2 = 280 m_e c^2 = 140 \text{ МэВ}$ ,  $m_\kappa c^2 = 496 \text{ МэВ}$ ...)
4. Барионы:  $p, n, \dots$  ( $m_p c^2 = 938,3 \text{ МэВ}$ ,  $m_n c^2 = 939,6 \text{ МэВ}$ , ...)

Характеристики этих классов частиц значительно отличаются друг от друга. В дальнейшем будем их изучать более подробно.

### 5. Единицы измерения энергии в микрофизике

При описании характеристик макро-физики, как правило, используется хорошо известная система СИ. Для измерения процессов в атомной и ядерной физике применяется другая система единиц, более адекватная микро объектам – CGSE, в основу которой положены механические величины: длина (см- сантиметр), масса (г-грамм), время (сек-секунда), Электрические и магнитные характеристики легко пересчитываются из СИ. Энергия выражается в единицах эрг. Кроме этого широко используется вне системная ед. энергии – электрон вольт (эВ). По определению  $1 \text{ эВ} = q_e \cdot 1 \text{ В}$ . Связь между эВ и эрг получается подстановкой:

$$1 \text{ эВ} = q_e \cdot 1 \text{ В} = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ CGSE} \cdot \frac{1}{300} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг}$$

Кроме этого для ряда процессов в разных масштабах энергии применяются кратные единицы:  $1 \text{ кэВ} = 10^3 \text{ эВ}$ ,  $1 \text{ МэВ} = 10^6 \text{ эВ}$ ,  $1 \text{ ГэВ} = 10^9 \text{ эВ}$ .

Выразим атомную ед. массы в энергетических единицах. За одну атомную единицу массы принята 1/12 часть массы атома углерода  $M_{\text{ат}} \left( {}^{12}_6\text{C} \right)$ . Практически вся масса атома сосредоточена в ядре. Одно ядро изотопа  $M_{\text{ат}} \left( {}^{12}_6\text{C} \right)$  содержит 12 нуклонов (протонов и нейтронов). Поэтому получается:

$$1 \text{ а.е.м} = \frac{M_{\text{ат}} \left( {}^{12}_6\text{C} \right)}{12 \left( \text{число нуклонов} \right)} = \frac{12 \text{ г} \cdot 1}{N_{\text{Ав}} \cdot 12} = \frac{1}{6 \cdot 10^{23}} \text{ г} = 1,6 \cdot 10^{-24} \text{ г}, \text{ где } N_{\text{Ав}} - \text{число Авагадро.}$$

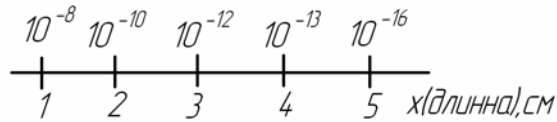
Учтено, что грамм-атом углерода ( $A=12 \text{ г}$ ) содержит  $N_{\text{Ав}}$  атомов вещества. Практически всегда масса объектов в микромире выражается в энергетических единицах ( $\text{mc}^2$ ). Одна атомная единица энергии получается равной:

$$1 \text{ а.е.Е} = (1 \text{ а.е.м}) \cdot c^2 = 1,6 \cdot 10^{-24} \text{ г} \cdot \left( 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{см}}{\text{сек}} \right)^2 = 1,6 \cdot 10^{-24} \cdot 9 \cdot 10^{20} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ эрг} = 931,5 \text{ МэВ}$$

Следует обратить внимание на то, что 1ат.ед. Е немного меньше массы отдельных свободных протонов и нейтронов.

## 6. Масштабы величин в ядерной физике

Возьмем ось  $x$  в сторону уменьшения масштаба; на ней можно выделить несколько характерных масштабов микрообъектов:



Рассмотрим, что характеризует каждый масштаб:

- |   |  |
|---|--|
| { | 1 уровень – $10^{-8} \div 10^{-10}$ – молекулы   |
|   | 2 уровень – $10^{-9} \div 10^{-10}$ – атомы  |
|   | 3 уровень – $10^{-12}$ и немного меньше – характерные размеры ядра   |
|   | 4 уровень – $10^{-13}$ $R_{яд} = R_0 A^{1/3}$ , $R_0 = 1,4 \text{ ф}$ $\Rightarrow$ размер нуклона (элементарных частиц) |
|   | 5 уровень – $10^{-16}$ – кварки  |

Будем рассматривать 1, 2 и 3 уровни, характерные для прикладных исследований.

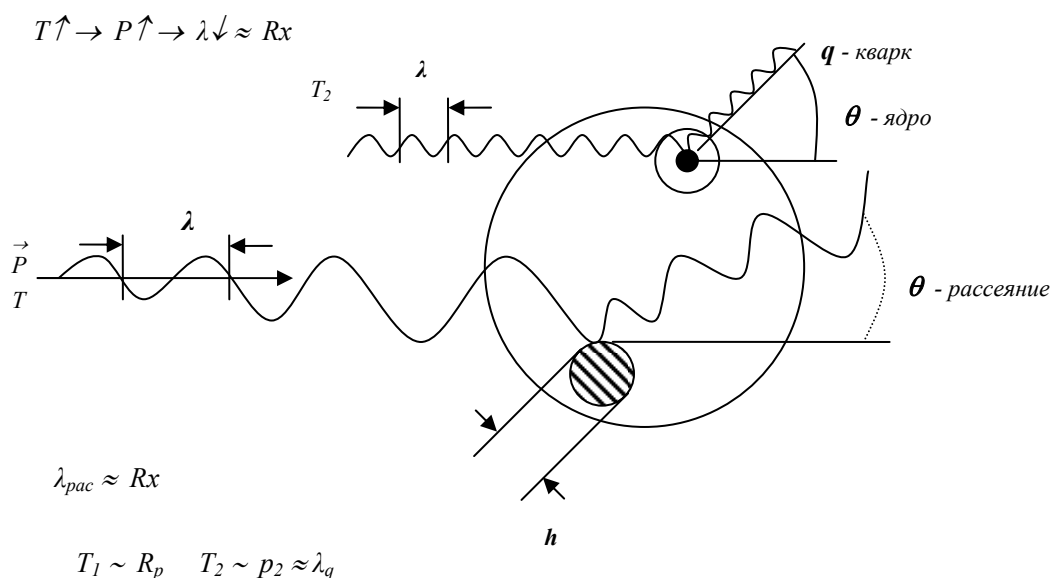
Зачем нужны разные энергии в диапазоне от долей эВ до тысяч МэВ?

Вспомним формулу Де-Бройля  $\lambda = \frac{\hbar}{p}$ , пусть есть частица которая обладает

кинетической энергией  $T$ , импульсом  $p$ , скоростью  $V$ , массой  $m$ .

Частица сталкивается с квантово-механическим объектом радиуса  $R_x$ .

Когда будет максимальный эффект взаимодействия частицы с квантовым объектом?



В микромире результаты получаются из опытов по рассеянию и взаимодействию частиц. Эффект будет максимален, если  $\lambda \approx R_x$ . Чем меньше  $R_x$ , тем короче должна быть  $\lambda$ . Это

достигается увеличением импульса частицы  $pc$ , или что эквивалентно – ростом кинетической энергии  $T$ . Поэтому, если надо исследовать внутри ядра протоны (их характеристики), то длина волны должна быть порядка размеров нуклона, а если хотим обнаружить кварки – порядка размеров кварков. Чем глубже и на меньшие расстояния «нужно проникнуть», тем больше следует брать энергию.

**Вывод:** чтобы исследовать крупномасштабные объекты, нужна меньшая энергия. Если изучать мелкомасштабные объекты, (соответственно - длина волны меньше, импульс больше), то и энергию частиц надо выбирать большой. При исследовании молекул, атомов, так как они имеют сравнительно “большие” размеры, зондирующая длина волны должна быть большая - приблизительно порядка характерного размера молекулы, а импульс налетающей частицы будет маленький.

### 7. Релятивистские формулы для свободной частицы

Частица имеет: массу покоя ( $m$ ), скорость  $V$ , кинетическую энергию ( $T$ ), импульс ( $p$ ) и свободно движется в вакууме. Из теории поля следует:

$E = Mc^2$  – формула Эйнштейна для полной энергии частицы

$M = \frac{m}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ , где  $M$ -динамическая масса,  $m$ -масса покоя

$E = T + mc^2$ , где  $E$  полная энергия, а  $T$  – кинетическая энергия

Импульс  $p = MV = \frac{m}{\sqrt{1 - \beta^2}} V = \frac{mc\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ , где  $\beta = \frac{V}{c}$  – относительная скорость

Для вычислений, зная импульс  $pc$  и кинетическую энергию  $T$ , удобнее использовать формулы:

$$E = \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2}$$

$$pc = \sqrt{T(T + 2mc^2)}$$

$$\beta = \frac{pc}{E} = \frac{pc}{\sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2}} = \frac{\sqrt{T(T + 2mc^2)}}{T + mc^2}$$

$$T = E - mc^2 = \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2} - mc^2;$$

Размерность импульса  $[pc] = \text{эВ}$  или эрг;

Пример записи:  $pc = 10 \text{ МэВ}$ ; иначе  $p = 10 \frac{\text{МэВ}}{c}$ ;

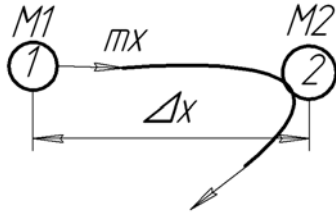
Если  $m = 0$ , например для  $\gamma$ -кванта, то получается  $E_\gamma = T_\gamma = pc$ .

Время жизни частицы при движении возрастает  $\tau = \tau_0 \frac{E}{mc^2} = \tau_0 \frac{T + mc^2}{mc^2}$ ;

$\tau_0$  – время жизни в собственной системе координат ( $v=0$ ).

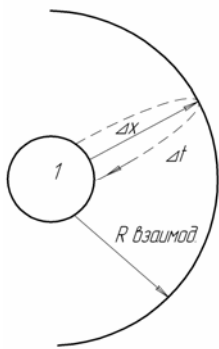
## 8. Виды взаимодействий в природе

Все известные в природе процессы можно описать в рамках четырех видов (типов) взаимодействий: сильное, электромагнитное, слабое и гравитационное. Рассмотрим квантово-механическое представление с учетом соотношений неопределенности.



$$\begin{cases} \Delta p \Delta x \approx \hbar \\ \Delta E \Delta t \approx \hbar \\ V \Delta t \approx \hbar \end{cases}$$

Пусть имеются две покоящиеся взаимодействующие частицы, которые находятся друг от друга на расстоянии  $\Delta x$ . Частицей, переносчиком взаимодействия выступает  $m_x c^2$ . На время переноса взаимодействия возникает неопределенность в суммарной массе покоя системы  $\Delta E \approx m_x c^2$ . Частица  $m_x c^2$  движется со скоростью  $V$  и проходит расстояние  $\Delta x \approx V \cdot \Delta t$ . Подстановка дает  $\Delta E \Delta t \approx m_x c^2 \cdot \frac{\Delta x}{V}$  и если принять, что  $V \approx c$ , то получаем



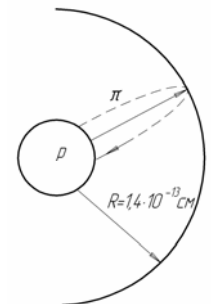
выражение для предельного расстояния между взаимодействующими частицами  $\Delta x = \frac{\hbar}{m_x c} = \frac{\hbar c}{m_x c^2}$ .

Если вторая частица отсутствует, то это значение определяет максимальный радиус взаимодействия  $R_{вз}$  для данного переносчика  $m_x c^2$ .

Оценка величины  $R_{вз}$  для всех видов взаимодействий дает следующие значения:

- сильное взаимодействие ( $m_x = m_\pi$ , переносчик  $\pi$ -мезон)

$$R_{взаимод} \approx \frac{\hbar c}{m_x c^2} = \frac{\hbar c}{140 \text{ Мэв}} = \frac{1 \cdot 200 \Phi}{140} = 1,4 \text{ ферми} = 1,4 \cdot 10^{-13} \text{ см};$$



- электромагнитное взаимодействие ( $m_x = m_\gamma$ , переносчик  $\gamma$  квант,  $m_\gamma c^2 = 0$ )

$$R_{э/м} = \frac{\hbar c}{m_\gamma c^2} = \frac{\hbar c}{0} = \infty, \text{ взаимодействие – дальнодействующее};$$

- слабое взаимодействие ( $m_x = m_w$ , переносчик W-бозон,  $m_w c^2 \approx 100 \text{ ГэВ} \approx m_\pi c^2 \cdot 7 \cdot 10^3$ )

$$R_w = \frac{\hbar c}{m_w c^2} \approx R_{\text{сил.вз.}} \cdot \frac{1}{10^3} \approx 10^{-16} \text{ см}.$$

Следовательно, чем больше масса кванта-переносчика, тем меньше расстояние взаимодействия, и наоборот, чем меньше масса, тем больше расстояние взаимодействия.

**Гравитационное взаимодействие** рассматривать не будем, так как его интенсивность слишком мала. Например, гравитационная сила между двумя одноименно заряженными протонами, находящимися на расстоянии  $\sim 10^{-13}$  см, гораздо меньше электромагнитной:  $F_{\text{грав}} / F_{\text{элм}} \approx 10^{-36}$ . Переносчик взаимодействия – гравитон  $m_g = 0, R_g \rightarrow \infty$ .

## Лекция 2

### Элементарные частицы

В природе существует множество так называемых элементарных частиц, которых больше чем элементов таблицы Менделеева. Эти частицы можно лишь условно назвать элементарными. Подавляющая часть из них нестабильна и претерпевает распад. Всего лишь небольшая группа частиц ( $\nu$ ,  $\gamma$ ,  $e$ ,  $p$ ) в свободном состоянии являются стабильными. Время жизни остальных частиц - конечно и колеблется в широких пределах ( $10^{-23} - 10^3$  с). Физики ставят вопрос – существуют ли фундаментальные частицы (кирпичики мироздания), из которых строятся все другие частицы. Изучение свойств элементарных частиц представляет собой целое, чрезвычайно важное направление в науке, в котором открываются новые закономерности в физике и меняются представления о мироздании в целом. Наша задача – кратко ознакомиться с общими закономерностями в области элементарных частиц.

#### Основные закономерности в физике частиц

**1. Способность появляться (рождаться) в процессе взаимодействия** двух частиц высоких энергий. Можно привести ряд примеров известных реакций:

- тормозное излучение легкого электрона при столкновении с тяжелым протоном (или ядром), приводящее к возникновению  $\gamma$ -кванта  $e^- + p^+ \rightarrow \gamma + e^- + p^+$ ;
- рождение  $\pi$ -мезона при столкновении нуклонов  $p^+ + p^+ \rightarrow p^+ + p^+ + \pi^0$ .

**2. Преобразование частиц при взаимодействии**, например:

- рождение частиц в электрическом поле ядра ( $Z$ ), которое выступает как катализатор  $\gamma + Z \rightarrow e^- + e^+ + Z$ . Здесь  $\gamma$  квант преобразуется в электрон-позитронную пару частиц. Этих частиц до реакции не было.

3. Способность видоизменяться, например, при распаде  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ .

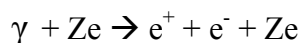
Энергетически, такой процесс происходит в соответствии с общими закономерностями радиоактивного распада – масса частицы в левой части реакции должна быть больше суммы масс правой части (с учетом кинетической энергии появившихся частиц). В данной реакции разница масс равна  $Q=+0,75$  МэВ и частицы уносят большой импульс.

4. В реакциях с элементарными частицами действуют классические законы сохранения: импульса, момента количества движения, полной энергии  $E$ , с учетом кинетической -  $T$  и массы (в виде  $mc^2$ ) всех частиц.

5. Действуют специфические законы сохранения обобщенных зарядов:  $Z, B, L$  ( см. лекция 1).

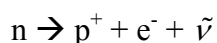
Пусть происходит взаимодействие каких-то микрочастиц – это изолированная, замкнутая система. Суммарный алгебраический заряд (каждого типа!) в этой системе должен сохраняться – в левой и правой части реакции он должен быть одинаков. Рассмотрим несколько примеров (разрешенных и запрещенных) ядерных реакций различных видов:

1) Электромагнитный процесс:  $\gamma$  квант взаимодействует с ядром  $Z$  и происходит рождение позитрона ( $e^+$ ) в электрическом поле ядра:



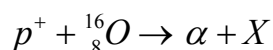
при этом позитрон ( $e^+$ ) может появиться (родиться) только в паре с электроном ( $e^-$ ), чтобы сохранился как электрический, так полный (суммарный) лептонный заряд (-1 и +1).

2) Слабое взаимодействие - распад свободного нейтрона:



Эта реакция является источником частиц антинейтрино. До реакции (в левой части) лептонов нет – суммарный лептонный заряд равен нулю. В процессе распада появляется электрон (лептон с лептонным зарядом +1). Следовательно, должен присутствовать антилептон (лептон с отрицательным лептонным зарядом -1). Электрический заряд этой частицы должен быть равен нулю, поскольку нулевой электрический заряд нейтрона уже скомпенсирован зарядами протона и электрона. Такой недостающей нейтральной частицей является антинейтрино ( $\bar{\nu}$ ), лептонный заряд которой отрицателен.

3) Совокупное сохранение зарядов в ядерной реакции (сильное взаимодействие):



При столкновении протона с ядром кислорода рождается  $\alpha$  частица и какое-то ядро  $X$ . Известно, что  $\alpha$  частица представляет собой ядро  ${}^4_2He$  ( $Z=2, B=4$ ). Напишем законы

сохранения электрического  $Z$  и барионного  $B$  зарядов (лептоны в реакции не участвуют)

$$Z: \quad 1+8 \Rightarrow 2 + [7]$$

$$B: \quad 1+16 \Rightarrow 4 + [13]$$

$$L: \quad 0+0 \Rightarrow 0 + [0]$$

В квадратных скобках указаны характеристики нового ядра  $X$ . Совокупность значений  $Z$ ,  $B$ ,  $L$  показывает, что получилось ядро  ${}^{13}_7\text{C}$ .

4) Нарушение законов сохранения обобщенных зарядов приводит к запрету протекания определенных реакций.

Рассмотрим процесс:  $p^+ \rightarrow e^+ + \nu$ . Здесь сохраняются электрический и лептонный заряды, но нарушается сохранение барионного заряда: слева у протона он есть (+1), а справа отсутствует (0). Этот процесс запрещен в природе.

6. Существует энергетический порог рождения новой частицы ( $m_x$ ) в реакции взаимодействия:

$$m_1 + m_2 \rightarrow m_3 + m_4 + m_x$$

При этом, как правило, одна из частиц ( $m_1$  - снаряд) летит с энергией  $T_1$ , а вторая ( $m_2$  - мишень) - покоится. Частицы  $m_1$  и  $m_2$  могут преобразоваться в другие частицы—  $m_3$  и  $m_4$  или оставаться теми же ( $m_1$  и  $m_2$ ). Для осуществления реакции необходимо, чтобы значение  $T_1$  было больше пороговой величины

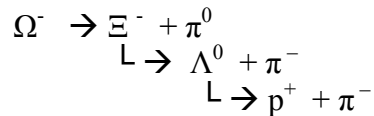
$$T_1^{\min} = [(m_3c^2 + m_4c^2 + m_xc^2)^2 - (m_1c^2 + m_2c^2)^2]/(2m_2c^2).$$

Так, например, для реакции рождения  $\pi$  мезона в нуклон-нуклонном взаимодействии необходима энергия налетающего протона  $T_1^{\min} \approx 280$  МэВ, а для рождения  $e^-e^+$ - пары в поле тяжелого ядра под действием  $\gamma$  квантов – около 1 МэВ.

7. Для сильно взаимодействующих частиц вводится понятие изотопического спина ( $\vec{I}$ ). Величина вектора  $\vec{I}$  выбирается из соображений объединения однотипных частиц в один мультиплет с близкими свойствами. Изотоп спин нуклона  $N$  (это  $p$  и  $n$ ) равен  $1/2$ . Частицы различают по проекции на условную ось  $z$ :  $I_p = + 1/2$ , а  $I_n = - 1/2$ . Количество  $\pi$  мезонов равно трем, поэтому вектор  $\vec{I}_\pi = \vec{I}$  (проекции  $+1$ ,  $0$ ,  $-1$  для положительного, нейтрального и отрицательно заряженного мезона соответственно). В сильных взаимодействиях полный вектор изотопического спина должен сохраняться. Это накладывает определенные ограничения на характер протекания ядерных реакций. Изотопический спин для частиц не участвующих в сильном взаимодействии не вводится (формально – 0).

8. Ряд частиц, среди них имеются тяжелые мезоны и барионы, обладают не нулевым квантовым числом (зарядом) под названием странность ( $S$ ). Например,  $S_k = + 1$

для  $K^+$  мезона,  $S_\Lambda = -1$  для  $\Lambda^0$  – гиперона и т.д. Обычные частицы ( $\gamma$ ,  $e$ ,  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\pi$ ,  $p$ ,  $n \dots$ ) странностью не обладают и для них взято  $S = 0$ . Странность частиц по модулю может быть больше единицы: для  $\Xi^-$ -гиперона величина  $S = -2$ , для  $\Omega^-$ -гиперона  $S = -3$  и т.п. Экспериментально установлено, что в сильных и электромагнитных взаимодействиях квантовое число странность (алгебраическая сумма для всех частиц) сохраняется при протекании различных реакций. В слабых взаимодействиях (реакциях и распадах частиц) странность может не сохраняться. Алгебраическое изменение (по модулю) ограничено единицей. Это правило, например, запрещает сразу распад  $\Omega^-$ -гиперона на нуклон и  $\pi$ -мезон. Происходит реакция каскадного распада (три этапа с  $\Delta S = -1$ ):



Правила сохранения обобщенных зарядов в разных типах взаимодействий кратко сформулированы в Таблице:

Взаимодействие	$\Delta Z$	$\Delta B$	$\Delta L$	$\Delta I$	$\Delta S$
Сильное	0	0	0	0	0
Эл/магнитное	0	0	0		0
Слабое	0	0	0		$0, \pm 1$

$\Delta$  - аддитивное изменение  $Z, B, L, I, S$  в реакциях взаимодействий

0 – нет изменения (сохранение алгебраической суммы)

**Сводная таблица** (небольшая выборка из полного списка) характеристик разных классов частиц: гамма-квант, лептоны, мезоны, барионы.

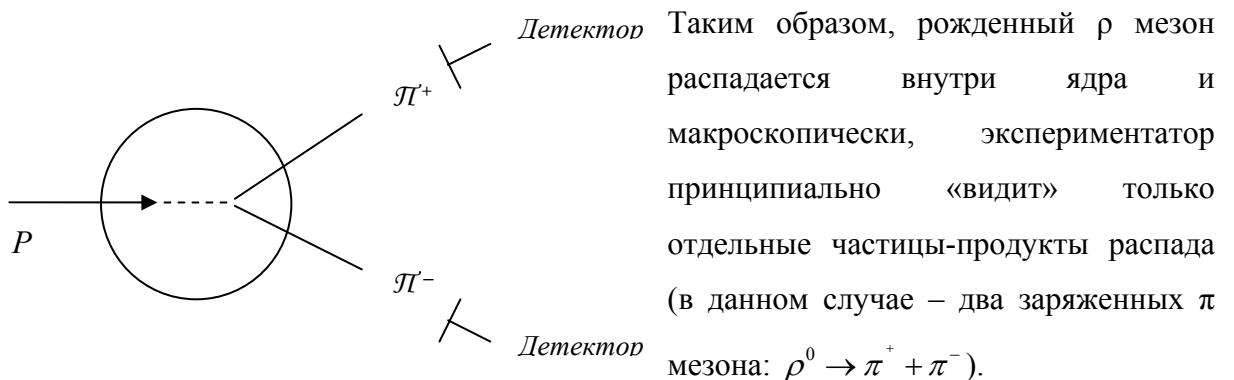
частица		$mc^2$ , МэВ	$\bar{S}$	тип вз-я	Z	B	L	S	античастицы				
									части-ца	Z	B	L	S
$\gamma$	гамма-квант	0	1	эл/магн	0	0	0	0	нет				
Лептоны													
$e^-$	электрон	0,5	$1/2$	э/м слабое	-1	0	+1	0	$e^+$	+1	0	-1	0
$\nu_e$	нейтрино	0	$1/2$	слабое	0	0	+1 <sub>e</sub>	0	$\bar{\nu}_e$	0	0	-1	0
$\mu^-$	мюон	102	$1/2$	э/м слабое	-1	0	+1	0	$\mu^+$	+1	0	-1	0
$\nu_\mu$	нейтрино	0	$1/2$	слабое	0	0	+1 <sub><math>\mu</math></sub>	0	$\bar{\nu}_\mu$	+1	0	-1	0
...													
Мезоны													
$\pi^+$	пи-плюс мезон	140	0	сильное э/м слабое	+1	0	0	0	$\pi^-$	-1	0	0	0
$\pi^0$	пи-ноль мезон	135	0	сильное э/м слабое	0	0	0	0	$\pi^0$	0	0	0	0

$\pi^-$	пи-минус мезон	140	0	сильное э/м слабое	0	0	0	0	$\pi^+$	+1	0	0	0
...													
Барионы													
n	нейтрон	939,6	$\overline{1/2}$	сильное э/м слабое	0	1	0	0	$\tilde{n}$	0	-1	0	0
$p^+$	протон	938,3	$\overline{1/2}$	сильное э/м слабое	+1	+1	0	0	$\tilde{p}^+$	-1	-1	0	0
...													

Мезоны и барионы имеют одно общее название **адроны** – как сильно взаимодействующие частицы.

### 9. Существуют частицы, которые называются **резонансы**.

Особенностью резонансов является очень малое время их жизни ( $\approx 10^{-23}$  сек). Например, один из первых резонансов ( $\rho$ -мезон) имеет время жизни около  $10^{-24}$  сек. Его пролетный путь  $L$  до распада составляет величину меньше характерного размера ядра (порядка нескольких ферми). Легко оценить, что даже при движении со скоростью света величина  $L = v \cdot \tau \approx 3 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-24} = 3 \cdot 10^{-14}$  см оказывается меньше размера ядра.



Однако два  $\pi$  мезона могут родиться при столкновении нуклона с ядром-мишенью в обычном ядерном взаимодействии без образования короткоживущей частицы:  $N + N \rightarrow N + N + \pi^+ + \pi^-$ . Визуально, такие разные процессы нельзя различить.

Впервые  $\rho$  мезон был идентифицирован из кинематики – по анализу эффективной массы  $M$  системы двух  $\pi$  мезонов (измеряются энергии  $E$  и импульсы  $p$  обеих частиц):

$$\vec{p}_\rho = \vec{p}_{\pi^+} + \vec{p}_{\pi^-} - \text{знаем из эксперимента}$$

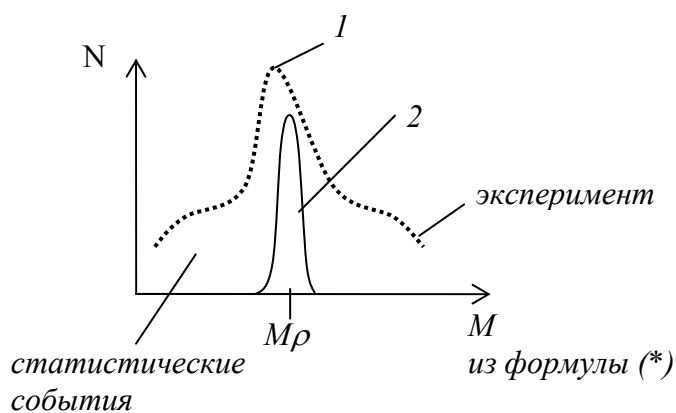
$$E_\rho = E_{\pi^+} + E_{\pi^-} - \text{вычисляем, где } E_{\pi^+} = \sqrt{(\vec{p}_{\pi^+} c)^2 + (m_{\pi^+} c^2)^2},$$

$$E_{\pi^-} - \text{вычисляется аналогично}$$

Из этих уравнений получаем массу:

$$M_\rho c^2 = \sqrt{E_\rho^2 - (\vec{p}_\rho c)^2} \quad (*).$$

Если  $\rho$  мезон действительно частица, то его масса фиксирована, в противном случае  $M_\rho c^2$  представляет собой переменную величину (эффективную кинематическую массу).



На рисунке представлен график эффективной массы  $Mc^2$  (1) и пик (2) для  $\rho$  мезона. По оси ординат отложено число событий  $N$ , наблюдаемых в эксперименте. Ширина пика ( $\Gamma$ ) позволяет оценить время жизни резонанса по соотношению неопределенности  $\Gamma\tau \approx h$ .

К настоящему времени открыто более сотни резонансов, связанных с адронами.

### 10. Модель кварков

Для описания внутреннего состояния и взаимодействия адронов (нуклонов и мезонов) более 40 лет существует простая кварковая модель. Кварки (не переводимое слово) - гипотетические частицы с дробным зарядом:  $Z = \frac{1}{3}e^-, \frac{2}{3}e^-$ . Например, три кварка составляют структуру протона ( $q_1, q_2, q_3$ ). Барионный заряд каждого кварка принят равным  $B_q=1/3$ . Поэтому барионы ( $p, n, \Lambda, \dots$ ) – состоят из трех кварков ( $3q$ ), чтобы получить  $B_N = 1$ . Мезоны ( $\pi^0, \pi^-, \pi^+, K^0, K^-, K^+, \dots$ ) – состоят из двух кварков ( $2q$ ), точнее из кварка и анти кварка ( $B_{\text{мезона}} = 0$ ).

Для описания странных частиц введен еще один странный кварк, обладающий квантовым числом странность ( $S = 1$ ).

В таблице приведены характеристики: барионный заряд  $B_q$ , электрический заряд  $Z_q$ , странность  $S$  и спин  $\overline{S}_q$  первого поколения кварков, из которых строились «классические» частицы (до 1974 года).

кварк	$B_q$	$Z_q$	S(странность)	$\overline{S}_q$
u	+1/3	+2/3	0	$\overline{1/2}$
d	+1/3	-1/3	0	$\overline{1/2}$
s	+1/3	-1/3	-1	$\overline{1/2}$

Посмотрим, например, кварковый состав протона (его характеристики:  $\bar{S}_p = \bar{1}/2$ ,  $Z_p = +1$ ,  $B = 1$ ,  $S_{\text{странность}} = 0$ ). Структурно, протон состоит из кварков типа

$$\underbrace{(uud)}_{\frac{1}{2}\uparrow\frac{1}{2}\downarrow\frac{1}{2}\uparrow}$$

Пара u- кварков, имеет противоположно направленные спины, что не противоречит принципу Паули.

Построим  $\Omega^-$  - гиперон из трех кварков: ( $Z = -1$ ,  $S = -3$ ,  $\bar{S} = 1/2$ ,  $B_{\Omega} = +1$ ). Чтобы обеспечить странность  $S = -3$ , необходимо ввести в его состав три странных кварка –

$$\Omega^- \underbrace{(sss)}_{\frac{1}{2}\uparrow\frac{1}{2}\downarrow\frac{1}{2}\uparrow}$$

Здесь возникают трудности – две тождественных частицы получаются с одинаковыми квантовыми числами.

Такое расположение спинов противоречит принципу Паули, поэтому теоретики ввели новую квантовую характеристику – *цвет кварка* (зеленый, синий, красный). В сумме три цветных кварка дают белый цвет для экспериментально наблюдаемых частиц.

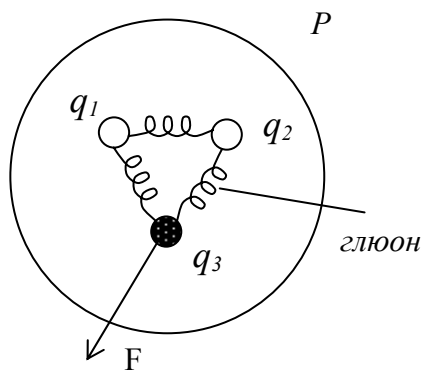
Аналогичное рассмотрение характеристик  $\pi^+$  мезона: ( $B = 0$ ,  $\bar{S} = 0$ ,  $Z = +1$ ,  $S = 0$ ) приводит к структурному состоянию вида  $\pi^+(u\bar{d})$ .

Было проведено множество различных экспериментов, но ни в одном из них достоверно не обнаружили кварков в виде свободных частиц с дробными зарядами. Наиболее простые эксперименты основывались на измерении и сопоставлении удельных ионизационных потерь кварков (дробный заряд  $Z_q = +\frac{2}{3}e; -\frac{1}{3}e$ ) с потерями протонов и электронов (целый единичный заряд - e). Оказывается, что такие потери энергии пропорциональны квадрату заряда налетающей частицы  $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}} \sim z_{\text{част}}^2$ . Можно было

ожидать эффектный результат:

$$\frac{\left(\frac{dE}{dx}\right)_q}{\left(\frac{dE}{dx}\right)_p} \sim \frac{(1/3e)^2}{e^2} = 1/9$$

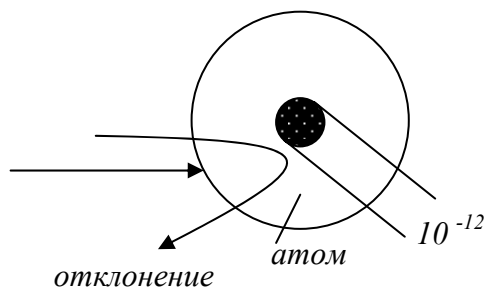
для кварков с зарядом  $Z_q = -\frac{1}{3}e$ . Все эксперименты дали отрицательный результат. Свободных кварков нет!



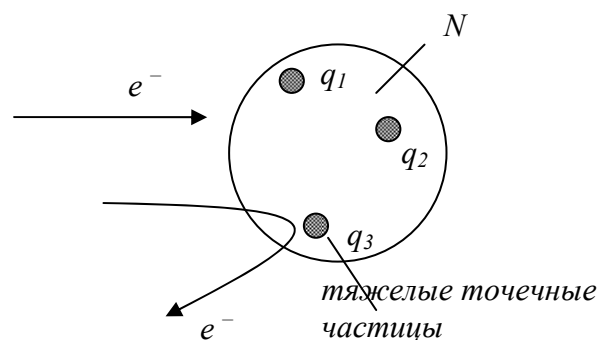
Внутри адрона они связаны между собой глюонами (glu – клей, глюоны – переносчики взаимодействия между отдельными кварками). Сила взаимодействия между соседними кварками настолько велика (и она возрастает с расстоянием подобно растянутой пружине), так что отдельные кварки невозможно «вытащить» ( $\vec{F}$ ) за пределы протона.

Согласно теоретическим представлениям кварки в свободном состоянии являются принципиально не наблюдаемыми (модель конфайнмента). Тем не менее, ряд косвенных экспериментов, типа опыта Резерфорда по рассеянию альфа-частиц на тяжелом ядре, убедительно указывают на точечную структуру состояния зарядов внутри нуклона.

#### Рассеяние $\alpha$ частиц на ядрах.



#### Рассеяние быстрых электронов на нуклонах.



При рассеянии на ядрах атомов наблюдались редкие события с отклонением  $\alpha$  частиц на большие углы – ядро маленькое (точечное в масштабе атома) с сосредоточенным зарядом. Для зондирования структуры протона использовался пучок высокоэнергичных электронов ( $\lambda_e < R_N$ ). При этом происходило аналогичное рассеяние на точечных частях (кварках) нуклона.

В период 1974 – 1995 г.г. был получен ряд качественно новых результатов в ядерных реакциях на ускорителях при очень высоких энергиях, для интерпретации которых потребовалось ввести еще три кварка (с, b, t) с новыми квантовыми числами. Все это хорошо укладывается в представления современной **Стандартной Модели** взаимодействия элементарных частиц. По этой модели существуют две группы (по шесть штук) фундаментальных точечных частиц: лептонов и кварков - из которых строятся все другие частицы.

<u>ЛЕПТОНЫ</u>			<u>КВАРКИ</u>	
1	e	электрон	u	up
2	$\mu$	мюон	d	down
3	$\tau$	тау-лептон	s	strange
4	$\nu_e$	нейтрино электронное	c	charm
5	$\nu_\mu$	нейтрино мюонное	b	bottom (beauty)
6	$\nu_\tau$	тау-нейтрино	t	top

Более подробные характеристики фундаментальных частиц приведены в сводной таблице. Следует отметить, что все они имеют барионный заряд  $B_q = 1/3$ , являются фермионами ( $s = 1/2$ ) и имеют внутреннюю четность  $P = +1$ . Обозначения для изотопа спина и его проекции ( $I, I_3$ ).

#### Характеристики кварков

<u>кварки:</u>	<b>d</b>	<b>u</b>	<b>s</b>	<b>c</b>	<b>b</b>	<b>t</b>
$Z_q$ – заряд	-1/3	+2/3	-1/3	+2/3	-1/3	+2/3
$I$ - изотоп спин	1/2	1/2	0	0	0	0
$I_3$ – проекция изотоп спина	-1/2	1/2	0	0	0	0
S - странность	0	0	-1	0	0	0
C - чарм	0	0	0	-1	0	0
B – прелесть	0	0	0	0	-1	0
T - топ	0	0	0	0	0	-1
$m c^2, \text{ ГэВ}$	0,33	0,33	0,51	1,8	5,0	180

Взаимодействие между всеми частицами в рамках Стандартной Модели осуществляется с помощью небольшого числа промежуточных частиц-переносчиков с целочисленным спином:

#### Взаимодействие

#### переносчик

Сильное	g - (несколько разных глюонов – 8 шт.)
Эл/магнитное	$\gamma$ – (гамма-квант)
Слабое	$W^-, W^+, Z^0$ - бозоны

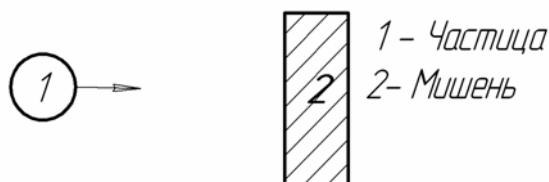
Дополнительные обобщенные заряды (c, b, t) проявляют себя в разных видах взаимодействий подобно странности (S): они сохраняются в сильном и электромагнитном взаимодействиях ( $\Delta c = \Delta b = \Delta t = 0$ ) и изменяются в слабых - ( $\Delta c = \Delta b = \Delta t = \pm 1$ ).

Конкретные примеры детального рассмотрения различных превращений реальных частиц удобнее рассматривать с применением диаграмм Фейнмана (см. Лекцию 10).

### Лекция 3

#### Электромагнитное взаимодействие частиц с веществом

Будем рассматривать процессы прохождения заряженных частиц и  $\gamma$  квантов различных энергий через вещество. Цель изучения – определить закономерности потерь энергии налетающих частиц (в дальнейшем – с индексом 1) в зависимости как от характеристик самих частиц (энергия  $T_1$ , скорость  $V_1$ , масса  $m_1$ , электрический заряд  $Z_1$ ), так и от параметров среды, через которую они проходят (плотности  $\rho$ , массовое число  $A$ , заряд ядра  $Z$ , прозрачность для видимого света). Такая детализация позволяет решать двудединую задачу: эффективной регистрации падающего на вещество излучения и оценки его проникающей способности с целью защиты от радиации. Потери энергии налетающих частиц происходят в основном за счет электромагнитного взаимодействия. Также возникает дополнительная потеря энергии (у протонов, ядер и нейтронов) за счет ядерного взаимодействия с веществом среды. Эти процессы в дальнейшем будут рассмотрены отдельно.



Задача решается с учетом толщины мишени (2), на которую падает частица (1): если мишень тонкая ( $dx$ ), то вычисляются удельные потери энергии ( $dE/dx$ ), если толстая – рассматривается процесс во всем объеме (по толщине).

Налетающие частицы рассматриваются в широком диапазоне энергий:  $I < T_1 \leq 100\text{Ч}mc^2$ , который является важным для практических целей. Величина  $I$  – усредненный потенциал ионизации атомов вещества (в среднем для разных атомов,  $I = 13,5 \text{ эВЧ}Z$ ).

**1. Физические процессы (для заряженных частиц),** которые происходят при прохождении через вещество.

1) Упругое взаимодействие с атомными электронами (ионизационные потери заряженных частиц):  $Z_1 + e \rightarrow Z_1 + e$ . Заряженная частица проходит через вещество и постепенно малыми порциями теряет свою энергию, а электроны её приобретают.

2) Упругое рассеяние на ядрах (многократное рассеяние) за счет кулоновского взаимодействия:  $Z_1 + Z \rightarrow Z_1 + Z$ . При рассеянии частицы на тяжелом ядре, сброса энергии практически нет. Угол рассеяния постепенно накапливается при многократных повторных столкновениях по всей толщине мишени.

3) Тормозное излучение, которое характерно только для налетающих электронов. При этом электрон, сталкиваясь с ядром мишени, испускает  $\gamma$  квант большой энергии:

$$e_1 + z \rightarrow e_1 + z + \gamma .$$

Энергия  $\gamma$  кванта приобретается за счет потери энергии электрона. В однократном взаимодействии с большой вероятностью может произойти значительная часть передачи энергии  $\gamma$ -кванту от электрона.

4) Черенковское излучение, которое возникает, если заряженная частица движется быстрее, чем скорость света в среде ( $v_1 > c/n$ , где  $n$  – показатель преломления). Частица на своем пути кратковременно поляризует молекулы среды, которые при деполяризации испускают видимый свет. Потеря энергии ничтожно мала (несколько процентов). Это явление используется для детектирования частиц.

## 2. Взаимодействие гамма квантов

1) Упругое рассеяние на электронах среды (комpton-эффект):  $\gamma + e \rightarrow \gamma' + e$ .

В этом процессе  $\gamma$  квант проявляет свойства частицы при передаче импульса электрону.

2) Фотоэффект. Взаимодействие  $\gamma$  кванта с нейтральным атомом. При этом  $\gamma$  квант поглощается, выбивая из атома электрон, в результате получается положительный ион и свободный электрон:  $\gamma + \text{атом} \rightarrow e^- + (\text{атом})^+$ . Процесс возможен, если энергия  $\gamma$  кванта превышает потенциал ионизации атома мишени.

3) Рождение электрон-позитронной пары, в электромагнитном поле ядра:  $\gamma + z \rightarrow e^- + e^+ + z$ . Процесс имеет энергетический порог, связанный с рождением  $e^-e^+$  пары частиц.

**3. Образование каскадного ливня** при попадании в вещество электрона или  $\gamma$  кванта высокой энергии (больше критической). Последовательность процессов тормозного излучения или образования пар частиц в толстой мишени приводят к лавинообразному нарастанию числа вторичных частиц ( $e^-$ ,  $e^+$ ,  $\gamma$ ) по глубине. Процесс прекращается, когда энергия этих вторичных частиц становится меньше критической для данного вещества. Явление используется в спектрометрах полного поглощения (калориметрах).

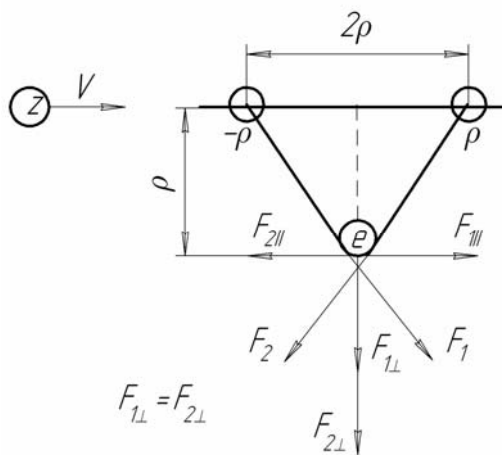
## Ионизационное торможение заряженных частиц

Рассмотрим движение тяжелой ( $m_1 \gg m_e$ ) заряженной частицы  $Z_1$  в веществе мишени. Частица попадает на границу мишени с кинетической энергией ( $T_1$ ). Процесс ионизационного торможения происходит на электронах среды. Необходимо выяснить как характеристики частицы и вещества влияют на процесс ионизационного торможения. Численные оценки показывают, потеря энергии при одном столкновении с электроном

составляет в среднем малую величину  $\Delta T_i \approx 5 \div 10 \text{ эВ}$ . Тогда, например, для протона с начальной энергией  $T_1 = 10 \text{ МэВ}$  потребуется около  $10^6$  «ионизационных» столкновений до полной остановки.

### Удельные ионизационные потери энергии

Потери энергии ( $dT$ ) налетающей частицы ( $T_1$ ) в тонком слое вещества ( $dx$ ) за счет ионизации, отнесенные к единичной толщине, называются удельными ионизационными потерями ( $dT/dx$ ). Решение задачи вычисления  $dT/dx$  начнем с кулоновского взаимодействия частицы  $Z_1$  с отдельным электроном. Для простоты примем, что энергия  $T_1 \gg I$ . Это позволяет считать электрон свободным. Тяжелая частица  $m_1$  пролетает мимо на расстоянии  $\rho$  (прицельный параметр). Ее траектория остается прямолинейной. Время взаимодействия мало, за это время электрон не успевает сместиться ( $\rho = \text{const}$ ). Будем считать что, взаимодействие происходит только на участке  $2\rho$ , а на остальных внешних участках взаимодействие отсутствует. Изобразим силы  $F_1$  и  $F_2$ , действующие на электрон, в двух разных симметричных точках для двух моментов времени движения частицы  $Z_1$ .



Разложим силы  $F_1$  и  $F_2$  на перпендикулярные и параллельные составляющие. Так как параллельные составляющие равны и противоположны по направлению, то они взаимно компенсируются. Эффективно действуют только перпендикулярные составляющие сил. Упрощение: заменим переменную силу, которая действует на участке  $2\rho$ , на силу в точке перпендикулярной

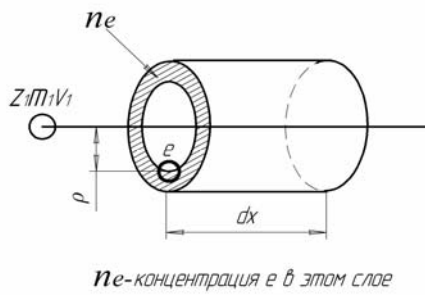
электрону, когда расстояние минимально и равно  $\rho$ . Время действия силы равно  $\Delta t = \frac{2\rho}{V_1}$ .

$$\text{Кулоновская сила } F_{k\perp} = \frac{z_1 e e}{\rho^2};$$

$$\text{Перпендикулярный импульс электрона: } p_{e\perp} = F_{k\perp} \cdot \Delta t = \frac{z_1 e^2}{\rho^2} \cdot \frac{2\rho}{V_1} = \frac{2z_1 e^2}{\rho V_1}$$

$$\text{Энергия, которую приобретает электрон: } \Delta T_{e\perp} = \frac{(\Delta p_{e\perp})^2}{2m_e} = \left(\frac{2z_1 e^2}{\rho V_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{2m_e} = \frac{2z_1^2 e^4}{\rho^2 V_1^2 m_e}$$

Точный расчет интегрирования по всему пути (от  $-\infty$  до  $+\infty$ ) дает такое же значение для энергии электрона.



Оценим полную энергию  $\Delta T_e$ , приобретенную всеми электронами с прицельным параметром  $\rho$  на толщине  $dx$ . На них действует одна и та же сила, так прицельный параметр везде одинаков. Количество электронов в слое цилиндра равно  $2\pi\rho \cdot d\rho \cdot dx \cdot n_e$ , где  $n_e$  – концентрация электронов.

$$\Delta T_e = 2\pi\rho \cdot d\rho dx \cdot n_e \cdot \Delta T_{e1};$$

$\Delta T_e$  – суммарная энергия, которую приобретают электроны, расположенные от пролетающей частицы на расстоянии  $\rho$ .

$$\Delta T_e = 2\pi\rho d\rho dx n_e \frac{2z_1^2 e^4}{\rho^2 V_1^2 m_e} = \frac{4\pi n_e z_1^2 e^4}{\rho V_1^2 m_e} d\rho dx;$$

Энергию, что потеряла частица - приобрели электроны в слое  $\Delta x$

$$\text{Удельная потеря на ионизацию частицей: } \frac{\Delta T_e}{\Delta x} \left[ \frac{\text{МэВ}}{\text{см}} \right] = \frac{4\pi n_e z_1^2 e^4}{\rho V_1^2 m_e} d\rho$$

(делаем замену  $\Delta x \rightarrow dx$ ;  $\Delta\rho \rightarrow d\rho$ )

$$\frac{dT}{dx} = C \int_{\rho_{\max}}^{\rho_{\min}} \frac{d\rho}{\rho} = C \ln \frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}} \quad (1);$$

$$\text{где } C = \frac{4\pi n_e z_1^2 e^4}{V_1^2 m_e}$$

$\rho_{\min}$  связан с  $\Delta T_{\max}$ : чем меньше  $\rho$ , тем больше передача энергии  $\Delta T$ .

$\rho_{\min} \sim \Delta T_{\max} \sim \Delta p \sim 2p$  (при столкновении приведенная

масса  $\mu = \frac{m_1 m_e}{m_1 + m_e} \sim m_e$ ), поэтому  $\Delta p \approx 2V_1 m_e$

Найдем  $\rho_{\max}$  из условия что, электрон не успевает сместиться за время взаимодействия.

$$\Delta t_r \text{ (время взаимодействия частицы)} \approx \rho / V$$

$$\text{Время одного оборота элетрона: } \Delta t_e \sim \frac{1}{v} \sim \frac{1}{v} \cdot \frac{\hbar}{\hbar} \sim \frac{1}{I(\text{потенциал ионизации})}$$

Берем предельный случай  $\Delta t_r \leq \Delta t_e$

Перейдем в (1) к пределам и учтём релятивистские эффекты:

$$(1) \rightarrow C \cdot \ln \frac{m_e V_1^2}{I(1-\beta^2)} - \text{формула Бете-Блоха}$$

$E = T + mc^2$ , тогда  $dE = dT$ , поэтому часто пишут  $dE$   
 $dT$  (налетающая частица теряет энергию)  $< 0$ , но  $dT_e > 0$   
(так как электрон получает энергию), поэтому  $|dT_1| = |dT_e|$ ,

$$\frac{dE}{dx} = \frac{z_1^2 n_e}{V_1^2 m_e} \cdot \ln \frac{2m_e V_1^2}{I_2(1-\beta_1^2)} - \text{формула Бете-Блоха}$$

Размерность  $\left[ \frac{dE}{dx} \right] = \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}$

Концентрация электронов:  $n_e = \frac{N_{\text{АВ}}}{A} \left( \frac{am}{z} \right) \cdot \rho \left( \frac{z}{\text{см}^3} \right) \cdot z \left( \frac{1}{am} \right)$ .

Размерность  $[n_e] = \frac{1}{\text{см}^3}$ .

Запишем концентрацию для мишени

$$n_e = \frac{N_{\text{АВ}}}{A_2} \rho_2 z_2 = \left( \frac{z_2}{A_2} \right) \rho_2 N_{\text{АВ}}$$

Параметр  $\frac{z_2}{A_2}$  мало меняется,

например для  ${}^{16}_8\text{O}$ :  $\frac{z}{A} = \frac{8}{16} = 0,5$ ; для  ${}^{235}_{92}\text{U}$ :  $\frac{z}{A} \approx 0,4$

Плотность вещества  $\rho \left( \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \right)$  меняется сильно:

$\rho \approx 10^{-3}$  (воздух);  $\rho \approx 10$  (свинец).

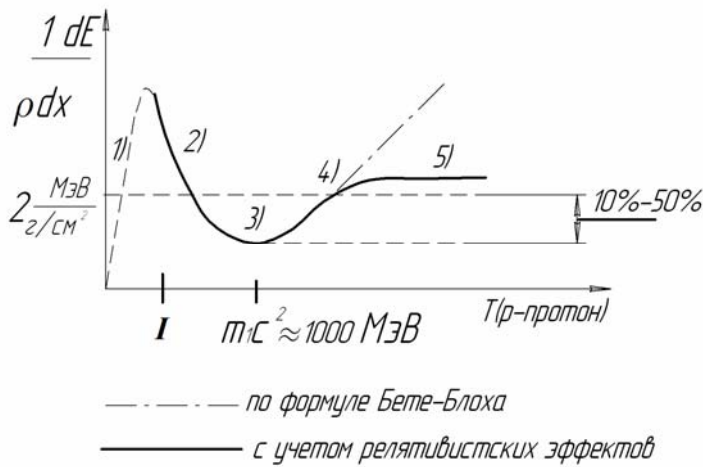
Для того, чтобы удобнее сравнивать ионизационные потери в разных веществах, надо использовать толщину в единицах  $\text{г}/\text{см}^2$ :

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \left[ \frac{\text{МэВ}}{\text{см} \frac{z}{\text{см}^3}} \right] = \left[ \frac{\text{МэВ}}{z / \text{см}^2} \right]. \text{ Зависимость ионизационных потерь от параметров}$$

частицы и мишени:  $\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \sim \frac{z_1^2}{V_1^2} \left( \frac{z_2}{A_2} \right) \ln \frac{m_e c^2 \beta_1^2}{I_2(1-\beta_1^2)}$ .

### График удельных ионизационных потерь энергии

Полученная выше формула для  $dE/dx$  относится к взаимодействию частицы в тонком слое вещества и представляет собой потери энергии в этом слое при фиксированной энергии  $T_1$ . Рассмотрим график  $dE/dx$ , в зависимости от энергии налетающей частицы.

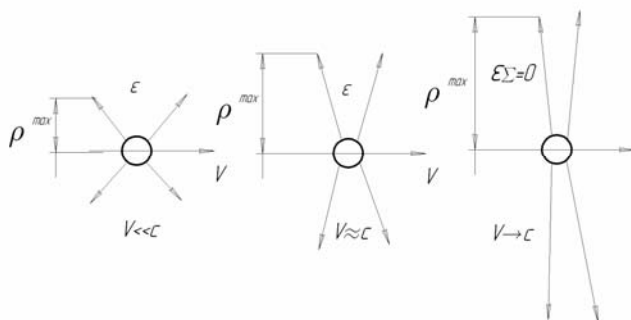


По оси  $x$  отложена кинетическая энергия налетающей частицы ( $Z_1=1$ , протон). По оси  $y$  – величина удельных ионизационных потерь энергии  $dE/dx$  (в единицах  $\text{МэВ}/(\text{г}/\text{см}^2)$ ).

Минимум функции достигается при  $V_1/c \geq 0,96$  или  $T_1 \approx (2 - 3) m_1c^2$ .

Можно выделить несколько характерных областей в зависимости  $dE/dx$  от энергии налетающей частицы  $T_1$ :

- 1) – участок, где  $T_1$  не превышает потенциал ионизации  $I$  ( $dE/dx$  не рассматривали – электрон связан). Энергия мала и тратится только на возбуждение атома.
- 2) – участок  $I \ll T_1 < m_1c^2$ . Здесь  $dE/dx \sim 1/V_1^2$  – с ростом  $V_1$  (или  $T_1$ ) величина потерь уменьшается. Это связано с уменьшением эффективного времени столкновения с электронами (см. выше - характерное время  $\Delta t = \frac{2\rho}{V_1}$ ).
- 3) – участок, где  $T_1 \approx m_1c^2$ . Скорость  $V_1$  приближается к скорости света ( $V_1 \approx c$ ) и время столкновения мало меняется. Это приводит к минимуму величины  $dE/dx$ .
- 4) – участок больших энергий  $T_1 > m_1c^2$ . Начинают заметно действовать релятивистские эффекты «деформации» (поперечного вытягивания) электрического поля налетающей частицы, что приводит к увеличению эффективного прицельного параметра взаимодействия  $\rho$ .



Вокруг летящей частицы  $Z_1$  существует сферическое электрическое поле. Если скорость  $V_1$  растет, то поле сжимается по оси  $x$  и вытягивается в поперечном направлении (по оси  $y$ ) - прицельный параметр  $\rho$  также растет. Поле начинает действовать на дальние

электроны и ионизация атомов увеличивается. Формально в формуле, рост  $dE/dx$  происходит за счет множителя  $1/(1-\beta^2)$ .

- 5) – участок ультррелятивистских энергий  $T_1 \gg m_1c^2$ . Начинается процесс экранирования поля частицы наведенным полем в атомах вещества (эффект плотности), приводящий к прекращению роста  $dE/dx$  с увеличением энергии. Когда  $V_1 \rightarrow c$ , параметр

$\rho$  становится больше размеров атома и возникает локальная поляризация. Внутреннее поле окружающих атомов направленно против поля частицы, и суммарное электрическое поле, действующее на дальние электроны, зануляется ( $\epsilon_{\Sigma} = 0$ ). Это ограничивает максимальное значение прицельного параметра  $\rho^{\max}$ . Ионизационные потери перестают возрастать и становятся постоянными. Величина возрастания ионизационных потерь зависит от плотности вещества и составляет (10 – 50)% в газах и менее 10% в твердом веществе.

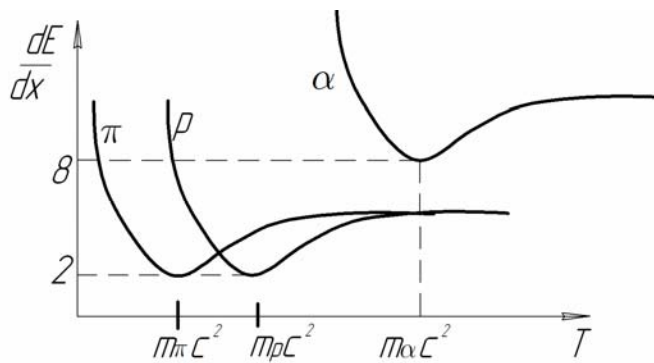
С учетом сказанного, в формулу Бете-Блоха необходимо внести поправку:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi \cdot Z_1^2 \cdot n_e \cdot e^4}{m_e \cdot V_1^2} \left\{ \ln \left( \frac{2m_e c^2 \beta_1^2}{I(1-\beta_1^2)} \right) - \delta(\beta_1) - U(\beta_1) \right\}$$

где  $\delta$  – учитывает эффект плотности и имеет вид (при  $\beta \rightarrow 1$ ):

$$\delta(\beta) = -\ln(1 - \beta^2) - 2\ln(I/h\nu_p) - 1, \text{ где } \nu_p - \text{плазменная частота электронов.}$$

Функция  $\delta(\beta)$  компенсирует логарифмический рост  $dE/dx$  при высокой энергии. Практически, полное выполаживание функции  $dE/dx$  происходит при  $T_1 \approx 50 \text{ мкс}^2$ . Функция  $U(\beta_1)$  учитывает потери энергии на возбуждение атома.



В качестве примера на одном рисунке приведены качественные графики  $dE/dx$  для трех разных частиц:  $\pi^+$  - мезона,  $p^+$  - протона и  $\alpha^{++}$  частицы. Кривые выглядят подобно, но смещены друг относительно друга, в зависимости от массы частиц и их зарядов.

Зависимость от заряда налетающей частицы имеет вид  $\sim Z_1^2$ .

### Ионизационные потери энергии электронов

Механизм потерь энергии налетающего электрона ( $m_1 = m_e, Z_1 = 1$ ) при столкновении с электронами среды в целом аналогичен процессу взаимодействия тяжелых частиц. Однако возникает ряд особенностей, обусловленных малой массой налетающей частицы и обменными эффектами между тождественными частицами. В значительной степени это влияет на выбор пределов интегрирования ( $\rho^{\min}, \rho^{\max}$ ). Окончательно, формула для  $dE/dX$  записывается в виде:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{4\pi e^4 \cdot n_e}{m_e \cdot V_1^2} \left\{ \ln \frac{m_e c^2 \beta_1^2}{2I^2 (1-\beta_1^2)} - 2(\sqrt{1-\beta_1^2} - 1 + \beta_1^2) \ln 2 + (1-\beta_1^2) + \frac{1}{8}(1-\sqrt{1-\beta_1^2}) \right\}$$

Анализ этой формулы показывает, что в нерелятивистском пределе ( $\beta_1 \ll 1$ ) при одинаковой скорости ( $V_1 = V_p = V_e$ ), удельные ионизационные потери протона и электрона отличаются незначительно. Если их энергии будут одинаковы, то отношение удельных потерь в этой области будет сильно отличаться в отношении масс  $m_p/m_e$ . В ультрарелятивистской области ( $T \approx 10$  ГэВ) фактор зависимости от скорости ( $V_1 \approx c$ ) пропадает, и ионизационные потери энергии выравниваются:  $(dE/dx)_e / (dE/dx)_p \approx 2$ .

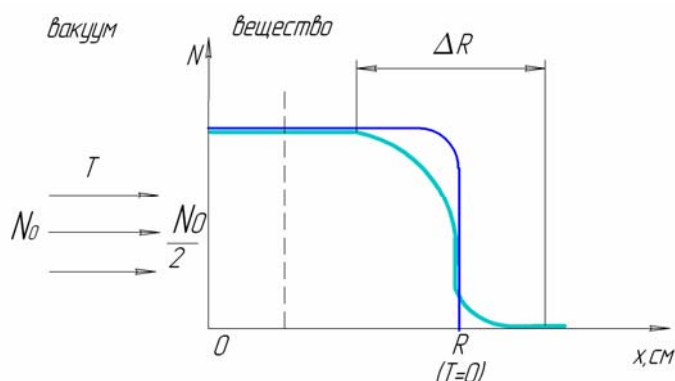
#### Вывод:

- заряженные частицы в слое вещества тратят свою энергию на возбуждение и ионизацию атомов;
- однократная передача энергии в среднем составляет малую величину (десятки эВ);
- удельные ионизационные потери (в тонком слое) зависят от заряда и скорости частицы  $dE/dx \sim z_1^2 / V_1^2$ ;
- на толщине  $1 \text{ г/см}^2$  ( $\Delta x(\text{г/см}^2) = \Delta x(\text{см}) \cdot \rho(\text{г/см}^3)$ ) величина  $dE/dx$  слабо зависит от характеристик вещества поглотителя (заряда, массового числа, плотности, потенциала ионизации атома  $-Z, A, \rho, I$ ). Это относится к быстрым частицам, кинетическая энергия которых значительно превышает средний потенциал ионизации вещества.

### Лекция 4

#### Пробег частиц, обусловленный ионизационными потерями

Пусть поток частиц  $N_0$  (энергия  $T$ ) падает на толстый слой ( $x$ ) вещества. При своем распространении через вещество заряженные частицы возбуждают и ионизируют атомы с передачей энергии электронам и постепенно растрачивают свою кинетическую энергию. Глубина, на которой они останавливаются ( $x = R$ ) представляет собой ионизационный пробег частиц.



На промежуточной глубине (пунктир на рисунке) число частиц остается постоянным и равным начальному числу  $N_0$ , вплоть до глубины  $x = R$ , где происходит их остановка (на рис. – синяя линия). Однако, реально существуют флуктуации передач энергии в

отдельных столкновениях с электронами среды: некоторые частицы тратят свою энергию раньше, другие позже. Реально, зависимость будет выглядеть по-другому - плавное уменьшение потока в конце пути (голубая линия). В качестве эффективной величины пробега принимается глубина, на которой поток убывает вдвое ( $N_0/2$ ). Величина разброса по глубине ( $\Delta R$ ) называется страгглинг («straggling»). При оценках поглощения частиц этот эффект надо учитывать. Особенно сильно проявляется разброс, если падающими частицами являются легкие электроны.

Найдем качественную зависимость пробега от начальной энергии частиц  $R(T)$  с учетом энергетического поведения функции  $dE/dx \sim f(V)$ :

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi \cdot Z_1^2 \cdot n_e \cdot e^4}{m_e \cdot V^2} \left\{ \ln \left( \frac{2m_e c^2 \beta^2}{I(1-\beta^2)} \right) - \delta(\beta) - U \right\}$$

При интегрировании удобно вместо  $dE/dx$  писать  $dT/dx$ . Пробег получается интегрированием  $R(T) = \int_0^R dx = \int_T^0 \frac{dT}{-dT/dx}$ . Для разных энергетических областей характерны различные функциональные зависимости:

1. - область,  $T < m_1 c^2$  – уменьшение ионизационных потерь с ростом энергии налетающей частицы. Здесь выполняется зависимость:

$$\frac{dT}{dx} \sim \frac{1}{V^2} \frac{m_1}{m_1} \sim \frac{1}{T}$$

$$\int dx = R = \int \frac{dT}{F(t)} \text{ так как } F(t) \sim \frac{1}{T} \text{ в итоге получаем } R \sim \int \frac{dT}{\frac{1}{T}} \sim \int T dT \sim T^2$$

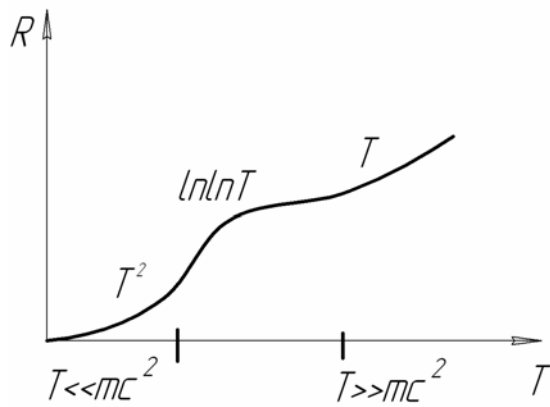
2. - область,  $T \geq m_1 c^2$  – релятивистский рост ионизационных потерь:

$$\frac{dT}{dx} \sim (\ln T) \equiv F(T), \text{ получается } R = \int \frac{dT}{F(T)} \sim \ln \ln T$$

3. - область,  $T \gg m_1 c^2$  – выполаживание (постоянство) ионизационных потерь:

$$\frac{dT}{dx} \sim \text{const}; \text{ следовательно } R \sim \int \frac{dT}{\text{const}} \sim T$$

Построим по полученным данным график «Зависимость пробега  $R$  от энергии  $T$ »



В области малых энергий налетающей частицы  $T$  пробег  $R$  растет пропорционально квадрату энергии; в области предельно больших энергий – зависимость становится линейной. Зависимость пробега от материала мишени ( $A, Z$ ) для больших начальных энергий выражается в виде  $R(\text{г/см}^2) \sim A/Z$ . При малых энергиях зависимость более сложная – заметную роль

играет средний потенциал ионизации  $I$ . Под интегральное выражение для  $R$  зависит только от скорости налетающей частицы. Поэтому для разных частиц ( $T_x, z_x, m_x$  - тяжелее электрона) с одинаковыми скоростями можно провести пересчет пробегов:

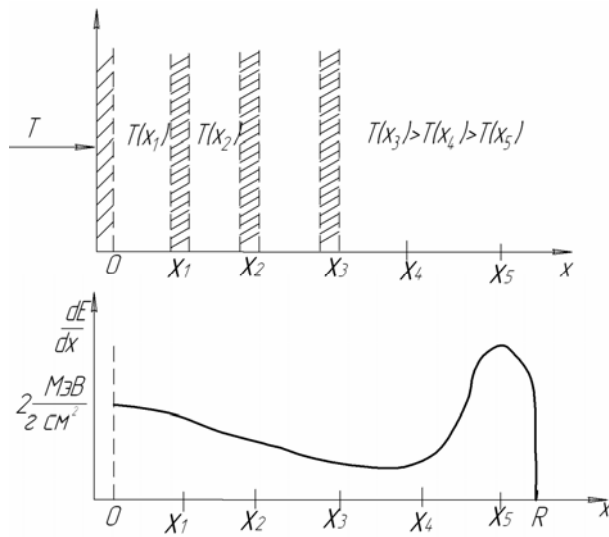
$$R_x(T_x) = \frac{m_x}{m_1} \cdot \frac{z_1^2}{z_x^2} \cdot R\left(\frac{m_1}{m_x} \cdot T_x\right) \cdot F(m_x), \quad \text{где}$$

$R\left(\frac{m_1}{m_x} \cdot T_x\right)$  - пробег известной частицы ( $z_1, m_1$ ) с энергией  $T_1 = \frac{m_1}{m_x} \cdot T_x$ . Функция  $F(m_x)$

учитывает слабую зависимость максимально переданной энергии  $T_e^{\text{макс}}$  от  $m_x$  при релятивистских энергиях. Функция  $F(m_x)$  порядка единицы; разница  $(F(m_x)-1)$  составляет несколько процентов. Для расчетов пробегов часто используются эмпирические аппроксимации (особенно для электронов) и табличные данные.

### Кривая Брэгга

Пусть на толстый слой вещества падает заряженная частица с энергией  $T$ . Необходимо построить график удельных ионизационных потерь  $dT/dx$  в зависимости от толщины  $x$  вещества: от границы и вплоть до пробега  $R$ . Эта зависимость носит название - кривая Брэгга.



Разделим условно всю толщину  $R$  на отдельные тонкие слои  $dx$  и рассмотрим торможение частицы большой энергии, например протона ( $T \gg m_p c^2$ ). По мере проникновения в вещество ( $x$ ) энергия частицы  $T(x)$  будет постепенно уменьшаться. Пусть на начальном участке (например, до  $x_1$ ) энергия  $T(x)$  еще остается значительно больше массы покоя.

Это соответствует тому, что удельные ионизационные потери  $dT/dx$  на этом участке остаются постоянными по глубине - около  $2 \text{ МэВ}/(\text{г}/\text{см}^2)$ . По мере дальнейшего продвижения, энергия частицы  $T(x)$  продолжает падать (участок  $x_2 - x_3$ ). Поэтому величина  $dT/dx$  будет также уменьшаться (см. логарифмический участок на кривой  $dT/dx$ ). Участок  $x_4 - x_5$  соответствует уменьшению энергии  $T$ : от  $mc^2$  до полной остановки, на котором  $dT/dx$  растет по мере замедления частицы (пик Брэгга). Закономерность в резком возрастании ионизационных потерь в конце пробега, перед остановкой, используется в медицине (лучевая терапия). Таким образом, легко заметить, что график  $dT/dx$  с ростом толщины поглотителя (энергия уменьшается) ведет себя аналогично графику удельных ионизационных потерь (тонкий слой  $dx$ ), если энергия падающей частицы на этот слой будет уменьшаться.

### Флуктуации ионизационных потерь энергии

Выражение для удельных ионизационных потерь в виде:

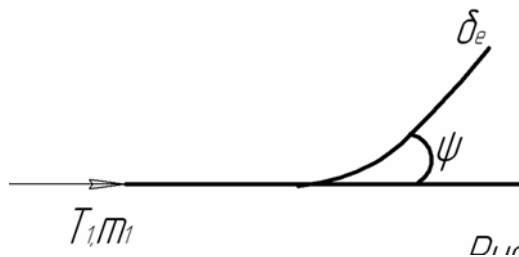
$$\frac{dT}{dx} = \frac{2\pi \cdot Z_1^2 \cdot n_e \cdot e^4}{m_e \cdot V_1^2} \left\{ \ln \left( \frac{2m_e V_1^2 T_e^{\text{макс}}}{I(1-\beta_1^2)} \right) - 2\beta_1^2 - \delta(\beta_1) - U(\beta_1) \right\}$$

является обобщением формулы Бете-Блоха на случай, если налетающая тяжелая частица ( $M_1, V_1, T_1, Z_1$ ) является релятивистской (см. лекцию 3). Переданная энергия электрону среды  $T_e$ , вылетающему под углом  $\psi$ , может быть представлена формулой:

$$T_e = 2m_e c^2 \frac{T_1(T_1 + 2M_1 c^2) \cos^2 \psi}{m_e^2 c^4 + M_1^2 c^4 + 2m_e^2(T_1 + M_1 c^2) + (T_1^2 + 2T_1 M_1 c^2)(1 - \cos^2 \psi)}$$

Эта формула получается достаточно просто из кинематики столкновения тяжелой частицы  $M_1$  с покоящимся электроном с применением 4-импульсов. Энергия будет

максимальной ( $T_e^{max}$ ) для угла вылета  $\psi = 0$ . В ультрарелятивистском приближении ( $T_1 \gg M_1 c^2$ ), максимальная передача энергии электрону может быть близка значению  $T_e^{max} = T_1$ . Таким образом, несмотря на малую передачу энергии электрону, которая в среднем составляет десятки эВ, возможны значительные флуктуации в сторону энергий, значительно превышающих потенциал ионизации атомов. Высокоэнергичные выбитые электроны ( $\delta$ -электроны) сами способны ионизовать атомы вещества. Прямые измерения показывают, что в среднем на создание одной пары ионов тратится 20 – 50 эВ, в зависимости от вещества газа. В редких случаях, при близких столкновениях, электроны могут получать значительно большую энергию ( $\delta$  электроны). Вероятность передачи большой энергии  $\delta$ -электронам квадратично падает: с ростом энергии электрона  $w(T_\delta) \sim 1/T_\delta^2$ . В нерелятивистском случае ( $T_1 \ll M_1 c^2$ ) формула для  $T_e$  упрощается:  $T_e = \frac{4m_e M_1}{(M_1 + m_e)^2} T_1 \cos^2 \psi$ .



При своем движении в веществе  $\delta$ -электронам проявляются (в трековых детекторах типа пузырьковой камеры, годоскопических счетчиков и др.) в виде дополнительных коротких следов, связанных с основным следом

проникающей заряженной частицы. Из формулы видно, что с ростом угла  $\psi$  вылета  $\delta$  электрона его энергия уменьшается. Такие электроны с максимальной энергией наблюдаются вдоль основного трека заряженной частицы. Таким образом, чем больше угол  $\psi$ , тем меньше энергия дельта электрона.

### Кривая Ландау

При падении тяжелой заряженной частицы на тонкий слой вещества конечной толщины  $\Delta x$  ионизационные потери энергии в этом слое  $\Delta E = \frac{dE}{dx} \cdot \Delta x$ , будут претерпевать значительные флуктуации за счет выбивания  $\delta$  электронов большой энергии, пробег которых не укладывается на толщине  $\Delta x$ . Часть энергии электронов будет «выноситься» из этого слоя. Ландау впервые решил эту задачу для вычисления наиболее вероятных потерь  $\Delta E_{вер}$  в слое  $\Delta x$ . Распределение потерь энергии  $W(\Delta E)$  получается несимметричным



и имеет пологий спад в сторону больших энергий. Наиболее вероятные потери в слое  $\Delta x$  (см) равны:

$$\Delta E_{\text{вер}} \approx \xi \cdot \ln\left(\frac{2m_e^2 c^2 \beta^2}{I^2 (1 - \beta^2)} \cdot \xi\right), \quad \text{где} \quad \xi = \frac{2\pi n_e e^4 z_1^2}{m_e c^2 \beta^2} \cdot \Delta x$$

Полуширина этого распределения на полувысоте максимума составляет около 20%  $\Delta E_{\text{вер}}$ . Относительная ширина распределения слабо зависит от толщины  $\Delta x$  поглотителя.

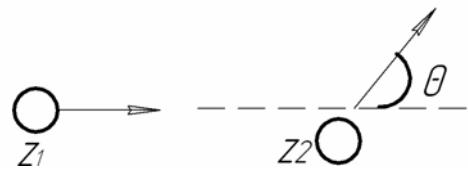
## Лекция 5

### Процесс многократного рассеяния

Прохождение заряженной частицы  $Z_1$  через вещество сопровождается электромагнитным взаимодействием не только с электронами среды, но также происходит упругое рассеяние на ядрах:

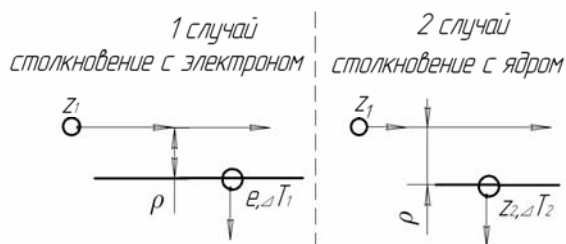
$$Z_1 + Z_2 \rightarrow Z_1 + Z_2$$

Отдельное столкновение с тяжелым ядром вызывает небольшое рассеяние (угол  $\theta$ ). Однако на толщине  $x$  постепенно накапливается заметное отклонение от



первоначального направления за счет повторного многократного рассеяния.

Сопоставим упругое взаимодействие тяжелой частицы  $Z_1$  на электроне ( $m_e$ ) и на ядре ( $Z_2, M_2$ ). Определим, какая из частиц получит большую энергию от частицы  $Z_1$ : электрон ( $\Delta T_e$ ) или ядро ( $\Delta T_2$ ).



Будем считать, что частица  $Z_1$  пролетает мимо электрона и ядра с одинаковым прицельным параметром  $\rho$  и с одинаковой скоростью  $V_1$ . В каждом из столкновений частица теряет часть энергии. Расчет оценок аналогичен

решению задачи о передаче энергии при кулоновском взаимодействии (лекция 3).

Было получено, что переданный импульс  $\Delta p = \Delta p_{\perp}$  и энергию  $\Delta T = \frac{(\Delta p_{\perp})^2}{2m}$  за счет кулоновского взаимодействия, можно выразить

$$\text{в виде: } \Delta p_{\perp} = F \Delta t = \left( \frac{z_1 z_2 e^2}{\rho^2} \right) \left( \frac{2\rho}{V_1} \right); \quad \Delta T = \frac{4z_1^2 z_2^2 e^4}{\rho^2 V_1^2} \cdot \frac{1}{2m}.$$

В результате получим:

$$\text{для электрона - } \Delta T_e = \frac{2z_1^2 \cdot 1 \cdot e^4}{\rho^2 V_1^2} \cdot \frac{1}{m_e}, \quad \text{для ядра - } \Delta T_2 = \frac{2z_1^2 z_2^2 e^4}{\rho^2 V_1^2} \cdot \frac{1}{m_2}$$

Отношение приобретенных энергий равно  $\frac{\Delta T_2}{\Delta T_e} = \frac{z_2^2}{m_2} / \frac{1}{m_e}$ .

Масса ядра  $m_2 \approx A_2 m_N - E_{\text{связи}}$ ; величиной  $E_{\text{связи}}$  можно пренебречь (менее 1% от массы ядра). Учитывая, что число протонов и нейтронов в ядре почти одинаково, то  $A_2 \approx 2z_2$ .

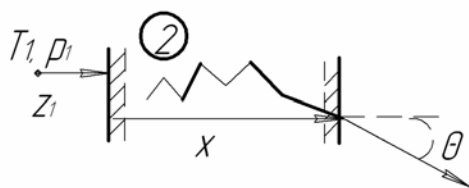
Отношение энергий получается в виде  $\frac{\Delta T_2}{\Delta T_e} \approx \frac{z_2^2}{2z_2} \frac{m_e}{m_N} = \frac{z_2 m_e}{2m_N}$ ;  $\frac{\Delta T_2}{\Delta T_e} = \frac{1}{2} \frac{1}{2000} z_2$

Величина  $z$  лежит в диапазоне  $1 < z_2 < 100$ .

Окончательно получаем, что  $\Delta T_2 \ll \Delta T_e$ ;  $\frac{1}{4000} < \frac{\Delta T_2}{\Delta T_e} < \frac{1}{40}$ .

Ядро  $M_2$  приобретает энергию  $\Delta T_2$  в десятки раз меньше, чем электрон. В тоже время, энергия, переданная электрону, сама составляет в среднем небольшую величину. Таким образом, налетающая частица  $M_1$  практически не теряет энергию при столкновении с ядром, происходит только его рассеяние за счет кулоновских сил.

Рассмотрим процесс многократного рассеяния в слое  $x$  вещества. При этом будем



полагать, что частица, проходя толстый слой, не должна заметно потерять энергию:  $T_1(x=0) \approx T_1(x)$ . Величина импульса частицы  $p_1$  при этом остается практически постоянной по глубине.

Это ограничивает верхнее значение толщины вещества и применимость используемых приближений.

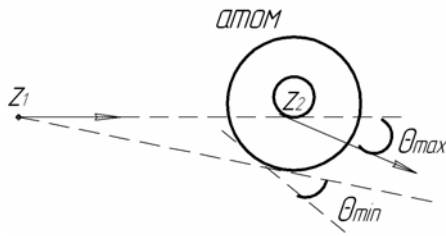
Суммарный угол  $\theta = \Sigma \theta_i$ , где  $\theta_i$  – рассеяние в  $i$ -ом взаимодействии, не может служить мерой рассеяния, поскольку его величина, с учетом знака углов отклонений  $\theta_i$ , равна нулю. Принято оценивать квадратичный угол:  $\bar{\theta}^2 = \Sigma \theta_i^2$ . Для учета взаимодействия частицы  $Z_1$  с отдельным ядром  $i$  можно использовать формулу Резерфорда

$$f(\theta) = \frac{df}{d\Omega} = \left( \frac{z_1 z_2 e^2}{4T_1 \sin^2(\theta/2)} \right)^2 = \frac{z_1^2 z_2^2 e^4}{4p_1^2 V_1^2 \sin^4(\theta/2)}, \text{ с учетом } T_1 = \frac{m_1 V_1^2}{2} = \frac{pV_1}{2},$$

чтобы оценить среднее значение квадрата угла рассеяния  $\overline{\theta_i^2} = \int \theta^2 f(\theta) d\Omega$ :

$$\overline{\theta_i^2} = \frac{\int \frac{\theta^2 d\Omega}{p_1^2 V_1^2 \sin^4(\theta/2)}}{\int \frac{df}{d\Omega} d\Omega} \sim \left[ \frac{z_1^2}{\sigma} \frac{z_2^2}{p_1^2 V_1^2} \right] \int \frac{\theta^2 \sin \theta d\theta \cdot 2\pi}{\frac{\theta^4}{2}} = [ ] \int \frac{\theta^2 \theta d\theta}{\theta^4} = [ ] \int \frac{d\theta}{\theta} = [ ] \ln \frac{\theta_{\max}}{\theta_{\min}}.$$

Формула получена в приближении малых углов - в расчетах взято  $\sin \theta \approx \theta$ . Когда частица проходит около ядра, то отклонение максимально, если на периферии (на границе атома), то отклонение минимально. Значения предельных углов связаны с размерами ядра ( $R_{яд}$ ) и атома ( $R_{ам}$ ) и зависят от материала вещества-мишени.



$$\theta^{\min} \sim \frac{1}{R_{ам}} = \varphi_{ам}(z_2)$$

$$\theta^{\max} \sim \frac{1}{R_{яд}} = \varphi_{яд}(z_2)$$

Суммарный среднеквадратичный угол многократного рассеяния  $\overline{\theta^2}$  можно получить как сумму значений  $\overline{\theta_i^2} = \sum_i \overline{\theta_i^2} \approx m \overline{\theta_i^2}$  по полному числу  $m$  отдельных  $i$

независимых столкновений на толщине  $x$ , которое записывается в виде  $m = \sigma \cdot n \cdot x$ , где  $\sigma(\text{см}^2)$  – полное резерфордское сечение рассеяния,  $n(1/\text{см}^3)$  – концентрация ядер мишени. Получается функциональная зависимость вида:  $\overline{\theta_i^2} = \frac{z_1^2 z_2^2 n_2 x}{p_1^2 V_1^2} \varphi(z_2)$ . Таким

образом, заряженная частица ( $Z_1$ ), движущаяся с импульсом  $p_1$  (скорость  $v_1$ ) через вещество толщиной  $x$ , приобретает среднеквадратичный угол  $\Theta \sim \frac{z_1 \sqrt{x}}{p_1 V_1}$ . Более точные

расчеты дают подобную количественную зависимость:

$$\Theta = \frac{z_1 E_s \sqrt{x/x_0}}{p_1 V_1}, \text{ где } E_s = \sqrt{4\pi 137 m_e c^2} = 21 \text{ МэВ},$$

где  $x_0$  – радиационная единица длины (размерность  $\text{см}$  или  $\text{г}/\text{см}^2$ ), которая характеризует поглощающую способность вещества для электромагнитного излучения (подробнее см. лекцию 6).

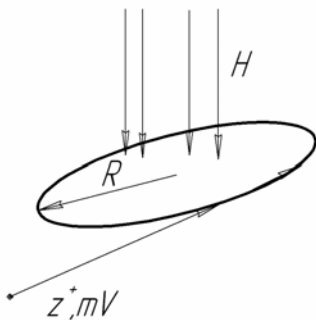
Формула для многократного рассеяния получена в приближении большого числа малых, независимых друг от друга, отклонений на толщине  $x$  и отражает гауссово

распределение углов на выходе мишени со среднеквадратичным отклонением  $\Theta$  от начальной прямолинейной траектории частиц. Многократное рассеяние приводит к «размытию» пучка параллельных частиц на выходе из мишени. Большие редкие отклонения при рассеянии приводят к тому, что на «хвостах» угловое распределение становится более пологим по сравнению с гауссовым распределением.

Многократное рассеяние особенно сильно, если налетающими частицами являются легкие электроны. В этом случае большая часть пучка рассеивается на значительные углы. Если мишень толстая, это приводит к постепенному уменьшению энергии частицы по глубине, увеличению углов рассеяния и изотропной диффузии.

### Движение заряженных частиц в магнитном поле

Многократное рассеяние играет важную роль на практике. Оно может ограничивать точность определения траектории движения частицы. Пусть положительно заряженная частица  $Ze$  с импульсом  $p_1$ , попадает в однородное магнитное поле перпендикулярно вектору  $\vec{H}$ .



Частица будет двигаться равномерно по окружности с радиусом  $R$ . На эту частицу действует сила Лоренца

$$F_L = \frac{Ze}{c} \vec{V} \times \vec{H} \quad (\text{запись в системе единиц CGSE}) \text{ и}$$

$$\text{центростремительная сила } F_{\text{центр}} = \frac{mV^2}{R}.$$

Их равенство позволяет вычислить величину радиуса вращения  $R = \frac{pc}{ZeH}$ . Такая форма записи справедлива и для релятивистского случая, когда  $pc = \sqrt{T(T + 2mc^2)}$ . Сделаем преобразование  $pc = \pm Z|e|RH$ . В зависимости от знака заряда частица будет вращаться в противоположных направлениях. Размерность импульса  $pc$  выражена в ед. эрг. Удобнее  $pc$  выражать в ед. эВ:

$$pc = \frac{(4 \cdot 8 \cdot 10^{-10} \text{ ед. CGSE}) ZHR}{1,6 \cdot 10^{-12}} \quad \text{или} \quad pc = 300zHR$$

$$[pc] = \text{эВ}; \quad [z] = 1; \quad [H] = \text{Гс}; \quad [R] = \text{см}$$

Если частица влетает под углом к магнитному полю  $\vec{H}$ , то импульс надо разложить на параллельную и перпендикулярную составляющие. Параллельная часть импульса даёт равномерное движение вдоль линии поля  $\vec{H}$ , а перпендикулярная – равномерное

вращение. В итоге получаем движение по спирали, направленное по линии поля. Такой характер движения заряженных частиц используется во многих физических установках.

Пусть, например заряженная частица попадает в магнитный спектрометр (заполненный веществом) и проходит расстояние  $d$  перпендикулярно направлению поля  $H$  по дуге окружности. При этом она поворачивается на угол  $\chi = \frac{d}{R} = \frac{ZeHd}{pc}$ . На толщине спектрометра  $d$  отношение угла многократного рассеяния  $\Theta$  к углу поворота в магнитном

поле  $\chi$  запишется в виде  $\frac{\Theta}{\chi} = \frac{E_s}{e} \cdot \frac{1}{H\beta\sqrt{x_0d}}$ , где  $\beta = \frac{V}{c} = \frac{pc}{E} = \frac{pc}{\sqrt{p^2c^2 + (mc^2)^2}}$  -

относительная скорость налетающей частицы. При определенных сочетаниях скорости частицы, поля и характеристик среды искажающее влияние многократного рассеяния может быть значительным.

## Лекция 6

### Тормозное излучение

При прохождении заряженной частицы ( $Z_1, m_1, T_1$ ) в электрическом поле атома ( $A_2, Z_2$ ) возникает тормозное излучение. Из классической физики известно, что интенсивность этого излучения  $J$  пропорциональна квадрату ускорения частицы:

$$J \sim (\ddot{x})^2 \sim \left(\frac{Z_1 Z_2}{m_1}\right)^2 \sim \frac{Z_2^2}{m_1^2}$$

Качественно, такая зависимость получается при кулоновском характере взаимодействия, при котором возникает ускорение:  $\ddot{x} = F / m_1 \approx \frac{Z_1 Z_2}{m_1}$ . Процесс тормозного излучения

происходит наиболее эффективно, если налетающей частицей является электрон, а столкновение осуществляется с тяжелым ядром.

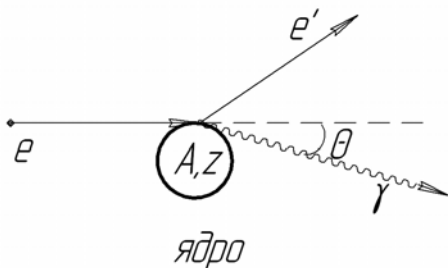


Схема процесса:

$$e_1 + z_2 \rightarrow \gamma + e^- + z_2$$

$$z : -1 + z \rightarrow 0 - 1 + z \quad \text{электрический заряд}$$

$$L : +1 + 0 \rightarrow 0 + 1 + 0 \quad \text{лептонный заряд}$$

$$B : 0 + z \rightarrow 0 + 0 + z \quad \text{барионный заряд}$$

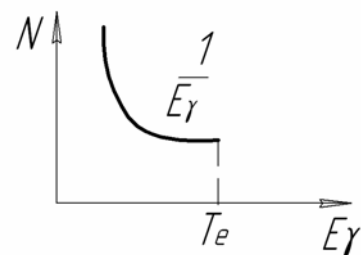
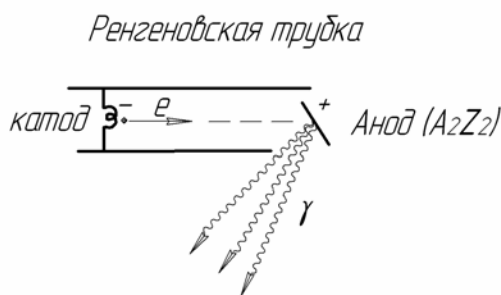
Вероятность тормозного излучения  $J_m$  при взаимодействии других, более тяжелых частиц (например, мюонов, протонов и др.) оказывается малой по сравнению с взаимодействием

электронов  $J_e$ . Поскольку вероятность сильно зависит от массы налетающей частицы  $w \sim 1/m^2$ , то легко оценить

$$\frac{J_m}{J_e} \sim \left(\frac{m}{m_e}\right)^2; \quad \text{для мюонов} \quad \frac{J_\mu}{J_e} \sim \left(\frac{m_e}{m_\mu}\right)^2 \sim 10^{-4}; \quad \text{для протонов} \quad \frac{J_p}{J_e} \sim \left(\frac{m_e}{m_p}\right)^2 \sim 10^{-6}.$$

Следует отметить, что процесс  $e \rightarrow e + \gamma$  тормозного излучения в вакууме (электрон – свободная частица) запрещен законами сохранения энергии-импульса. Покажем с применением техники четырехмерных импульсов, что этот процесс запрещен. Докажем от противного, пусть эта реакция разрешена. Напишем равенство 4-импульсов до, и после реакции  $P_e = P'_e + P_\gamma$ . Четырех импульс взят в виде  $P(E, i\vec{p})$ , где  $E$  полная энергия ( $E = T + mc^2$ ) частицы. Возведем равенство в квадрат  $(P_e)^2 = (P'_e + P_\gamma)^2$  и правую часть возьмем в системе центра инерции  $(m_e c^2)^2 = (T_e^* + m_e c + T_\gamma^*, i(p_e^* + p_\gamma^*))^2$ . Звездочки (\*) относятся к величинам энергии и импульса в с.ц.и. Поскольку суммарный импульс электрона и  $\gamma$  кванта в с.ц.и. равен нулю, то выражение упрощается  $(m_e c^2)^2 = (T_e^* + m_e c + T_\gamma^*, 0)^2$ . Величины  $T_e^* > 0$  и  $T_\gamma^* > 0$ , поэтому равенство не может быть выполнено. Это противоречит исходному условию; получаем – излучение  $\gamma$  кванта не возможно свободным электроном.

Известным примером тормозного излучения служит рентгеновское излучение электронов на аноде ускорительной трубки. Рассмотрим рентгеновскую трубку. Из катода вылетают электроны под действием нагрева. Внутри трубки вакуум. Электроны на пути к аноду разгоняются до сотен кэВ.



Гамма кванты в основном вылетают, перпендикулярно направлению движения электронов в широком телесном угле. Поток  $\gamma$  квантов  $N(E_\gamma)$  имеет непрерывный энергетический спектр  $N(E_\gamma) \sim 1/E_\gamma$ . Максимальная энергия  $\gamma$  квантов может достигать значений  $E_\gamma^{max} \approx T_e$ , незначительная энергия передается также ядру отдачи. Малая величина этой энергии обусловлена большой массой ядра.

## Сечение тормозного излучения

Первые расчеты тормозного излучения были предложены Ферми для столкновения быстрого электрона ( $\beta=v/c \approx 1$ ) с ядром. Решалась обратная задача – в системе координат, где электрон покоится, он взаимодействует с электромагнитным полем налетающего ядра.

Электрическая составляющая поля  $\vec{E}_\perp \sim \frac{ze}{r} \frac{1}{1-\beta^2}$ , магнитная  $\vec{H}_\perp \sim \beta E_\perp$ . При большой

энергии ( $\beta \approx 1$ ) электрическая и магнитная компоненты поля практически одинаковы и представляют собой плоскую электромагнитную волну, которая рассеивается на электроне. Решение этой задачи известно в электродинамике. Обратный переход в систему координат, связанную с электроном превращает рассеянную волну в тормозное излучение. Средний угол тормозного излучения получается порядка  $\theta \approx \frac{m_e c^2}{E_e}$ . Например,

для  $T_e=10$  МэВ величина  $\theta \approx \frac{m_e c^2}{T_e} \approx \frac{0,5 \text{ МэВ}}{10 \text{ МэВ}} = 0,05 \text{ (рад)} = 5 \cdot 10^{-2} \cdot 57^\circ \approx 3^\circ$ . При большой

энергии ( $E_e \gg m_e c^2$ )  $\gamma$  квант излучается практически по направлению электрона.

Бете и Гайтлер провели расчет радиационных потерь с учетом квантово-механических эффектов и конечных размеров атома. Вероятность тормозного излучения на отдельном ядре  $Z_2$  по разному зависит от прицельного расстояния  $\rho$ , на котором пролетает электрон мимо ядра. Для больших энергий электронов ( $T_e \gg m_e c^2$ ) возможны два предельных случая:

- 1) отсутствие экранирования поля ядра атомными электронами, если в основном взаимодействие происходит на близких расстояниях ( $R_{\text{ядра}} < \rho \ll R_{\text{атом}}$ ) от ядра и влиянием экранирующего поля внешних электронов можно пренебречь. В этом случае энергия электронов лежит в диапазоне  $m_e c^2 \ll T_e \ll 137 m_e c^2 / Z_2^{1/3}$ ;
- 2) полное экранирование поля ядра атомными электронами. Взаимодействие с ядром происходит в основном на далеких расстояниях  $\rho \gg R_{\text{атом}}$ . Это соответствует энергии  $T_e \gg 137 m_e c^2 / Z_2^{1/3}$ . При высокой энергии поперечная составляющая поля налетающего электрона сильно вытянута и действует на экранированное ядро.

Дифференциальное сечение тормозного излучения  $d\sigma/dE_\gamma$  релятивистских электронов получено в аналитическом виде для рассмотренных выше предельных случаев:

$$\frac{d\sigma}{dE_\gamma} \approx \frac{4n_2 z_2^2 r_e^2}{E_\gamma} \cdot \begin{cases} \ln \frac{2T_e(T_e - E_\gamma)}{m_e c^2 E_\gamma}; & m_e c^2 \ll T_e \ll 137 m_e c^2 / Z_2^{1/3} \text{ - отсутствие экранирования} \\ \ln \left( \frac{183}{z_2^{1/3}} \right); & 137 m_e c^2 / Z_2^{1/3} \ll T_e \text{ - полное экранирование} \end{cases}$$

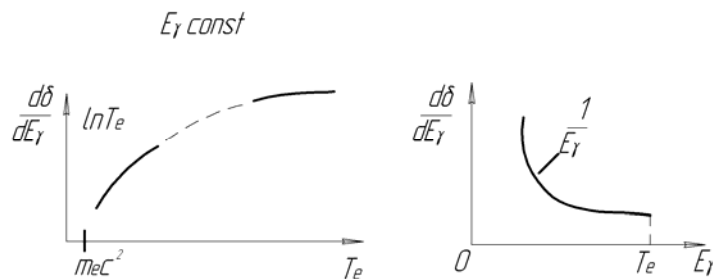
$$n_2 = \frac{N_{\text{АВ}}}{A_2} \rho_2 \left[ \frac{1}{\text{см}^3} \right] \text{ - концентрация атомов среды}$$

$$r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} \text{ - классический радиус электрона; } \alpha = \frac{1}{137}$$

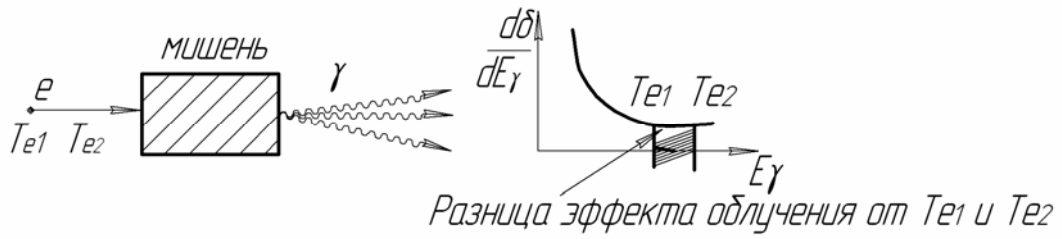
Величина сечения  $d\sigma/dE_\gamma \sim (z_2 e)^2$  пропорциональна квадрату заряда ядра. Тормозное излучение возможно также на отдельных электронах. В этом случае  $d\sigma/dE_\gamma \sim (1e)^2$ , пересчет на все электроны атома дает вклад  $\sim z_2 e^2$ . Поэтому в полном сечении  $d\sigma/dE_\gamma$  на один атом вещества зависимость от заряда получается в виде  $\sim z_2(z_2 + 1)$ , вместо  $z_2^2$ .

График дифференциального сечения  $\frac{d\sigma}{dE_\gamma} = f(T_e, E_\gamma)$ .

Рассмотренное выше поведение сечений представлено ниже на графиках:  
 слева - зависимость от энергии электрона  $T_e$  при фиксированной энергии  $E_\gamma$ .  
 справа - зависимость от энергии  $\gamma$  кванта  $E_\gamma$  при фиксированной энергии  $T_e$ .



При фиксированной энергии электрона  $T_e$  получается непрерывный поток  $\gamma$  квантов, вплоть до энергии  $T_e$ . Это требует определенной методики в проведении активационных экспериментов в пучке  $\gamma$  квантов высокой энергии, который получается при сбросе пучка электронов ускорителя на мишень-радиатор. Монохроматических  $\gamma$  квантов нет. Эксперимент в области энергий  $E_{\gamma \text{ max}} \approx T_e$  проводится дважды при двух близких



значениях  $T_{e1}$  и  $T_{e2}$ . Каждый раз в результате облучения  $\gamma$  квантами получается какой-то физический эффект. Разница значений после активации при этих двух энергиях и будет результатом, который относится к  $E_\gamma \approx (T_{e1} + T_{e2})/2$ .

### Потери энергии на тормозное излучение

Используя формулу для дифференциального сечения  $\frac{d\sigma}{dE_\gamma} = f(T_e, E_\gamma)$  можно получить зависимость удельных потерь тормозного излучения электронов:

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = \int_0^{T_e} E_\gamma \cdot \left(\frac{d\sigma}{dE_\gamma}\right) dE_\gamma = T_e n_2 z_2^2 r_e^2 \alpha \ln\left(\frac{183}{z_2^{1/3}}\right).$$

Знак минус в формуле отражает потерю энергии налетающей частицы. При большой кинетической энергии  $T_e$  мало отличается от полной энергии  $E$ . Поэтому полученное выражение для радиационных потерь можно представить в виде  $-\frac{dE}{dx} = E \frac{1}{x_o}$ , где

$$x_o = \frac{1}{T_e n_2 z_2^2 r_e^2 \alpha \ln\left(\frac{183}{z_2^{1/3}}\right)}. \text{ Величина } x_o \text{ - рад. единица длины с размерностью (см).}$$

Концентрация ядер  $n_2 = n_{\text{ядер}} = N_{\text{Ав}} \frac{1}{A_2} \rho_2$ , где  $N_{\text{Ав}}$  - число Авогадро.

Удельные радиационные потери линейно растут с энергией налетающей частицы. На одной радиационной единице длины (см, или г/см<sup>2</sup>) с большой вероятностью происходит излучение  $\gamma$  кванта.

Выражение для  $x_o$  относится к электрону, как налетающей частице на мишень, и зависит от характеристик самой мишени ( $n_2, z_2$ ). Пусть вместо электрона будет частица с массой  $m_1$ . Параметр  $r_e = \frac{e^2}{m_e c^2}$  в формуле для  $x_o$  надо заменить на  $r_{m_1} = \frac{e^2}{m_1 c^2}$ . После подстановки получим  $x_o^{m_1} = x_o^e \cdot (m_1 / m_e)^2$ . Например, для сравнительно легкого  $\pi$  мезона

значение  $x_o^p = x_o^e \cdot (m_\pi / m_e)^2 \approx 10^5 x_o^e$ . Для более тяжелого протона это соотношение становится еще больше  $x_o^p \approx 4 \cdot 10^6 x_o^e$ .

Зависимость  $x_o^e$  от вещества мишени в основном определяется выражением  $x_o \sim \frac{A_2}{\rho_2 z_2^2} = \frac{A_2}{z_2} \cdot \frac{1}{\rho_2 z_2}$ . Принимая для оценки, что  $\frac{A_2}{z_2} \approx 2$  для многих веществ, зависимость

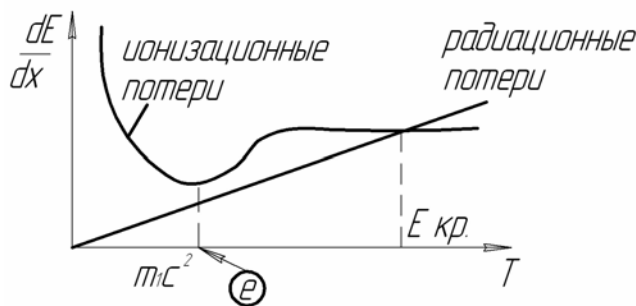
становится еще проще  $x_o \sim \frac{1}{\rho_2 z_2}$ . Если радиационная ед. длины выражать в г/см<sup>2</sup>, то

остается соотношение  $x_o (г/см^2) = x_o (см) \frac{1}{z_2}$ .

Выясним, по какому закону будет меняться энергия налетающей частицы  $E_o$  по глубине  $x$  мишени (поглотителя). Учитывая дифференциальную зависимость  $-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{рад} = \frac{E}{x_o}$ , можно получить  $\int_{E_o}^E \frac{dE}{E} = -\int_o^x \frac{dx}{x_o}$  или  $E(x) = E_o e^{-x/x_o}$ . На толщине одной радиационной единицы длины начальная энергия частицы  $E_o$  уменьшается в  $e$  раз:  $E(x = x_o) = E_o / e$ .

### Критическая энергия

Прохождение электрона через вещество сопровождается процессами ионизационных потерь и радиационного излучения. На одном графике приведены удельные потери энергии в этих двух процессах  $-(dE/dx)_{ион}$  и  $-(dE/dx)_{рад}$ . Точка пересечения дает значение критической энергии электрона  $T_e \approx E = E_{кр}$ .

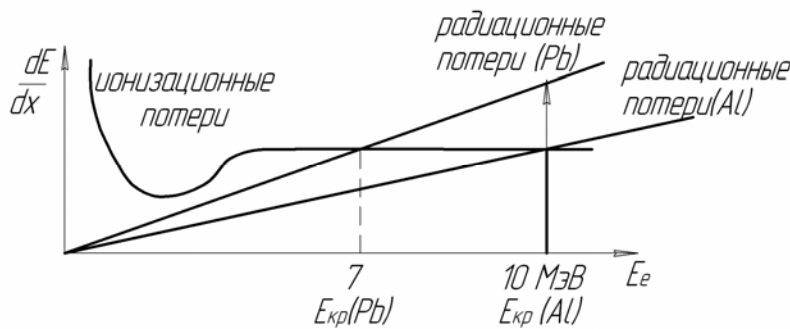


Сравнение формул удельных потерь при  $E_e = E_{кр}$  позволяет найти зависимость критической энергии от параметров частицы и характеристик среды

$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{ион} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{рад}$ . Выше было получено, для удельных потерь

$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{ион} \sim \frac{z_1^2 n_2}{m_e V_1^2} z_2$  и  $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{рад} \sim E z_2^2 n_2$ ; с учетом  $V_1 \approx c$  и  $z_1 = 1$  (частица электрона)

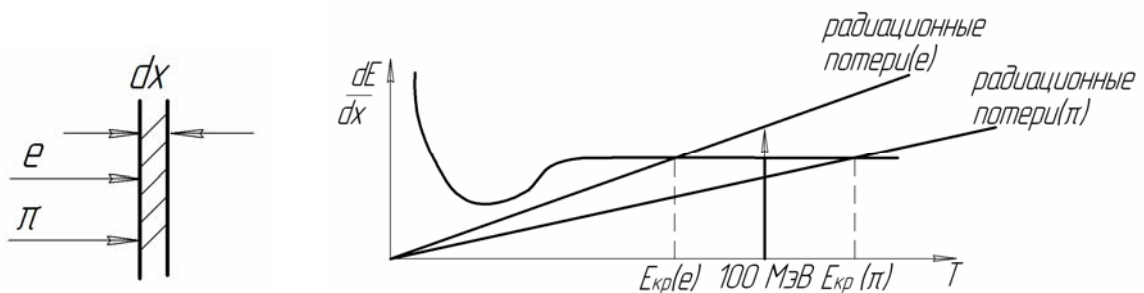
можно найти  $E_{кр} \approx \frac{const}{z_2}$  или в числовом виде  $E_{кр} = \frac{600}{z_2} (МэВ)$ . Например, для свинца  $E_{кр} \approx 7 МэВ$ , для алюминия  $E_{кр} \approx 46 МэВ$ . Чем легче вещество, тем больше значение критической энергии. Величина  $E_{кр}$  является граничной энергией, начиная с которой превалирует тормозное излучение по сравнению с ионизационными потерями.



Так, например, при падении электрона с энергией  $T_e = 30 МэВ$  на  $Al$  и  $Pb$  мишень: в первой - потеря энергии будет происходить за счет

ионизации ( $T_e < E_{кр}^{Al}$ ), во второй – за счет радиационного излучения ( $T_e > E_{кр}^{Pb}$ ).

Учитывая зависимость  $d\sigma/dE_\gamma \sim 1/m_1^2$ , можно показать, что для однозарядной частицы массой  $m_1$  критическая энергия пересчитывается по формуле  $E_{кр}^{m_1} \approx E_{кр}^e \cdot (m_1/m_e)^2$ . Значения  $E_{кр}$  для таких частиц как  $\pi$  мезон, протон на много порядков превышают критическую энергию для электрона:  $E_{кр}^\pi \approx 10^5 \cdot E_{кр}^e$  и  $E_{кр}^p \approx 4 \cdot 10^6 \cdot E_{кр}^e$  и составляют более 100 ГэВ. Это означает, что в прикладных исследованиях практически можно пренебречь тормозным излучением частиц тяжелее электрона. Поэтому, если, например, на слой вещества попадают быстрый электрон и  $\pi$  мезон ( $T \approx 100 МэВ$ ), то электрон теряет



энергию в основном на излучение, а  $\pi$  мезон - на ионизацию вещества (без дополнительного учета ядерного взаимодействия).

Тормозное излучение имеет важное отличие от процесса ионизационных потерь. Сброс энергии на излучение может происходить большими порциями. Это следует из

спектра потерь:  $\frac{dE}{dx_{\text{рад}}} \sim \int E_\gamma \cdot \frac{d\sigma}{dE_\gamma} \cdot dE_\gamma \sim \int E_\gamma \cdot \frac{1}{E_\gamma} \cdot dE_\gamma \sim \text{const} \int_{E_{\gamma 1}}^{E_{\gamma 2}} dE_\gamma \sim \Delta E_\gamma$ . В любой части

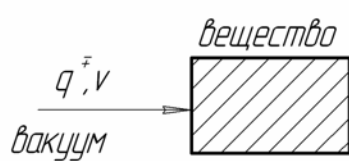
энергетического спектра излучения одинаковая доля потерянной энергии равновероятна. Сброс энергии может происходить большими порциями за малое число взаимодействий.

В итоге можно сделать вывод, что тормозное излучение наиболее характерно для электронов, другие частицы практически не участвуют в этом процессе. Процесс тормозного излучения превалирует над ионизационными потерями, когда энергия падающего электрона больше критической энергии. Чем меньше критическая энергия, тем раньше начинается тормозное излучение.

## Лекция 7

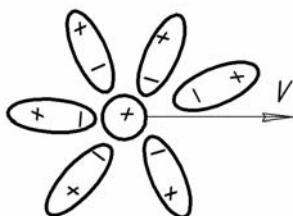
### Черенковское излучение

Излучение в области видимого света, которое возникает при равномерном движении заряженной частицы в оптически прозрачной среде, было открыто Черенковым (1934г). Условием возникновения черенковского света является требование движения



частицы со скоростью, превышающей скорость распространения света в данной среде,  $V > (c/n)$  или что тоже самое  $\beta > 1/n$ , где  $n$  – показатель преломления вещества.

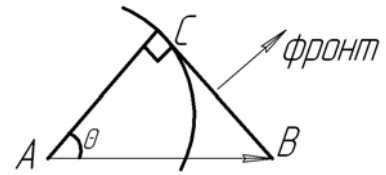
Черенковское излучение возможно непосредственно от: электронов, протонов, ядер и т.д., но не возможно от нейтронов и гамма-квантов. При движении частицы за счет электромагнитного поля возникает пространственная поляризация атомов, центром которой является сама заряженная частица. Рассмотрим частицу в веществе, в какой то момент времени. Если  $V < (c/n)$ , то поляризация окружающих атомов квазисферически симметричная. В близкий момент времени, происходит деполяризация, так как частица



смещается. Возможно ли когерентное излучение от многих поляризованных атомов? Сферически симметричная поляризация должна образовать сферическую электромагнитную волну – но таких волн нет в природе. Следовательно, происходит взаимная компенсация

излучения от отдельных диполей и реального излучения не наблюдается. Пусть скорость частицы будет  $V > (c/n)$ . Электрическое поле вытянуто поперек движения и не обладает

сферической симметрией, следовательно, при деполяризации может возникнуть электромагнитная волна. Фронт этой волны строится по принципу Гюйгенса как огибающая всех волн в близкие последовательные периоды времени. В какой-то начальный момент  $t$  частица была в точке А, потом она пролетела расстояние АВ за время  $\Delta t$ . Когда частица была в точке А испускается волна, она



проходит расстояние  $AC = \left(\frac{c}{n}\right)\Delta t$ . В момент времени  $t + \Delta t$  частица достигла точки В и волна еще не успела распространиться от местоположения частицы. Огибающей всех волн является линия ВС – фронт, который в пространстве образует конус. Излучение направленное – фронт составляет угол  $\theta$  по отношению к скорости частицы. Угол  $\theta$

получается из геометрического соотношения  $\cos \theta = \frac{AC}{AB} = \frac{\left(\frac{c}{n}\right)\Delta t}{V\Delta t} = \frac{1}{n} \frac{1}{\left(\frac{V}{c}\right)} = \frac{1}{n\beta}$ . Связь

скорости частицы с угловой зависимостью направления черенковского излучения  $\cos \theta = 1/n\beta$  позволяет определить скорость частицы с точностью  $d\beta/\beta = d\theta\sqrt{\beta^2 n^2 - 1}$ .

Анализ формулы  $\cos \theta = 1/n\beta$  дает ряд предельных кинематических характеристик, относящихся к черенковскому излучению:

- пределы измерения скорости  $\beta$  лежат в диапазоне  $1/n \leq \beta < 1$ ; минимальное значение  $\beta$  получается в виде  $\beta^{min} = 1/n$ , если принять  $\cos \theta = 1$ . При  $\cos \theta = 1$  излучение направлено вдоль траектории движения частицы ( $\theta = 0^\circ$ ). Например, для полистирола ( $n=1,59$ ) значение  $\beta^{min} = 0,63$ . Это соответствует минимальной энергии электрона (с

$$\text{учетом релятивизма)} T_e^{min} = m_e c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) = 0,5 \left( \frac{1}{\sqrt{1-0,63^2}} - 1 \right) = 0,65 \text{ МэВ};$$

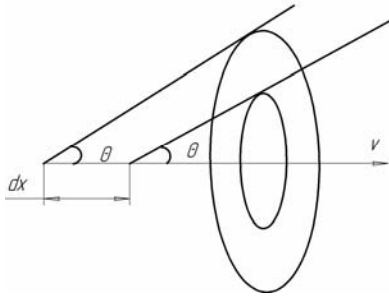
- максимальный угол фронта черенковского излучения равен  $\cos \theta_{max} = 1/n$  и определяется условием  $\beta_{max} \approx 1$ . Угол  $\theta_{max} = \arccos(1/n)$  и для полистирола равен  $51^\circ$ . Для газовой мишени можно получить  $n \approx 1$ , в этом случае излучение будет направлено почти перпендикулярно к направлению движения частицы  $\theta_{max} \approx 90^\circ$  - это предельный угол излучения.

Интенсивность черенковского излучения на единицу длины пути (1 см) в единичном интервале частот (Гц) дается формулой Тамма-Франка:

$$\frac{d^2N}{dx dv} = \frac{4\pi^2 e^2 Z^2}{hc^2} \left( 1 - \frac{1}{n(v)^2 \beta^2} \right) = \frac{4\pi^2 e^2 Z^2}{hc^2} \sin^2 \theta = \frac{2\pi Z^2}{137c} \sin^2 \theta,$$

где  $h$  – постоянная Планка,  $c$  – скорость света (см/сек). Для большинства практически используемых веществ показатель преломления  $n(v)$  остается постоянным в области частот видимого света  $\sim 3,5 \cdot 10^{14}$  сек<sup>-1</sup>. Из этой формулы следует:

- спектр одинаков для частиц разных типов ( $e^-$ ,  $\pi^+$ ,  $p^+$  ...) при одинаковом по величине заряде  $Z$ ;
- число фотонов пропорционально квадрату заряда налетающей частицы –  $Z^2$ ;
- с ростом скорости  $\beta$  число фотонов растет от нуля (при  $\beta^{мин} = 1/n$ ) и достигает значения  $\frac{4\pi^2 e^2 Z^2}{hc^2} \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right)$  при  $\beta_{макс} \approx 1$ ;
- частотное распределение спектра - равномерное, не зависит от частоты фотонов. Это означает, что основная энергия черенковского излучения сосредоточена в коротковолновой (синей) части спектра, поскольку энергия квантов света пропорциональна частоте волны  $E_\gamma = h\nu$ .



Согласно формуле Тамма-Франка число фотонов в области видимого света  $N$ , излучаемых частицей с зарядом  $Z$  на 1 см пути, составляет около  $N \approx 500 \cdot Z^2 \cdot \sin^2 \theta$  (фотон/см). Эти фотоны летят в конусе с раствором  $2\theta$ . Например, в полистироле

$N \approx 150$  фотон/см для релятивистских однозарядных частиц.

Потери энергии на черенковское излучение составляют малую долю от энергии налетающей частицы. Числовые оценки (для  $Z=1$ ) дают значение удельных потерь энергии

$$\left( \frac{dE}{dx} \right)_{чер} \approx \frac{dN}{dx} \bar{E}_\gamma \approx 500 \cdot 1 \text{ эВ} = 500 \frac{\text{эВ}}{\text{см}}.$$

Сопоставление (например для воды, где  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ )

$$\text{с удельными ионизационными потерями} \left( \frac{dE}{dx} \right)_{H_2O} \approx 2 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}$$

указывает на малый вклад

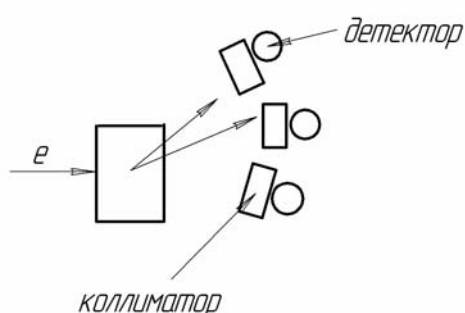
черенковского излучения в общую передачу энергии веществу мишени

$$\left( \frac{dE}{dx} \right)_{чер} / \left( \frac{dE}{dx} \right)_{иониз} = \frac{500 \text{ эВ/см}}{2 \cdot 10^6 \text{ эВ/см}} \approx 2 \cdot 10^{-4} \approx 2 \cdot 10^{-2} \%.$$

### Черенковские счетчики частиц.

Черенковское излучение используют как детектор (идентификатор) частиц. Возможны два способа регистрации заряженных частиц.

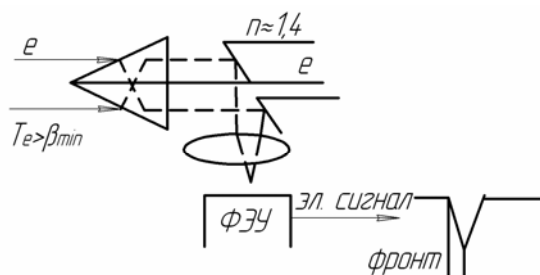
Дифференциальный способ позволяет по углу излучения  $\beta$  узнать о скорости частицы: в соответствии с формулой  $\cos \theta = 1/n\beta$  получить значение скорости  $\beta = 1/n \cos \theta$ . Каждому углу  $\theta$  отвечает определенная скорость  $\beta$ .



Дифференциальный счетчик помимо радиатора (вещества-излучателя света) должен содержать разветвленную оптическую систему с коллиматорами лучей света по разным направлениям, связанную со множеством отдельных импульсных детекторов фотонов

(например, фотоэлектронных умножителей – ФЭУ). Существует множество различных конструкций дифференциальных счетчиков, обусловленных конкретными особенностями эксперимента, общей задачей которых является надежная регистрация малого числа фотонов в отдельном коротком ( $\sim 10^{-10} - 10^{-9}$  сек) интервале времени.

Второй способ регистрации – интегральный. В счетчике регистрируются все заряженные частицы со скоростью  $\beta > \beta_{\min}$ . Такие счетчики являются пороговыми и, как правило, служат для мониторингования пучка и управления системой регистрации частиц.



На схеме счетчика условно показан поток электронов ( $e$ ), который падает на конус из прозрачного вещества ( $n=1,4$ ) вдоль его центральной оси. Возникающий свет (пунктир) выходит из конуса, попадает на зеркало и через линзу собирается на

фотокатоде ФЭУ. Такая геометрия обеспечивает собиание света для любых углов излучения и является примером порогового счетчика. Например, в счетчике с водяным радиатором ( $n=1,33$ ,  $\beta_{\min}=0,75$ ) будут регистрироваться электроны начиная с кинетической энергии  $T_e^{\min} = 0,26 \text{ МэВ}$ , а протоны - начиная с  $T_p^{\min} \approx 470 \text{ МэВ}$ . Поэтому, если имеется смешанный пучек частиц электронов и протонов, то вплоть до энергии 470 МэВ счетчик будет давать сигнал лишь при прохождении через него только электронов. Другой пример: пучек частиц с определенным импульсом  $pc$  выходит из магнитного спектрометра. Напомним, что  $pc(\text{эВ}) = 300 \cdot Z \cdot H \cdot R$ , где  $H(\text{Гс})$ - магнитное поле,  $R(\text{см})$ - радиус трека,  $Z$ -заряд частицы. В таком спектрометре (с фиксированным радиусом) может формироваться пучек пионов и мюонов, получившихся в реакциях рождения и распада на ускорителе. Из-за различия в массах, скорости таких частиц будут тоже разными  $\beta_\mu > \beta_\pi$ .

При условии  $\beta_\pi < 1/n < \beta_\mu$  можно подобрать характеристики радиатора  $n$  так  $1/\beta_\pi < n < 1/\beta_\mu$ , чтобы черенковское излучение возникало только при прохождении более легких частиц мюонов. Счетчик будет вырабатывать сигнал только в момент прохождения мюона. Это условие можно использовать в триггере при селекции легких частиц в экспериментальной установке, расположенной дальше за черенковским счетчиком.

Сигналы черенковских счетчиков практически безинерционны и короткие по длительности ( $\sim 10^{-9}$  сек), что позволяет использовать счетчики в больших потоках частиц с высокой эффективностью регистрации.

### Синхротронное излучение

Равномерное вращение электрона по окружности в поперечном магнитном поле вызывает синхротронное (или магнитотормозное) излучение, которое обусловлено большим центростремительным ускорением действующим на заряженную частицу. Название синхротронного излучения связано с тем, что оно было впервые обнаружено на ускорителях типа синхротрона. Формула из книги «Теория Поля» Ландау дает связь

интенсивности излучения  $\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_e$  при движении электрона со скоростью  $\beta$  в электрическом и магнитном поле с напряженностями  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  (в системе ед. CGSE):

$$\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_e = \frac{2}{3} \frac{e^4}{c^3 m_e} \left[ \frac{\{\vec{E} + \frac{1}{c}[\vec{V} \times \vec{H}]\}^2 - \frac{1}{c^2}\{\vec{E} \times \vec{H}\}}{(1-\beta^2)^2} \right].$$

Эта формула применима для релятивистских условий. В данном случае внешнее

электрическое поле отсутствует и формула упрощается  $\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_e \sim \frac{[\vec{V} \times \vec{H}]^2}{m_e^2(1-\beta^2)^2} \sim |\ddot{x}|^2$ .

Используя зависимость  $E_e = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ , получим значение  $E_e^4 \sim \frac{1}{(1-\beta^2)^2}$ . Подстановка в

формулу в явном виде указывает на сильную степенную связь интенсивности излучения и

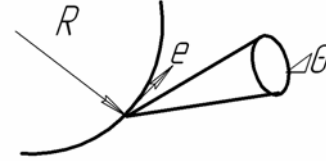
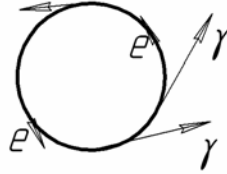
энергии электрона  $\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_e \sim \frac{E_e^4}{m_e^2}$ . При равномерном вращении электрона по окружности

синхротронное излучение распределено равномерно вдоль орбиты и направлено по

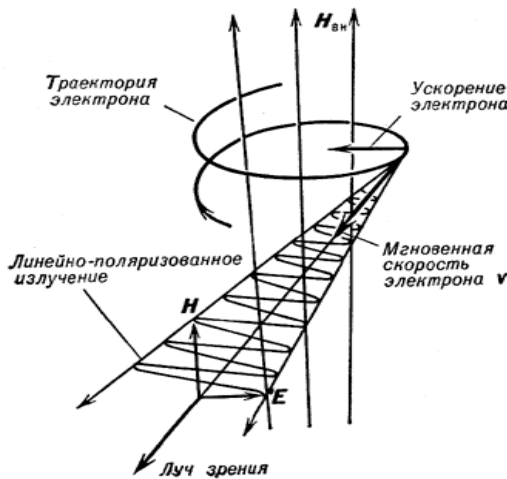
касательной в небольшом угловом растворе углов  $\Delta\theta = \sqrt{1-\beta^2} = \frac{m_e c^2}{E_e}$ . Например, для

энергии электрона  $E_e=100$  МэВ значение  $\Delta\theta = \frac{0,5 \text{ МэВ}}{100 \text{ МэВ}} \cdot 57^\circ = \left(\frac{1}{4}\right)^\circ$ . При еще больших углах этот угол может составлять доли *мрад*.

*излучение вдоль траектории*

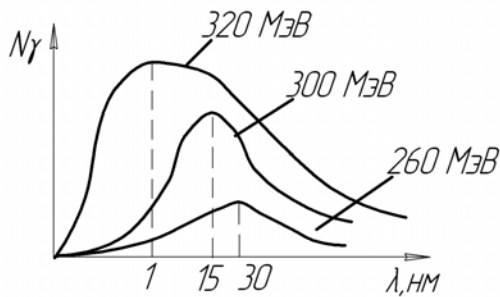


В любой момент времени в определенном пространственном направлении излучение распространяется в виде узкого конуса. В настоящее время в качестве источников синхротронного излучения используются кольцевые накопители электронов с большим током, которые позволяют получить узкий с высокой плотностью поток излучения на уровне  $10^{15}$  фотон/сек/мм<sup>2</sup>/мрад. Характерная частота синхротронного излучения определяется выражением  $\omega_c \approx \omega_0 \cdot \gamma^3$ , где  $\omega_0 = \frac{V}{R} = \frac{ecH}{E_e}$  - циклотронная частота вращения электрона на круговой орбите (R – радиус орбиты, H – поперечное магнитное поле,  $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$  - лоренц-фактор. При релятивистских энергиях электронов частота синхротронного излучения  $\omega_c$  на несколько порядков выше циклотронной частоты.



При вращении электрона в синхротроне получается поляризованное излучение гамма-квантов. Сила Лоренца действует в плоскости орбиты, в этой же плоскости лежит вектор электрического поля  $\vec{E}$ . В результате получается узконаправленный и поляризованный пучок излучения.

Частотный спектр синхротронного излучения представляет собой колоколообразную форму с максимумом излучения на длине волны  $\lambda_{\text{тик}} \approx \frac{4\pi m_e c}{eH} \cdot \left(\frac{m_e c^2}{E_e}\right)^2$ .



На рисунке приведен пример зависимости числа испущенных гамма-квантов  $N_\gamma$  от длины волны, при различных энергиях в синхротроне. Видно, что с ростом энергии  $E_e$  максимум спектра сдвигается в область меньших длин (больших частот)  $\lambda_{\text{пик}} \sim 1/E_e^2$  и возрастает полная интенсивность излучения. Характерная

длина волны синхротронного излучения для энергии электрона порядка сотен МэВ составляет десятки нм. Длинноволновый «хвост» рентгеновского распределения гамма-квантов  $N_\gamma$  захватывает видимую часть оптического спектра 400-700 нм, которая может быть видна невооруженным глазом в плоскости ускорительного кольца электронов. Следует отметить, что интенсивность синхротронного излучения для других заряженных

частиц, тяжелее электрона, гораздо меньше, поскольку  $\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right) \approx |\ddot{x}|^2 \approx \frac{1}{m_{\text{част}}^2}$ . Например, для

протона излученная энергия  $\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_{p^+}^{\text{синх}} / \left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_{e^-}^{\text{синх}} \approx \left(\frac{m_e}{m_p}\right)^2 \approx \left(\frac{1}{2000}\right)^2 \approx 10^{-6}$  на шесть

порядков меньше, чем для электрона. Поэтому используются электронные пучки.

Узконаправленное и интенсивное синхротронное излучение в последние годы используется практически во всех областях современной науки, где изучается взаимодействие электромагнитного излучения с веществом. В медицине синхротронное излучение способно помочь в ранней диагностике заболеваний, а при лечении – в доставке лекарств точно в больной орган. Синхротрон незаменим и при создании новейших препаратов для раннего обнаружения и лечения, рака диагностики и лечения сосудистых заболеваний. Сегодня ни одно лекарство не может быть запущено в производство без точного анализа, сделанного на синхротроне. Применение в рентгенодиагностике позволяет на порядки снизить радиационную нагрузку на человека при рентгеновском обследовании. Применение синхротронного излучения в микролитографии дает большие преимущества для получения элементов больших микросхем с высокой плотностью элементов на одном чипе.

## Лекция 8

### Взаимодействие гамма квантов с веществом

Гамма квант нейтральная ( $z=0$ ) частица с нулевой массой ( $m_\gamma=0$ ) при попадании в вещество проявляет электромагнитное взаимодействие в виде различных процессов, таких

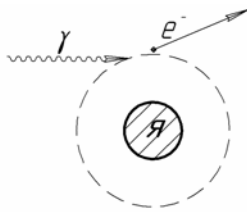
как: фотоэффект, упругое рассеяние на электронах (комpton-эффект), рождение частиц ( $e^- - e^+$  пар). Указанные процессы происходят в области энергий кэВ - сотни МэВ, которые наиболее часто используются в прикладных исследованиях. Рассмотрим эти реакции в зависимости от энергии  $E_\gamma$  и характеристик вещества ( $A, Z, \rho$ ).

Напомним связь между энергией  $\gamma$  кванта и его длиной волны

$$\lambda_\gamma = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar c}{pc} = \frac{2\pi\hbar c}{E_\gamma} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6,6 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{сек} \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ см/сек}}{E_\gamma (\text{МэВ})} = \frac{1,24 \cdot 10^{-10} \text{ см}}{E_\gamma (\text{МэВ})}$$

### Фотоэффект

Фотоэффект – это процесс выбивания электрона из нейтрального атома, под действием



гамма кванта. При этом гамма квант поглощается; получается ионизированный атом и свободный быстрый электрон  $\gamma + \text{атом} \rightarrow e^- + (\text{атом})^+$ . Схема эффекта представлена на рисунке.

На свободном электроне не происходит поглощение гамма кванта. Докажем это от противного, пусть реакция идет:  $\gamma + e \rightarrow e$ . Используем технику 4-импульсов. Для  $\gamma$  кванта

$$P_\gamma(E_\gamma, ip_\gamma c) = P_\gamma(E_\gamma, iE_\gamma); \text{ для покоящегося электрона (до столкновения) - } P_e(m_e c^2, i0).$$

После реакции электрон летит – у него есть энергия и импульс  $P_e(E'_e, ipc')$ . Напишем закон сохранения 4-импульса  $P_\gamma + P_e = P'_e$ ; здесь используется метрика

$$P^2(a, ib) = a^2 - b^2, \text{ поэтому } P^2 = (mc^2)^2 \text{ или } P^2(E, ipc) = E^2 - (pc)^2 = m^2 c^4.$$

Возведем выражение в квадрат  $(P_\gamma + P_e)^2 = (P'_e)^2$ ,  $P_\gamma^2 + 2P_\gamma P_e + P_e^2 = (P'_e)^2$  и выполним преобразование

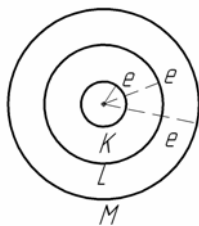
$$0 + 2P_\gamma(E_\gamma, iE_\gamma) \cdot P_e(m_e c^2, i0) + (m_e c^2)^2 = (m_e c^2)^2$$

$$2(E_\gamma m_e c^2 + E_\gamma \cdot 0) + (m_e c^2)^2 = m_e^2 c^4$$

Последнее равенство оказывается справедливым, если  $E_\gamma = 0$ , т.е. гамма кванта нет. Это означает, что исходное предположение неверно – свободный электрон не может поглотить гамма квант, т.к. нарушается закон сохранения энергии-импульса. В результате фотоэффекта электрон получает энергию  $T_e = E_\gamma - I_i - \chi_A$ ,

где  $I_i$  – потенциал ионизации с  $i$ -оболочки атома (K, L, M...-оболочки),  $T_A$  - кинетическая энергия иона, которой можно пренебречь ввиду его большой массы по сравнению с электроном. Фотоэффект возможен, если энергия  $\gamma$  кванта больше потенциала ионизации

$E_\gamma > I_i$ . Если  $E_\gamma < I_k$ , то выбивание электронов происходит с оболочек L, M, а выбивание с внутренней K-оболочки энергетически невозможно.

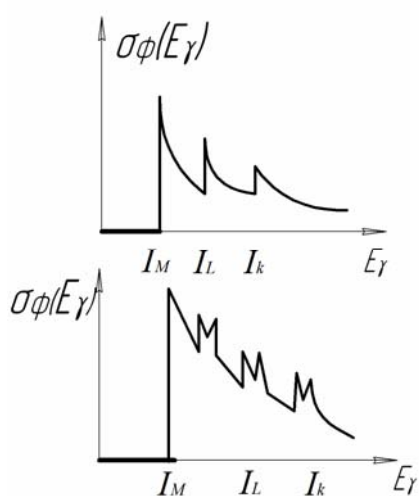


Выбивание электронов с внутренних оболочек сопровождается монохроматическим рентгеновским характеристическим излучением, возникающим при переходе атомного электрона на освободившийся уровень. При этом может возникать целый каскад взаимосвязанных переходов.

Также возможна непосредственная передача энергии иона одному или нескольким орбитальным электронам, которые вылетают из атома (электроны Оже).

### Характеристики сечения фотоэффекта

Если энергия  $\gamma$  кванта меньше чем потенциал ионизации самой наружной оболочки, то сечение фотоэффекта  $\sigma_\phi(E_\gamma)$  равно нулю – электрон не может быть оторван от атома. Другой предельный случай - если энергия  $\gamma$  кванта очень большая ( $E_\gamma \gg I$ ), то можно считать, что электрон свободен, а на свободных электронах (см. выше) фотоэффект не возможен. Поэтому с ростом энергии сечение  $\sigma_\phi(E_\gamma)$  асимптотически стремится к нулю. В области энергий потенциалов ионизаций оболочек ( $E_\gamma = I_i$ ) сечение  $\sigma_\phi(E_\gamma)$  претерпевает скачки. При энергии  $I_M < E_\gamma < I_L$  сечение на M-оболочке падает, поскольку уменьшается связанность электрона на этой оболочке по отношению энергии гамма кванта, в то время как фотоэффект с L-оболочки еще энергетически запрещен. При переходе энергии гамма квантов через величину потенциала ионизации  $I_L$  (например  $I_L < E_\gamma < I_K$ ) сечение увеличивается, поскольку возможна дополнительная ионизация.



Такой характер поведения сечения закономерен и для всех остальных оболочек атома. На верхнем рисунке схематично предоставлено энергетическое поведение  $\sigma_\phi(E_\gamma)$ . Ниже приведена схема более точного поведения сечения фотоэффекта с учетом тонкой структуры (расщепления) электронных оболочек.

Влияние сильной связанности электрона в атоме на сечение фотоэффекта отражается в степенной зависимости от заряда ядра  $\sigma_\phi \sim Z^5$  (см<sup>2</sup>/атом). На тяжелых атомах фотоэффект значительно более вероятен, чем на легких атомах. Квантово-

механический расчет ( $\sigma = |M|^2 = \left| \int \psi^* \hat{H} \psi dv \right|^2$ ) требует знания  $\psi$ -функций атомных электронов на разных оболочках и энергии взаимодействия с ядром, с учетом экранирования. Это сложная задача, решение которой получено приближенно для разных областей по энергии  $\gamma$  квантов. Эффективное сечение фотоэффекта с К-оболочки определяется соотношениями (см<sup>2</sup>/атом):

$$\sigma_{\text{фото}}^K(E_\gamma) = 4\sqrt{2}\alpha^4 Z^5 \sigma_0 \left(\frac{m_e c^2}{E_\gamma}\right)^{7/2}, \quad \text{если } E_\gamma \ll m_e c^2$$

$$\sigma_{\text{фото}}^K(E_\gamma) = \frac{3}{2}\alpha^4 Z^5 \sigma_0 \frac{m_e c^2}{E_\gamma} \exp[-\pi\alpha Z + 2(\alpha Z)^2(1 - \ln(\alpha Z))], \quad \text{если } E_\gamma \gg m_e c^2,$$

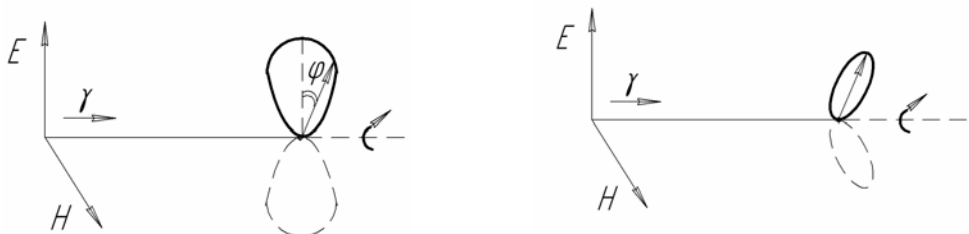
где  $\sigma_0 = \frac{8}{3}\pi r_e^2 = 0,66 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$  - сечение томсоновского рассеяния,

$\alpha = 1/137$ ,  $r_e = e^2 / m_e c^2$  - классический радиус электрона.

При вычислении поглощения  $\gamma$  квантов за счет фотоэффекта в целом на атоме необходимо также учитывать другие электроны (L-, M- оболочки). Величина этой добавки оказывается небольшой. Сравнение прямых измерений полного сечения фотоэффекта с сечением на К-оболочке, даже для тяжелых элементов, составляют разницу 10-15%. Из формул видно, что вероятность фотоэффекта  $\sigma_\phi(E_\gamma)$  быстро падает ( $\sim 1/E_\gamma^{7/2}$  или  $\sim 1/E_\gamma$ ) с ростом энергии  $\gamma$  квантов.

### Направление вылета электрона.

Если пучек гамма квантов ( $E_\gamma \ll m_e c^2$ ) попадает на атомы, то выбиваемые электроны вылетают преимущественно в направлении, перпендикулярном импульсу фотонов вдоль вектора электрического поля  $\vec{E}$  волны, поэтому  $\sigma_\phi \approx \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \varphi \cdot [f(E)]$ , где  $\varphi$  - угол между плоскостями  $(\vec{p}_e, \vec{p}_\gamma)$  и  $(\vec{E}, \vec{p}_\gamma)$ ,  $\theta$  - угол между импульсом  $\gamma$  кванта  $\vec{p}_\gamma$  и импульсом электрона  $\vec{p}_e$ .



На рисунке слева показано угловое распределение фотоэлектронов для небольших энергий  $E_\gamma \ll m_e c^2$ ; Распределение выглядит симметрично относительно вектора электрического поля  $\vec{E}$ . Справа - распределение для высокоэнергичных фотонов.

Симметрия углового распределения нарушается – наблюдается преимущественный вылет вперед.

Фотоэффект является основным процессом поглощения фотонов при невысоких энергиях. Особенно эффективно происходит поглощение на тяжелых атомах.

### Комптон-эффект

Упругое рассеяние  $\gamma$  кванта высокой энергии на атомном электроне, которое приводит к частичной передаче энергии электрону, называется комптон-эффектом

$$\gamma + e = \gamma' + e'.$$

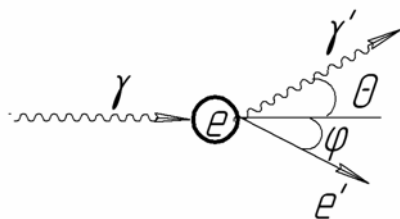
Поскольку энергия кванта много больше потенциала ионизации  $E_\gamma \gg I$ , то электрон можно считать свободным. Детальное изучение этого процесса проведено Комптоном (1923 г.) и были получены убедительные доказательства дуализма квантовых объектов. В

этом процессе  $\gamma$  квант с энергией  $E_\gamma$  (волна  $\lambda = \frac{hc}{E_\gamma}$ ) при рассеянии проявлял свойства

частицы ( $\vec{p} = \frac{\hbar}{\lambda}$ ). Выясним, как зависит энергия рассеянного кванта  $E_\gamma'$  от угла рассеяния

$\theta$ , найдем  $E_\gamma' = f(E_\gamma, \theta)$ . Такому же закону подчиняется частота  $\nu'$ , а также длина волны

$\lambda'$ , поскольку существует прямая связь  $\nu' = E'/(2\pi\hbar)$ .



Используем технику вычислений с применением 4-импульсов для процесса рассеяния гамма кванта на электроне

$$P_\gamma + P_e = P_\gamma' + P_e'.$$

Запишем сохранение 4-импульсов до и после реакции:

$$\left. \begin{matrix} P_\gamma(E_\gamma, i\vec{p}_\gamma c) \\ P_e(m_e c^2, i \cdot 0) \end{matrix} \right\} \text{— до столкновения} \quad \left. \begin{matrix} P_\gamma'(E_\gamma', i\vec{p}_\gamma' c) \\ P_e'(E_e', i\vec{p}_e' c) \end{matrix} \right\} \text{— после столкновения}$$

$$\text{сделаем преобразование } (P_\gamma + P_e - P_\gamma') = P_e' ; \quad (P_\gamma + P_e - P_\gamma')^2 = (P_e')^2$$

$$\text{учтем, что } P^2 = m^2 c^4$$

$$\text{раскроем скобки } P_\gamma^2 + P_e^2 + P_\gamma'^2 + 2P_\gamma P_e - 2P_\gamma P_\gamma' - 2P_e P_\gamma' = P_e'^2$$

$$0 + m_e^2 c^4 + 0 + 2(E_\gamma, i\vec{p}_\gamma c)(m_e c^2, i0) - 2(E_\gamma, i\vec{p}_\gamma c)(E_\gamma', i\vec{p}_\gamma' c) - 2(m_e c^2, i0)(E_\gamma', i\vec{p}_\gamma' c) = m_e^2 c^4$$

Учитывая, что угол между векторами  $\vec{p}_\gamma$  и  $\vec{p}_\gamma'$  является углом рассеяния  $\theta$ ,

можно получить зависимость энергии  $E_\gamma'(\theta)$  рассеянного  $\gamma$  кванта в общем виде

$$E_\gamma' = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}.$$

Аналогично можно получить выражения для кинетической энергии рассеянного электрона  $T_e(\varphi)$  в зависимости от угла его рассеяния  $\varphi$  и связь углов рассеянных частиц - электрона и  $\gamma$  кванта

$$\theta = 90^\circ \quad T_e = \frac{2m_e c^2 \cdot \cos^2 \varphi}{\left(1 + \frac{m_e c^2}{E_\gamma}\right)^2 - \cos^2 \varphi} \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2}} \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\theta}{2}\right).$$

Из формулы для  $E_\gamma'(\theta)$  можно получить особенности процесса для предельных случаев рассеяния при высокой энергии  $E_\gamma \gg m_e c^2$  т.е.  $\frac{E_\gamma}{m_e c^2} \gg 1$ . В этом случае получается упрощенное выражение для энергии рассеянных гамма квантов

$$E_\gamma' = \frac{E_\gamma}{\frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} = \frac{m_e c^2}{1 - \cos \theta}.$$

Из этой формулы следует, что энергия гамма кванта после рассеяния одинакова, и не зависит от начальной энергии. При больших энергиях налетающих гамма квантов, под определенными углами  $\theta$  всегда рассеиваются  $\gamma$  кванты определенной энергии (частоты)

$E_\gamma' = \frac{m_e c^2}{1 - \cos \theta} = \frac{0,5 \text{ МэВ}}{1 - \cos \theta}$ . Например для  $\theta = \pi/2$  (рассеяние на  $90^\circ$ ), энергия всегда равна  $E_\gamma' = 0,5 \text{ МэВ}$ , а при рассеянии назад ( $\theta = \pi$ ), энергия -  $E_\gamma' = 0,25 \text{ МэВ}$ . Такие результаты являются проявлением корпускулярных свойств гамма кванта, как частицы с импульсом  $\vec{p}c = E_\gamma$ .

Фиксированная и разная энергия рассеянных гамма квантов противоречит представлениям классической волновой теории, согласно которой частота (длина волны) рассеянного излучения должна совпадать с начальной частотой.

### Сечение Комптон эффекта

Важное значение при различных физических исследованиях имеют гамма кванты (или фотоны) в широком диапазоне энергий  $\text{эВ} \leq E_\gamma \leq 10^3 \text{ МэВ}$ , которым соответствуют длины волн в области  $10^{-4} \text{ см} \leq \lambda \leq 10^{-13} \text{ см}$ . При низких энергиях длина волны значительно больше размеров атома. Прохождение э/м волны вызывает когерентные колебания атомных электронов под действием переменной составляющей электрического поля  $\vec{E}$ . Приобретая переменное ускорение электроны переизлучают э/м волну той же частоты. Полное поперечное этого процесса было рассчитано Томсоном в виде

$\sigma_0 = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = 0,66 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$ . При более высоких энергиях длина волны становится меньше размеров атома ( $10^{-8}$  см) и рассеяние происходит на отдельных электронах (комpton-эффект). Учет квантово-механических эффектов дает громоздкое выражение для полного сечения упругого рассеяния (формула Клейна-Нишины-Тамма 1929 г), которое описано во многих учебниках. Характер дифференциального углового рассеяния гамма квантов  $d\sigma_{\text{компт}}(\theta)$  представлен на рисунке.

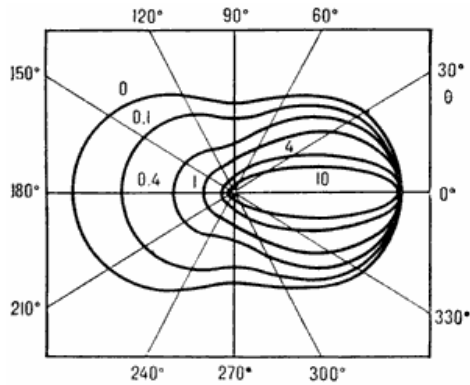


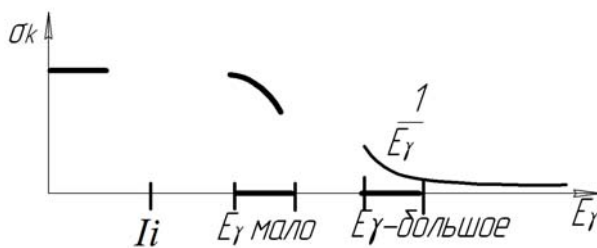
Диаграмма рассеяния гамма квантов на свободном электроне для различных значений отношения  $\epsilon = h\nu / m_e c^2$  (цифры у кривых  $\epsilon = 0,1-10$ );  $\theta$  - угол, на который отклоняются гамма кванты ( $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ ). Рассеяние симметрично относительно импульса начального направления.

Рассмотрим энергетические характеристики сечения для разных областей:

- при малых энергиях  $E_\gamma \ll mc^2$  сечение  $\sigma_{\text{компт}}(E_\gamma) \approx \sigma_0 \cdot (1 - 2 \frac{E_\gamma}{m_e c^2} + \frac{26}{5} (\frac{E_\gamma}{m_e c^2})^2)$  квазилинейно падает с ростом энергии гамма квантов  $E_\gamma$ ;

- при больших энергиях  $E_\gamma \gg mc^2$  сечение  $\sigma_{\text{компт}}(E_\gamma) \approx \frac{3}{8} \frac{m_e c^2}{E_\gamma} \sigma_0 \cdot (\frac{1}{2} + \ln \frac{2E_\gamma}{m_e c^2})$

обратно-пропорционально энергии гамма квантов.



На рисунке приведен характер поведения сечения комpton-эффекта для разных областей энергии гамма квантов.

Сечение комpton-эффекта, отнесенное к одному атому вещества, является суммой

сечений на отдельных электронах 
$$\sigma_{\text{компт}}^{\text{ат}}(E_\gamma) = \sum_{e=1}^z \sigma_{\text{компт}}^e \sim \frac{z}{E_\gamma} \left[ \frac{\text{см}^2}{\text{атом}} \right].$$

До сих пор мы изучали упругое рассеяние на электронах атома; возникает вопрос – возможен ли комpton-эффект на протоне? Качественное рассмотрение указывает, чтобы провзаимодействовать, гамма квант должен «попасть в электромагнитную площадку» мишени  $\sigma_{\text{компт}} \sim \lambda^2$ , которая характеризуется комptonовской длиной волны частицы

$\Lambda_e = \frac{\hbar}{m_e c}$  или  $\Lambda_p = \frac{\hbar}{m_p c}$ . Напомним, что значение  $\Lambda$  получается из сопоставления

массы частицы с энергией эквивалентного фотона  $mc^2 = h\nu = hc/\Lambda$ . Отсюда находим

отношение  $\frac{\sigma_{\text{компт}}^p}{\sigma_{\text{компт}}^e} = \left(\frac{m_e}{m_p}\right)^2 \leq 10^{-6}$ , из которого следует, что комптон-эффектом на протонах

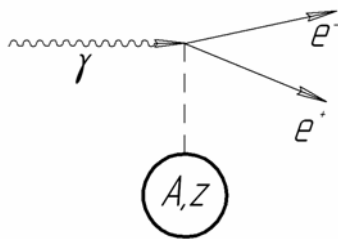
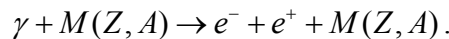
можно пренебречь. Аналогичный вывод получается из точных формул для сечения  $\sigma_{\text{компт}} \sim r_e^2 \sim 1/m_e^2$  путем формальной замены величины  $r_e^2 \sim 1/m_e^2$  на значение  $r_p^2 \sim 1/m_p^2$  (в случае рассеяния на протоне).

Таким образом, при взаимодействии гамма квантов с веществом проявляются квантово-механические свойства микрообъектов.

## Лекция 9

### Рождение электрон-позитронных пар

Процесс образования электрон-позитронной пары частиц происходит при взаимодействии гамма кванта (высокой энергии  $E_\gamma \geq 1 \text{ МэВ}$ ) в кулоновском поле ядра массой  $M(Z, A)$  или отдельного атомного электрона. Этот процесс более вероятен на ядре (см. дальше), причем ядро выступает как бы в роли катализатора (для сохранения закона энергии-импульса). В реакции, практически вся энергия гамма кванта передается  $e^-e^+$  - паре



Процесс рождения гамма квантом пары частиц в вакууме запрещен  $\gamma \not\rightarrow e^- + e^+$ . В этом легко убедиться с помощью 4-импульсов от противного - предположив, что эта реакция разрешена. Напишем равенство 4-импульсов до, и после реакции

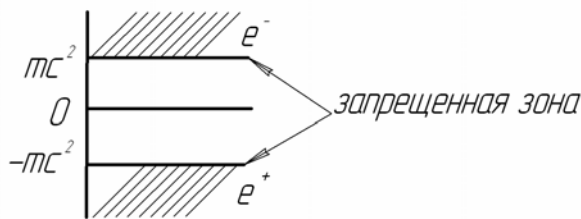
$$P_\gamma(E_\gamma, i\vec{E}_\gamma) = P_e(E_e, i\vec{p}_e) + P_{e^+}(E_{e^+}, i\vec{p}_{e^+}), \text{ возведем это выражение в квадрат: } P_\gamma^2 = (P_e + P_{e^+})^2.$$

Для доказательства, возьмем значения 4-импульсов частиц  $e^-$  и  $e^+$  в системе центра инерции (\*). С учетом равенства нулю суммы  $\vec{p}_e^* + \vec{p}_{e^+}^* = 0$ , получим для квадратов 4-импульсов выражение  $0 = (E_e^* + E_{e^+}^*, i(\vec{p}_e^* + \vec{p}_{e^+}^*))^2$ . После простых преобразований находим  $0 = (E_e^* + E_{e^+}^*)^2 = (m_e c^2 + T_e^* + m_{e^+} c^2 + T_{e^+}^*)^2$ .

Видно, что в правой части выражения, все члены положительные ( $m > 0, T^* > 0$ ) и никогда не обращаются в нуль, поскольку  $m_e \neq 0$ . Поэтому, равенство не может быть

выполнено - возникает противоречие с начальным предположением о возможности рождения пары в вакууме.

Позитрон – это античастица по отношению к электрону. Массы частиц одинаковы по величине  $m_e = m_{e^+}$ , но электрические и лептонные заряды противоположны по знаку (электрон – это лептон):  $|-q_{e^-}| = |q_{e^+}|$ ,  $L_e = +1$ ,  $L_{e^+} = -1$ . В теории, античастицы появляются из решения уравнения Дирака для релятивистского случая, аналога уравнения Шредингера. Полная энергия частиц получается в виде  $E = \pm\sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2}$ , где  $pc$  – импульс частицы,  $mc^2$  – масса.



Для покоящейся частицы ( $pc=0$ ) энергия  $E = \pm mc^2$ . Знак минус указывает, что частица находится в вакууме ниже запрещенной зоны, шириной  $2mc^2$ .

Вакуум нейтрален по заряду ( $B=L=Q=0$ ) и заполнен электронами и позитронами (а также парами других более тяжелых частиц-античастиц). Чтобы извлечь из вакуума пару частиц ( $e^-e^+$ ) надо затратить энергию  $2m_e c^2$ , равную ширине энергетически запрещенной зоны.

Пороговая энергия гамма кванта ( $T_\gamma^{\min}$ ) для реакции  $\gamma + M \rightarrow e^- + e^+ + M$  на неподвижной мишени массой  $M$  может быть вычислена по общей формуле

$$T_\gamma^{\min} = \frac{(\sum_f m_f c^2)^2 - (\sum_i m_i c^2)^2}{2m_{\text{мишень}} c^2},$$

где, сумма масс конечного состояния ( $m_e c^2 + m_{e^+} c^2 + M c^2$ ), а начального состояния –  $M c^2$ ; масса мишени равна  $M c^2$ . Это выражение получается из равенства 4-импульсов

$$P_\gamma + P_M = P_e + P_{e^+} + P_M,$$

при условии:  $P_\gamma = P_\gamma(T_\gamma^{\min}, iT_\gamma^{\min})$ ,  $P_M = P_M(M, i0)$ ,  $P_{e^+}^* = P_e^* = P_e^*(m, i0)$ ,  $P_M^* = P_M^*(M, i0)$  - при пороговой энергии гамма кванта все частицы в системе центра инерции (\*) должны покоиться. Возведение равенства в квадрат, переход в систему (\*)

$(P_\gamma + P_M)^2 = (P_e^* + P_{e^+}^* + P_M^*)^2$  и подстановка пороговых значений 4-импульсов дает формулу

$$T_\gamma^{\min} = \frac{(2mc^2 + Mc^2)^2 - (Mc^2)^2}{2Mc^2}.$$

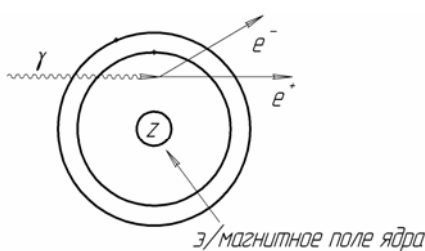
Анализ этой формулы дает следующие результаты:

- если мишень тяжелая (ядро  $M \gg m_e$ ), то  $T_\gamma^{\min} \approx 2m_e c^2$ . Тяжелое ядро практически не получает энергию отдачи, вся энергия гамма кванта идет на извлечение из вакуума (рождение)  $e^-e^+$  пары частиц;
- если мишень легкая (рождение в поле атомного электрона,  $M=m_e$ ), то  $T_\gamma^{\min} = 4m_e c^2$ . Мишень-электрон в реакции  $\gamma + m_e = e^- + e^+ + m_e$  получает кинетическую энергию, сравнимую с энергией частиц рожденной пары. В этом случае  $T_\gamma^{\min}$  оказывается в два раза выше.

При высоких энергиях вылетающая  $e^-e^+$ - пара направлена вдоль траектории падающего гамма кванта, а характерный угловой развор между частицами составляет величину около  $\Delta\delta \approx m_e c^2 / E_\gamma$ .

Экспериментально позитроны (первые античастицы) были открыты в опытах (1931 г), которые проводились высоко в горах по изучению характеристик космического излучения. В камере Вильсона, размещенной в магнитном поле, наблюдались закрученные в разные стороны (частицы с противоположным зарядом) парные треки. Эти частицы ( $e^-$  и  $e^+$ ) синхронно рождались в свинцовой мишени внутри чувствительной области камеры при попадании высокоэнергичного космического излучения.

Теория образования  $e^-e^+$  пар под действием  $\gamma$  квантов тесно связана с процессом тормозного излучения электронов высоких энергий. Диаграммы Фейнмана, описывающие этот процесс, выглядят идентично. Для расчета сечения взаимодействия  $\sigma_{\text{пар}}(E_\gamma, Z)$  также можно выделить два предельных случая при взаимодействии фотонов с электромагнитным полем ядра мишени:



- отсутствие экранирования поля ядра, когда низко энергичный фотон взаимодействует на близких расстояниях от ядра и влиянием поля внешних орбитальных электронов можно пренебречь. В этом случае полное сечение растёт

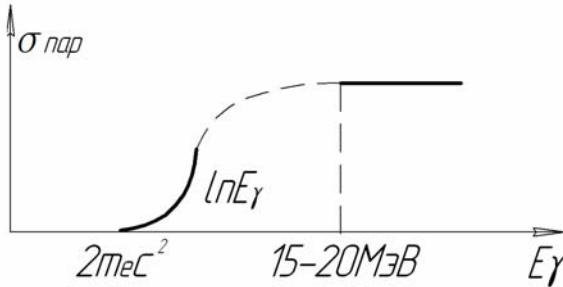
логарифмически в зависимости от энергии гамма квантов

$$\sigma_{\text{пар}}(E_\gamma, Z) = \alpha \cdot r_e^2 \cdot Z^2 \cdot \left[ \frac{28}{9} \ln \left( \frac{2E_\gamma}{m_e c^2} \right) - \frac{218}{27} \right], \quad \text{где } m_e c^2 \ll E_\gamma \ll \frac{m_e c^2}{\alpha Z^{1/3}};$$

- полное экранирование кулоновского заряда ядра атомными электронами, когда высокоэнергичный фотон пролетает за пределами атома и происходит дальнейшее взаимодействие за счет деформированного поперечного э/м поля. В этом случае сечение остается практически постоянным, независимо от энергии гамма квантов

$$\sigma_{\text{пар}}(E_\gamma, Z) = \alpha \cdot r_e^2 \cdot Z^2 \cdot \left[ \frac{28}{9} \ln \left( \frac{183}{Z^{1/3}} \right) - \frac{2}{27} \right], \quad \text{где } \frac{m_e c^2}{\alpha Z^{1/3}} \ll E_\gamma.$$

В процессе рождения пар частиц ядро проявляет себя как единый заряд  $Z$ , а сечение  $\sigma_{\text{пар}}(E_\gamma, Z) \sim Z^2$  - квадратично зависит от заряда и имеет размерность  $\text{см}^2/\text{ядро}$ .



На рисунке приведена качественная зависимость полного сечения реакции  $\sigma_{\text{пар}}(E_\gamma, Z)$  от энергии гамма кванта для тяжелого ядра. При промежуточных энергиях сечение рассчитывается интерполяцией. Характерное значение

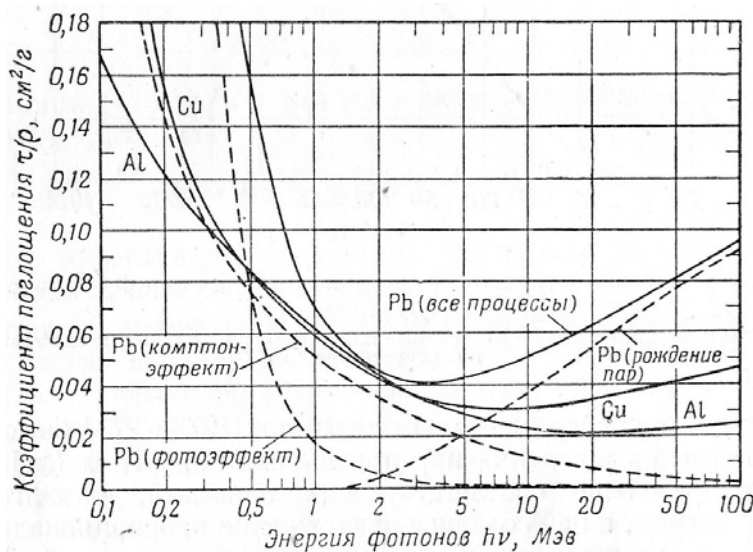
сечения на плато составляет  $\sigma \approx Z^2 \cdot 0,6 \cdot 10^{-26} \text{см}^2 / \text{атом}$ . Рождение пар частиц может происходить аддитивно в э/м поле отдельных электронов. Это вносит небольшую добавку в полное сечение взаимодействия, отнесенное к одному атому вещества

$$\sigma_{\text{пар}}^{\text{атом}} = \sum_{e=1}^Z \sigma_{\text{пар}}^e + \sigma_{\text{пар}}^z \approx f(E_\gamma) \cdot Z + f(E_\gamma) \cdot Z^2 \sim Z \cdot (Z+1). \text{ При больших значениях } Z \text{ вклад}$$

электронов в сечение составляет несколько процентов. При высоких энергиях гамма квантов ( $E_\gamma \geq 10 \text{МэВ}$ ) сечение фото- и комптон-эффекта стремятся к нулю, то рождение пар становится основным процессом в поглощении гамма излучения.

### Поглощение $\gamma$ квантов в веществе

При прохождении пучка гамма квантов через вещество происходит его ослабление главным образом за счет трех процессов: фотоэффекта, комптон-эффекта и образования электронно-позитронных пар частиц. Полная вероятность ослабления пропорциональна полному сечению  $\sigma_\gamma = \sigma_{\text{компт}}(E_\gamma, Z) + \sigma_{\text{фото}}(E_\gamma, Z) + \sigma_{\text{пар}}^{ee}(E_\gamma, Z)$ .



Каждое из слагаемых имеет определенную зависимость от энергии гамма кванта и характеристик среды. В области малых энергий преобладает фотоэффект, при больших энергиях - рождение пар  $e^-e^+$ , при промежуточных энергиях комптон-эффект превышает процесс фотопоглощения.

Соотношение между отдельными процессами также сильно изменяется от вещества, поскольку они сильно зависят от энергии гамма квантов и заряда ядра поглотителя ( $\text{см}^2/\text{атом}$ ):  $\sigma_{\text{фото}} \sim \frac{Z^5}{E_\lambda^{7/2}}$ ;  $\sigma_{\text{компт}} \sim \frac{Z}{E_\gamma}$ ;  $\sigma_{\text{нар}} \sim Z^2 \ln E_\gamma$ . Ослабление пучка (уменьшение интенсивности) за счет поглощения или однократного рассеяния происходит по экспоненциальному закону

$$N(x) = N_0 \exp(-\mu x),$$

где  $\mu$  - линейный коэффициент ослабления ( $1/\text{см}$ ), который связан с сечением  $\sigma_\gamma$  ( $\text{см}^2/\text{атом}$ )

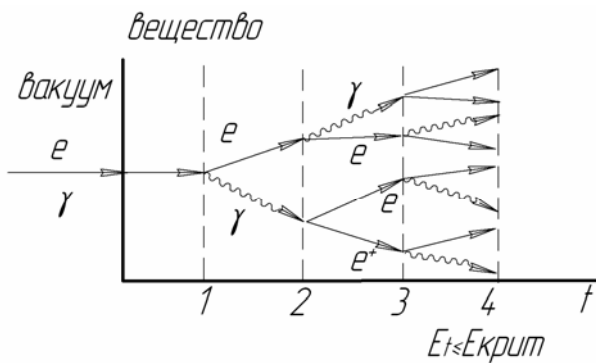
соотношением  $\mu = \sigma \left( \frac{\text{см}^2}{\text{ат}} \right) \cdot n \left( \frac{\text{ат}}{\text{см}^3} \right)$ . В свою очередь, концентрация атомов получается

$n = \frac{N_{\text{Ав}}}{A} \left( \frac{\text{ат}}{\text{г}} \right) \cdot \rho \left( \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \right)$ . Если толщина поглотителя  $x$  измеряется в единицах  $\text{г}/\text{см}^2$ , то

линейный коэффициент  $\mu$  становится массовым  $\mu(\text{см}^2/\text{г}) = \mu(1/\text{см}) / \rho(\text{г}/\text{см}^3)$  коэффициентом ослабления.

### Каскадные ливни

Попадание электрона или гамма кванта большой энергии ( $E_0 \gg E_{\text{кр}}$ ) на границу вещества приводит к лавинообразному нарастанию числа вторичных частиц, состоящих из e-e пар и гамма квантов, с уменьшающейся по глубине энергией.



Это своеобразный каскадный ливень из  $N(t)$  частиц: электронов, позитронов и гамма квантов. Рассмотрим процессы подробнее. В веществе эффективно происходят следующие процессы размножения

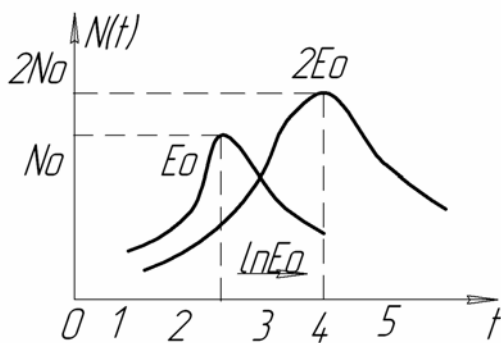


до тех пор, пока энергия вторичных частиц:  $e^-$ ,  $e^+$  и гамма квантов не станет меньше  $E_{\text{кр}}$ .

В модели для простоты будем считать, что взаимодействие (тормозное излучение или рождение пары) происходит после прохождения одной рад. ед. длины. Удвоение полного числа частиц  $N$  происходит на одной рад. ед. длины  $N_t = 2^t$ . На рисунке глубина измеряется в рад. ед. длины  $t = x/x_0$ . Примем также, что после взаимодействия энергия

между частицами делится поровну. В этом случае, энергия каждой частицы на глубине  $t$  равна  $E_t = E_0 / N_t$ .

Происходит процесс размножения частиц, пока их энергия превышает критическую энергию  $E_t \geq E_{кр}$ . Максимальное число частиц в каскаде равно  $(N_t)^{\max} = E_0 / E_{кр}$  и наблюдается на глубине  $t^{\max} \approx \frac{1}{\ln 2} \cdot \ln \frac{E_0}{E_{кр}}$ . После максимума каскад затухает, энергия заряженных частиц тратится на ионизацию, а фотоны также передают свою энергию заряженным электронам (за счет фото- и комптон-эффекта). Число частиц в каскаде постепенно уменьшается.

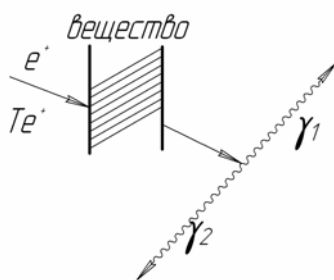


На рисунке приведены два каскадных ливня с энергиями  $E_0$  и  $2E_0$ . Из модели развития каскада следует, что число частиц в максимуме пропорционально энергии падающей частицы  $N_t^{\max} \sim E_0$ , положение максимума по глубине сдвигается логарифмически с ростом

энергии  $t^{\max} \sim \ln E_0$ . Если толщина вещества  $t$  достаточна для поглощения всех частиц, то оказывается что  $E_0 \sim \int N(t)dt$  - измеряя площадь под каскадной кривой можно найти энергию налетающей частицы  $E_0$ . Приборы, создаваемые на этой основе называются спектрометры полного поглощения или калориметры.

### Аннигиляция позитронов

Две частицы с противоположными квантовыми свойствами могут преобразоваться в излучение. Если позитрон попадает в вещество, то при его столкновении с атомными электронами происходит реакция аннигиляции  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ . Эта реакция разрешена,



поскольку электрические и лептонные заряды электрона и позитрона противоположны и при сложении гасятся:  $q_{e^+} = 1|e|, q_{e^-} = -1|e|$ ,  $L_{e^+} = -1, L_{e^-} = +1$ . Время торможения позитрона умеренных энергий меньше времени аннигиляции.

Поэтому позитрон сначала тормозится и практически теряет всю свою кинетическую энергию, а затем происходит процесс аннигиляции. С учетом закона сохранения энергии

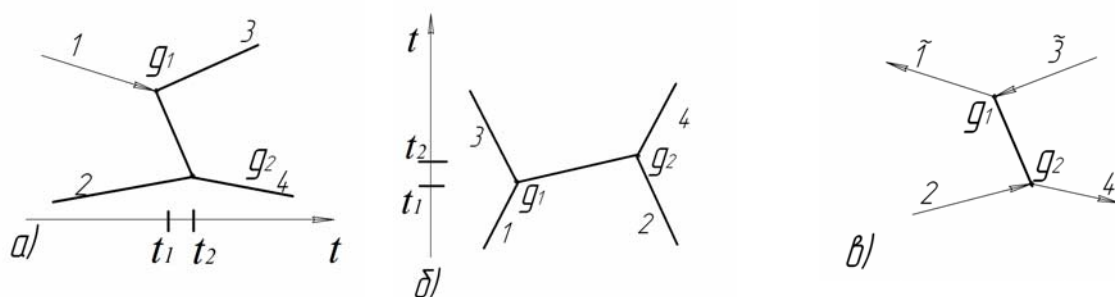
$m_e c^2 + m_e c^2 = E_{\gamma 1} + E_{\gamma 2}$  и импульса, образовавшиеся гамма кванты имеют одинаковую энергию  $E_{\gamma 1} = E_{\gamma 2} = m_e c^2 = 0,5 \text{ МэВ}$  и разлетаются в противоположные стороны.

## Лекция 10

### Диаграммы Фейнмана для электромагнитных процессов

В классической квантовой механике сечение взаимодействия процессов вычисляется по формуле  $\sigma = \frac{2\pi}{\hbar} \cdot |M|^2 \cdot \frac{dn}{dt}$ , где  $M = \int \psi_f^* H \psi_i dv$  - матричный элемент перехода,  $H$  - гамильтониан взаимодействия для данной реакции,  $\psi_f$  и  $\psi_i$  - волновые функции конечного и начального состояния системы,  $dv$  - элемент объема,  $dn/dt$  - плотность конечных состояний (фазовый объем). Электромагнитные взаимодействия при прохождении частиц через вещество, происходящие при высоких энергиях, во многих случаях сопровождаются рождением новых частиц. Сечение процесса для таких событий описывается в рамках релятивистской квантовой электродинамики, с применением 4-мерных переменных. Вычисления становятся очень громоздкими и трудоемкими.

Фейнман (1949 г) предложил компактные математические правила с наглядным изображением физического процесса в виде графов для вычисления сечений взаимодействия. Все расчеты ведутся в пространстве 4-импульсов при релятивистских условиях. Рассмотрим качественно правила составления фейнмановских графов для простейших э/м процессов, которые были изучены в предыдущих лекциях. Для начала изобразим характерный бинарный процесс - взаимодействие двух частиц  $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ .



Лучи-линии с одним свободным концом (1 и 2) - соответствуют начальным частицам, 3 и 4 - конечным частицам после взаимодействия. Это реальные (свободные) частицы в начале и в конце реакции. Отрезок конечной длины между точками  $g_1$  и  $g_2$  описывает процесс взаимодействия между частицами и называется пропагатор (Pr). Ось времени направлена слева направо (рис. а), ось времени может быть направлена снизу вверх, тогда тот же граф должен быть развернут под прямым углом (рис. б). Стрелки на линиях означают направление процесса во времени (отдельная ось времени в этом случае часто не

приводится). Античастицы движутся против оси времени (рис. в). Для э/м процессов переносчик взаимодействия может быть двух видов

$$\text{Pr}(\hat{p}, q) \sim \begin{cases} \frac{1}{\hat{q}^2} & - \text{ гамма квант (спин } \vec{S}=1) \\ \frac{1}{\hat{p} + imc^2} & - \text{ электрон или другая частица } (\vec{S}=\frac{1}{2}) \end{cases}$$

Величины  $\hat{q}$  и  $\hat{p}$  – 4-импульсы передачи взаимодействия между частицами 1 и 2.

Из соотношений неопределенности  $\Delta p \Delta x \approx \hbar$  и  $\Delta E \Delta t \approx \hbar$  следует, что в процессе взаимодействия возможно локальное нарушение причинно-следственных связей и сохранения энергии. Например, для указанного примера частица 3 появляется в момент  $t_1$  раньше, чем пропагатор достигает частицы 2 (момент  $t_2$ ). Для виртуальных частиц нарушается связь  $E^2 \neq p^2 c^2 + m^2 c^4$ , они лежат вне массовой поверхности. Компенсация этих эффектов при взаимодействии осуществляется интегрированием по всему промежуточному состоянию и диапазону возможных передач 4-импульсов ( $\hat{q}^2$  или  $\hat{p}$ ) через пропагатор. Вычисляется амплитуда процесса вида

$$A \sim g_1 g_2 \cdot \int \dots \int f_{13}(\hat{p}_1, \hat{p}_3) \cdot \text{Pr}(q, \hat{p}) \cdot f_{24}(\hat{p}_2, \hat{p}_4) \cdot dq \cdot \prod_i d\hat{p}_i, \text{ где}$$

$f$  – кинематические функции, зависящие от 4-импульсов всех частиц;

$g_1$  и  $g_2$  – константы взаимодействия, пропорциональные зарядам частиц в вершинах.

Здесь не указана нормировка потока налетающих частиц и элемент фазового объема.

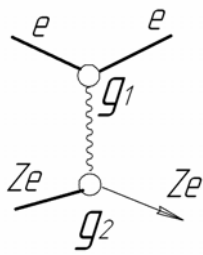
Сечение процесса представляет собой квадрат амплитуды  $\sigma \sim |A|^2$ . При качественном (полуклассическом) рассмотрении взаимодействий для малых передач 4-импульсов ( $|\Delta \hat{p}| \ll mc^2$ ) с участием виртуальных частиц массой  $mc^2$  пропагатор можно принять в виде  $\text{Pr}(\hat{p}) \sim \frac{1}{mc^2}$ , который оказывается постоянной величиной и его можно вынести за знак интеграла. Таким образом, из рисунка фейнмановского графа для сечения указанного выше процесса, качественно, без вычислений можно записать только часть, связанную с константами взаимодействия и вкладом виртуальных частиц переносчиков взаимодействия:

$$\sigma \sim g_1^2 \cdot g_2^2 \cdot \frac{1}{m^2} \text{ - если переносчиком была одна виртуальная частица}$$

массой  $m$  (пропагатор вида  $\text{Pr} \sim 1/mc^2$ ),

$$\sigma \sim g_1^2 \cdot g_2^2 \text{ - если переносчиками были виртуальные гамма кванты } (\text{Pr} \sim 1/q^2).$$

Можно указать несколько примеров возможных вершинных констант, связанных с э/м взаимодействиями для различных налетающих частиц (электрон, гамма квант, тяжелое ядро  $M(A, Z)$ ).

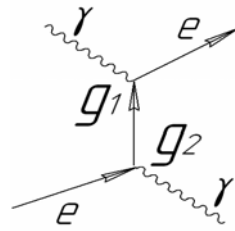


$$g_1 \sim e, \quad g_2 \sim eZ$$

$$\text{Pr} \sim 1/q^2$$

$$A \sim e^2 Z$$

$$\sigma \sim e^4 Z^2 \sim \alpha^2 Z^2$$

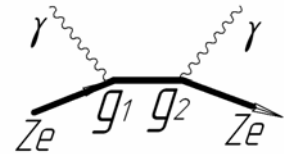


$$g_1 \sim e, \quad g_2 \sim e$$

$$\text{Pr} \sim 1/mc^2$$

$$A \sim e^2 / m$$

$$\sigma \sim e^4 / m^2 \sim \alpha^2 / m^2$$



$$g_1 \sim Ze, \quad g_2 \sim Ze$$

$$\text{Pr} \sim 1/Mc^2$$

$$A \sim e^2 Z^2 / M$$

$$\sigma \sim e^4 Z^4 / M^2 \sim \alpha^2 Z^4 / M^2$$

Для составления фейнмановских графов (или диаграмм) более сложных процессов надо руководствоваться следующими правилами:

1. Свободные частицы (в начале и в конце взаимодействия) изображаются лучами-отрезками с одним свободным концом (линии уходят на бесконечность).
2. Виртуальные частицы, переносчики взаимодействий между вершинами, изображаются ограниченными отрезками (внутренние линии): фотоны - волнистая линия, массовые частицы (электрон, ядра) - сплошная линия. Ядро, как правило, обозначается жирной или двойной линией.
3. Вершины диаграмм  $g_i$  – заряды сталкивающихся частиц ( $e, Ze$ ).
4. Диаграмма строится из составляющих элементов «трех-хвосток», связанных с вершинами.

Разрешенные элементы	Запрещенные элементы	Запрещенные элементы
Возможен только виртуально.	Не сохраняется зарядовая четность	Не сохраняется электрический заряд

5. Линии графов направлены для частиц по времени, против времени – для античастиц. Например, для реакции тормозного излучения  $e^- + Z \rightarrow \gamma + e^- + Z$  начальными частицами являются электрон и ядро, конечными – гамма-квант, электрон и ядро. Перемещение частиц: гамма кванта налево, а  $e^-$  – направо приводит к процессу  $\tilde{\gamma} + Z \rightarrow \tilde{e}^- + e^- + Z$ . Перенос частиц против времени

превращает их в античастицы. Гамма-квант истинно нейтральная частица ( $\gamma = \tilde{\gamma}$ ), а электрон переходит в позитрон ( $e^- \rightarrow \tilde{e}^- \equiv e^+$ ). Окончательно реакция примет вид  $\gamma + Z \rightarrow e^+ + e^- + Z$ . Поэтому фейнмановские диаграммы для тормозного излучения и рождения пар частиц переходят друг в друга поворотом лучей относительно вершин (см. ниже), а величина сечений этих процессов имеет один порядок.

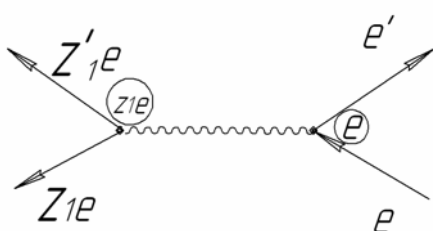
6. Часть реакций э/м процессов можно изобразить несколькими диаграммами с одинаковым числом вершин. В этом случае при вычислении амплитуд процесса необходимо учесть все диаграммы. Но для качественного рассмотрения достаточно ограничиться одной из них, дающей максимальный вклад.
7. Следует отметить, что вершинная константа  $g_i \sim e$  дает вклад в сечение как множитель  $(g_i)^2 \sim e^2 \sim \alpha = 1/137$ . Поэтому добавление диаграмм с одной дополнительной вершиной составляет небольшую долю от полного сечения  $(\sigma \cdot \alpha) / \sigma \approx \alpha \approx 10^{-2}$  и их можно не учитывать. Для качественных оценок можно брать диаграммы с минимальным числом узлов, достаточных для описания данного процесса.

### Диаграммы Фейнмана для взаимодействия заряженных частиц и гамма квантов

Рассмотрим диаграммы Фейнмана для элементарных процессов, связанных с прохождением высокоэнергичного излучения через вещество с целью получить зависимость сечений от параметров налетающих частиц ( $Z_1, m_1$ ) и характеристик среды ( $A_2, Z_2, \rho_2$ ). Индексы означают: 1 – налетающая частица, 2 – вещество мишени.

#### 1. Ионизационные потери.

Заряженная частица  $Z_1$  большой энергии сталкивается со свободным электроном  $e$



вещества и упруго рассеивается  $Z_1 + e \rightarrow Z_1' + e'$ . В этом случае  $A \sim Z_1 e \cdot e \sim Z_1 e^2 \sim Z_1 \cdot \alpha$ . Сечение

$$\sigma \left( \frac{\text{см}^2}{\text{электрон}} \right) \sim A^2 \sim Z_1^2 \cdot \alpha^2. \text{ Пересчет сечения на}$$

один атом вещества дает значение  $\sigma \left( \frac{\text{см}^2}{\text{атом}} \right) \sim \sigma \left( \frac{\text{см}^2}{\text{электрон}} \right) \cdot Z_2 \sim \alpha^2 \cdot Z_1^2 \cdot Z_2$ . Для

вычисления удельных потерь энергии  $\frac{dE}{dx} \left( \frac{\text{МэВ}}{\text{г/см}^2} \right)$  сечение пересчитывается с учетом

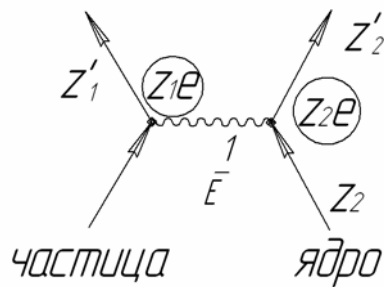
массового числа мишени  $\sigma(\frac{см^2}{2}) \sim \sigma(\frac{см^2}{атом}) \cdot \frac{N_{AB}}{A_2} (\frac{атом}{2}) \sim \alpha^2 \cdot Z_1^2 \cdot \frac{Z_2}{A_2}$ . Поэтому

удельные потери  $\frac{dE}{dx} (\frac{МэВ}{2/см^2}) \sim Z_1^2 \cdot \frac{Z_2}{A_2}$  зависят квадратично от заряда налетающей

частицы и почти не изменяются ( $Z_2/A_2 \approx 1/2$ ) от состава мишени. Аналогичные выводы были получены в лекции 3 при прямых вычислениях.

## 2. Многократное рассеяние.

Элементарный однократный упругий процесс рассеяния заряженной частицы  $Z_1$  на



ядре  $Z_2$  записывается в виде реакции  $Z_1 + Z_2 \rightarrow Z_1' + Z_2'$ . В этом случае амплитуда процесса  $A \sim Z_1 e Z_2 e \sim Z_1 Z_2 \alpha$ . Сечение реакции

$$\sigma(\frac{см^2}{атом}) \sim Z_1^2 \cdot Z_2^2 \cdot \alpha^2, \text{ пересчет на макро-}$$

скопическое сечения дает зависимость  $\sigma(\frac{см^2}{2}) \sim Z_1^2 \cdot Z_2^2 \cdot \alpha^2 \cdot \frac{N_{AB}}{A_2}$ . Сечение участвует в

вычислении квадрата среднего угла рассеяния на одном ядре

$$\langle \theta^2 \rangle = \frac{\int \sigma \cdot \theta \cdot d\theta}{\sigma} \sim \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{Z_1^2 \cdot Z_2^2}{A_2}. \text{ Суммарный по многим столкновениям квадратичный угол}$$

$$\langle \Theta^2 \rangle = \sum \langle \theta_i^2 \rangle \approx m \cdot \langle \theta_i^2 \rangle, \text{ где } m = x/L = x \cdot \sigma \cdot n = x \cdot \sigma \cdot \frac{N_{AB}}{A_2} \text{ — число столкновений с}$$

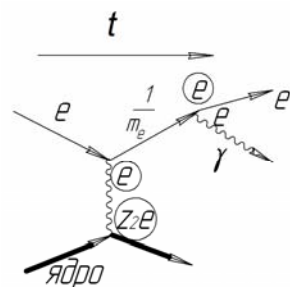
ядрами на толщине  $x$ . Окончательно получается,  $\langle \Theta^2 \rangle \sim \frac{Z_1^2 \cdot Z_2^2 \cdot x}{A_2}$ , откуда угол

многократного рассеяния зависит от заряда частицы и толщины поглотителя

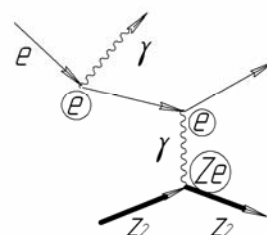
$\sqrt{\langle \Theta^2 \rangle} \sim Z_1 \cdot \sqrt{x}$ . Величина  $x$  должна быть взята в безразмерном виде  $x/x_0$ , где  $x_0$  — радиационная ед. длины.

## 3. Тормозное излучение.

Электрон рождает гамма квант в электромагнитном поле ядра  $e + Z_2 \rightarrow \gamma + e + Z_2$ .



или

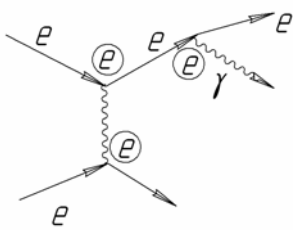


В этом случае процесс описывается двумя основными диаграммами, вклад каждой из которых приблизительно одинаков. Учтем одну из них  $A \sim e \cdot Z_2 e \cdot \frac{1}{m_e} \cdot e$ . Сечение процесса

получается в виде  $\sigma(\frac{см^2}{ядро}) \sim A^2 \sim \alpha^3 \cdot Z_2^2 \cdot \frac{1}{m_e^2}$ . Видно, что зависимость от заряда ядра и

массы налетающей частицы согласуется с классической электродинамикой.

Если взаимодействие налетающего электрона происходит с одним из электронов



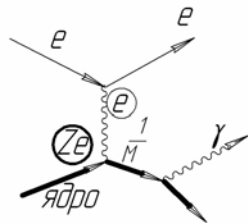
атома  $e + e \rightarrow \gamma + e + e$ , то в нижней вершине диаграммы вместо ядра надо подставить электрон.

Значение  $A \sim e \cdot e \cdot e \cdot \frac{1}{m_e}$ , сечение  $\sigma(\frac{см^2}{электрон}) \sim \alpha^3 \frac{1}{m_e^2}$ .

Пересчет на все  $Z_2$  электроны атома приводит к сечению  $\sigma_e \sim \alpha^3 \frac{Z_2^2}{m_e^2}$ . Сравнение сечений

на ядре и на всех электронах атома дает отношение  $\sigma_Z / \sigma_e \sim Z_2$ . Видно, что процесс рождения гамма кванта более эффективен на ядре, чем даже на всех электронах атома.

Одна из диаграмм Фейнмана может быть записана для рождения гамма кванта



ядром массой  $M(A_2, Z_2)$ . В этом случае появляется пропагатор вида  $1/M$ , который сильно уменьшает вероятность процесса. Для

этого случая  $A_M \sim e^3 \cdot Z_2^2 \cdot \frac{1}{M}$ , тогда получаем

сечение  $\sigma_M \sim \frac{\alpha^3 \cdot Z_2^4}{M^2}$ . Если принять  $M = A \cdot m_N$ , то можно записать сечение  $\sigma_M$  в виде,

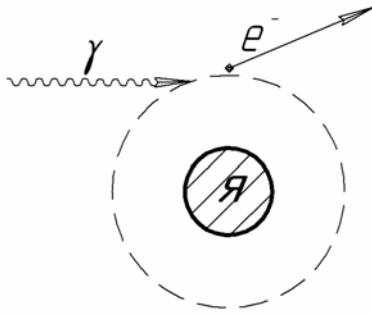
удобном для проведения сопоставления с рождением гамма кванта электроном  $\sigma$ :

$$\sigma_M \sim \frac{Z_2^4 \cdot \alpha^3}{A^2 \cdot m_N^2} \sim \frac{Z_2^2}{A^2} \cdot \frac{\alpha^3 \cdot Z_2^2}{m_N^2} \sim \frac{1}{4} \cdot \frac{\alpha^3 \cdot Z_2^2}{m_N^2}$$

Отношение сечений  $\sigma_M / \sigma \sim \frac{1}{4} \cdot \frac{Z_2^2 \alpha^3}{m_N^2} : \frac{Z_2^2 \alpha^3}{m_e^2} \sim (\frac{1}{2000})^2 \sim 10^{-7}$  составляет малую величину.

#### 4. Фотоэффект.

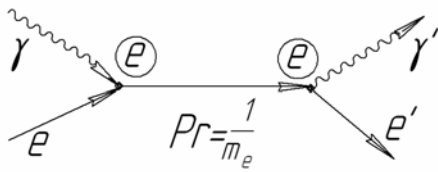
Диаграммы Фейнмана применимы для свободных частиц. Фотоэффект на



свободном электро́не невозмо́жен ( $\gamma + e \not\rightarrow e$ ) из-за нарушения законов сохранения энергии-импульса. Реакция происходит, если электрон связан в ядре. В этом случае диаграмму в простом виде записать нельзя.

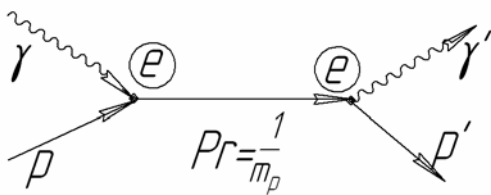
5. Комптон-эффект.

Гамма-квант упруго рассеивается на свободном электро́не вещества  $\gamma + e \rightarrow \gamma' + e'$ .



Виртуальной частицей, переносчиком э/м взаимодействия, является электрон (пропагатор  $1/m_e$ ). В этом случае амплитуда процесса  $A \sim e \cdot e \frac{1}{m_e}$ , сечение  $\sigma(\frac{cm^2}{\text{электрон}}) \sim \alpha^2 \frac{1}{m_e^2}$ .

Пересчет сечения на один атом ( $cm^2/атом$ ), с учетом  $Z_2$  электро́нов, приводит к зависимости  $\sigma(\frac{cm^2}{\text{атом}}) \sim \alpha^2 \frac{Z_2}{m_e^2}$ . Легко показать из рисунка диаграммы, что комптон-

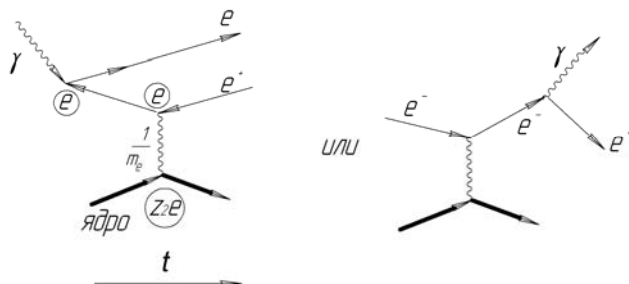


эффект на протоне  $\sigma_p$  гораздо меньше, чем на электро́не  $\sigma_e$ . В реакции на протоне амплитуда процесса  $A_p \sim \frac{e^2}{m_p}$ , пропагатором выступает протон.

Соответственно сечение  $\sigma_p \sim \frac{\alpha^2}{m_p^2}$ . Сопоставление сечений в виде отношения приводит к малому значению  $\sigma_p / \sigma_e \approx (m_e / m_p)^2 \approx 2 \cdot 10^{-7}$ .

6. Рождение e-e пар частиц.

Гамма квант в э/м поле ядра рождает электрон-позитронную пару частиц  $\gamma + Z_2 \rightarrow e^- + e^+ + Z_2$ . В качестве пропагатора здесь выступает виртуальный электрон или

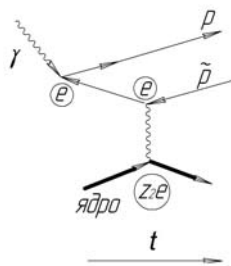


позитрон (рис. слева). Амплитуда процесса для одной из диаграмм  $A \sim \frac{e^3 Z_2}{m_e}$ , сечение

процесса на одном ядре  $\sigma(\frac{см^2}{ядро}) \sim A^2 \sim \frac{\alpha^3 Z_2^2}{m_e^2}$ . Диаграмма рождения пар превращается в

диаграмму тормозного излучения (рис. справа), если луч для  $e^+$  перенести против оси времени. Он будет соответствовать электрону, а линию гамма кванта надо развернуть вправо (характеристики  $\gamma$ - и  $\tilde{\gamma}$ -частиц) совпадают. Получившаяся диаграмма соответствует тормозному излучению. Из левого рисунка следует, что электрон рождается раньше, чем происходит взаимодействие гамма кванта с ядром. Это виртуальный процесс, который учитывается математически при интегрировании в диаграммной технике Фейнмана. Аналогично тормозному излучению, вероятность рождения пар частиц в поле ядра  $\sigma_{нар}^z$  значительно превышает вероятность процесса в поле электрона  $\sigma_{нар}^z / \sigma_{нар}^e \sim Z^2$ .

В поле ядра возможно рождение пар других частиц, например протон-антипротонной пары  $\gamma + Z_2 \rightarrow p^+ + \tilde{p}^- + Z_2$ . Диаграмма записывается аналогично, здесь в



качестве пропагатора выступает протон (антипротон). В этом случае амплитуда процесса

$$A_{pp} \sim e^3 \cdot \frac{Z_2}{m_p},$$

а сечение обратно пропорционально

квадрату массы одной из рожденных частиц  $\sigma_{pp} \sim \alpha^3 \cdot \frac{Z_2^2}{m_p^2}$ . При одной и той же энергии, превышающей порог рождения тяжелых

частиц ( $E_\gamma > 2m_p c^2$ ), отношение вероятностей рождения пар легких частиц  $e^-e^+$  по сравнению с рождением тяжелых пар частиц (протон антипротона  $p\tilde{p}$ ) получается в виде

$$\sigma_{ee} / \sigma_{pp} \sim (m_p / m_e)^2 \sim (2000)^2 \sim 4 \cdot 10^6.$$

Рождение тяжелых пар сильно подавлено. Таким образом, диаграммная техника позволяет качественно, практически без применения сложной математики проводить сравнительную оценку вероятности протекания различных э/м процессов.

## Лекция 11

### Характеристики атомных ядер

#### Введение

В настоящее время надежно установлено, что атомное ядро состоит из  $Z$  протонов и  $N$  нейтронов, которые вместе составляют массовое число  $A=Z+N$ . Соотношение  $Z/N \approx 1$

для легких и средних ядер. В тяжелых ядрах число нейтронов в 1,5 раза превосходит количество протонов. Внутри ядра между протонами действуют кулоновские силы отталкивания, энергия отталкивания между парой протонов составляет порядка 1 МэВ. Ядро удерживается от распада за счет более интенсивных ядерных сил притяжения. Аналогично, силы притяжения действуют на незаряженные нейтроны. Переносчиком этих сил являются кванты сильного взаимодействия – пионы. Виртуальные пионы существуют в виде «шубы», окружающей отдельные протоны и нейтроны:  $p^+ \rightarrow n + \pi^+$ ,  $n \rightarrow p^+ + \pi^-$  и могут удалять на расстояние  $\sim 1\text{ф}$ , образуя короткодействующее поле ядерных сил (лекция 1). Этот масштаб ( $\sim 1\text{ф}$ ) определяет внутри ядра расстояние между отдельными протонами и нейтронами. Частицы  $\pi$  мезоны за счет ядерных сил осуществляют удержание частиц в целом ядре. Энергия связи нуклонов  $\varepsilon_{cb}$  порядка 8 МэВ и значительно превосходит кулоновское отталкивание, прочно удерживая нуклоны в ядре. Идентичность протонов и нейтронов относительно ядерного (сильного) взаимодействия подчеркивается их обобщением в качестве однотипных частиц-нуклонов ( $p \equiv n \equiv N$ ).

Ядро (радиус  $R_{\text{я}} \leq 10^{-12}$  см) в атомном масштабе ( $R_{\text{ат}} \leq 10^{-8}$  см) занимает ничтожно малый объем  $\sim 10^{-10}$  %, однако его прочность значительно больше чем атома, поскольку  $\varepsilon_{cb}$  нуклонов превосходит на несколько порядков потенциал ионизации  $I$  атомов:

$$\frac{\varepsilon_{cb}}{I} \geq \frac{8\text{МэВ}}{100\text{эВ}} \approx \frac{10^7}{10^2} \approx 10^5.$$

Поэтому во многих квантово-механических процессах ядро можно рассматривать как точечную структуру с определенными характеристиками.

Ядра обозначают в виде  ${}^A_Z\text{Эл}$ , где  $Z$ -заряд (в ед. заряда электрона),  $A$ - массовое число (полное число нуклонов в ядре), например: гелий  ${}^4_2\text{He}$ , кислород  ${}^{16}_8\text{O}$ .

Среди ядер выделяют:

- изотопы - ядра с одинаковым числом протонов ( $Z = \text{const}$ ), например  ${}^3_2\text{He}$ ,  ${}^4_2\text{He}$ ,  ${}^5_2\text{He}$ . В таблице Менделеева они размещены в одном месте;
- изобары – ядра с одинаковым полным числом нуклонов ( $A = \text{const}$ ), например  ${}^{15}_7\text{N}$ ,  ${}^{15}_8\text{O}$ ;
- изотоны – ядра с одинаковым числом нейтронов ( $N = \text{const}$ ) например  ${}^{13}_6\text{C}$ ,  ${}^{14}_7\text{N}$ ,  ${}^{15}_8\text{O}$ .

По времени жизни (относительно распада) все ядра делят на две большие группы - стабильные и радиоактивные ядра:

- стабильные – их время жизни стремится к бесконечности, таких ядер несколько сотен;
- радиоактивные ядра (самопроизвольное испускание частиц:  $\gamma$ ,  $\alpha$ ,  $n$ ,  $p$ , деление и др.)- время жизни конечно ( $10^{-23}$  сек  $\leq \tau \leq 10^7$  лет). Их число составляет несколько тысяч.

Характерное ядерное время составляет величину порядка  $10^{-23}$  сек. Это фактически время пролета одного релятивистского нуклона мимо другого нуклона на близком расстоянии  $\tau_{яд} \approx \Delta x / V \sim 2 \cdot 10^{-13} \text{ см} / (3 \cdot 10^{10} \text{ см/сек}) \sim 10^{-23} \text{ сек}$ , где  $\Delta x$  – размер нуклона,  $V \approx c$ . За такое время осуществляется ядерное взаимодействие между частицами, которое приводит к превращению и распаду ядерно-активных микрообъектов (в масштабе ядер, частиц, нуклонов, кварков).

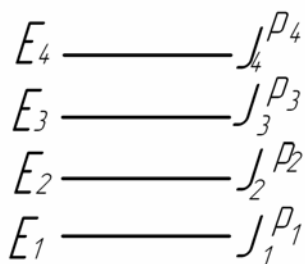
### Статические характеристики ядер.

Ядра конечных размеров представляют собой сложную квантово-механическую систему многих тел с сильной связью между нуклонами. Нет единой теории для описания всех характеристик ядер. Поэтому многие параметры получены в рамках модельных представлений и эмпирическим путем.

Масса покоя ядра определяется как  $Mc^2 = \sum_1^Z m_p c^2 + \sum_{A-Z}^A m_n c^2 - E_{св}$ , где  $E_{св}$  - энергия

связи ядра. Масса ядра меньше суммы масс нуклонов на энергию связи, которая составляет малую величину массы от  $Mc^2$  ( $E_{св} \leq 1\% Mc^2$ ). При поглощении энергии  $\Delta E$  статическая масса ядра возрастает  $(Mc^2)^* = Mc^2 + \Delta E$ .

Энергетический спектр уровней ядра имеет дискретный набор значений  $E_i$ , с



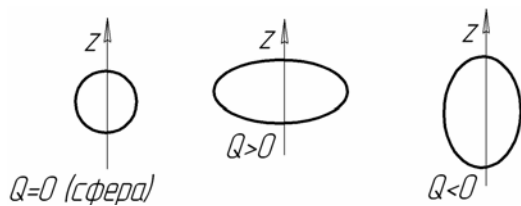
временами жизни  $\tau_i$  и шириной линий возбуждения  $\Gamma_i$ , спинами отдельных уровней  $J_i$  и их четностью ( $P = +/-1$ ). Ядро в целом также характеризуется полным моментом (который называют спином ядра) и четностью состояния  $J^P$ .

Спин ядра это полный момент всех нуклонов  $\vec{J} = \sum (\vec{L}_N + \vec{S}_N)$ , где  $\vec{L}$  и  $\vec{S}$  – орбитальный момент и спин отдельных нуклонов, входящих в состав ядра. Как правило, происходит взаимная компенсация моментов большинства нуклонов, например  $J(\text{Co}^{60})=5$ . Если бы не было компенсации, то минимальное значение спина за счет нуклонов было бы  $J^{\min} \approx \frac{1}{2} \cdot 60 \approx 30$ . Для большинства ядер  $0 \leq J \leq \frac{11}{2}$ .

Заряд ядра определяется полным числом протонов входящих в состав ядра. Дробные заряды кварков (например, протон состоит из трех кварков с зарядами  $\frac{+2e}{3}, \frac{+2e}{3}, \frac{-1e}{3}$ ) проявляется на расстояниях  $\Delta x < 10^{-13}$  см при изучении внутренней структуры отдельных нуклонов.

Магнитный момент ядра является векторной суммой магнитных моментов отдельных нуклонов. При этом происходит значительная взаимная компенсация моментов, подобно эффекту при сложении спинов нуклонов. Задача осложняется существованием аномальных моментов у отдельных протонов и нейтронов. Если бы нуклоны были точечными дираковскими частицами, то магнитные моменты должны были бы быть равны для протона  $\mu_p = \frac{e_p \cdot \hbar}{m_p \cdot c} = \mu_B$ ; для нейтрона  $\mu_n = \frac{e_n \cdot \hbar}{m_n \cdot c} = 0$ , однако экспериментальные значения сильно отличаются  $\mu_p^{\text{экc}} = 2.79\mu_B$ ,  $\mu_n^{\text{экc}} = -1.81\mu_B$ . Эти значения можно представить в виде  $\mu_p^{\text{экc}} = (1+1,79)\mu_B$ ,  $\mu_n^{\text{экc}} = (0-1,81)\mu_B$ , где аномальные добавки (+1,79 для p и -1,81 для n) практически одинаковые и могут быть объяснены влиянием «шубы» за счет  $\pi$  мезонов у точечных дираковских частиц (p и n). Данные о магнитных моментах ядер, как правило, получаются экспериментально на основе измерения дополнительной энергии  $\Delta E = \vec{\mu} \cdot \vec{H}$ , возникающей у ядра при его помещении в магнитное поле  $\vec{H}$ .

Квадрупольный момент ядра  $\vec{Q}$  характеризует отклонение формы ядра от сферичности. Для определенного набора ядер (магические ядра) квадрупольные моменты



равны нулю. Для большинства ядер значения  $Q > 0$ , при этом степень несферичности ядер  $\Delta R / R$  не более нескольких процентов. Определение

величины  $\vec{Q}$  основывается на измерении дополнительной энергии  $\Delta E$  ядра при его помещении в неоднородное (по оси Z) электрическое поле  $\vec{\varepsilon}$ :  $\Delta E = \vec{Q} \cdot \frac{\vec{\partial \varepsilon}}{\partial Z}$

Дипольный момент  $\vec{D}$  у ядер (смещение всех нейтронов относительно протонов) принципиально отсутствует ( $\vec{D} = 0$ ). В противном случае, будет нарушаться закон сохранения пространственной четности в сильных взаимодействиях. Существование дипольного момента у ядер противоречит представлениям современной физики.

### **Четность состояния ядра**

В квантовой механике существует теорема Людерса-Паули, из которой следует, что применение трех операторов сопряжения: зарядового -  $\hat{C}\Psi = c\Psi$ , времени -  $\hat{T}\Psi = t\Psi$  и пространственной четности -  $\hat{P}\Psi = p\Psi$ , приводит к существующей физической системе  $\hat{C}\hat{P}\hat{T}\Psi = cpt\Psi$ , где  $cpt$  – собственное значение трех операторов. Зарядовое сопряжение

переводит частицу в античастицу, оператор времени переводит направление течения времени, оператор пространственного сопряжения переводит  $\psi$ -функцию из правой системы в левую. В сильных и электромагнитных взаимодействиях каждый из этих операторов сохраняет физическую систему.

Пространственная четность системы сохраняется независимо от видоизменения частей ее подсистемы в результате каких-то реакций:  $P_{нач}^{сис} = P_{кон}^{сис}$ . Если система состоит из двух подсистем  $A$  и  $B$ , связанных моментом количества движения  $l$ , то четность системы  $AB$  вычисляется по правилу  $P_{AB} = P_A \cdot P_B \cdot (-1)^l$ , где  $P_A, P_B$  – внутренние четности подсистем  $A$  и  $B$ . Применительно к ядрам, внутреннюю четность протонов и нейтронов выбрали положительной. Внутренняя четность  $\gamma$  кванта, в зависимости от мультипольности излучения ( $El$  или  $Ml$  переходы), может быть разных знаков:  $P_\gamma = (-1)^l$  - для электрических  $El$  переходов,  $P_\gamma = (-1)^{l+1}$  для магнитных  $Ml$  переходов.

Закон сохранения пространственной четности может запрещать протекание определенных реакций. Четность ядра определяют из оболочечной модели ядра.

### Определение масс ядер

Единицей измерения масс является 1/12 часть массы атома изотопа углерода  $^{12}_6C$ .

$$1 \text{ а.е.м.} = \frac{1}{12} M_{ам} (^{12}_6C) = \frac{1}{12} \frac{A z}{N_{Ав}} = 1,660 \cdot 10^{-24} \text{ г}$$

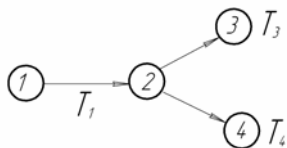
в системе CGSE, которая

соответствует одной атомной единице энергии:

$$1 \text{ а.е.Е} = (1 \text{ а.е.м.}) \cdot c^2 = 1,6 \cdot 10^{-24} \text{ г} \cdot \left( 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{см}}{\text{сек}} \right)^2 = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ эрг} = 931,5 \text{ МэВ}.$$

### Методы измерения масс ядер

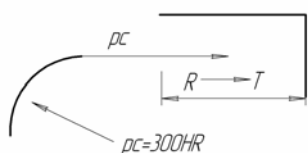
1. *Баланс ядерной реакции:*  $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$  в бинарном процессе столкновения двух частиц, одна из которых (2) покоится. Закон сохранения полной энергии в замкнутой



системе  $m_1c^2 + m_2c^2 + T_1 = m_3c^2 + m_4c^2 + T_3 + T_4$  позволяет найти массу одной из четырех частиц, если известны энергии и массы всех остальных частиц.

2. *Прямое измерение массы отдельной заряженной частицы.*

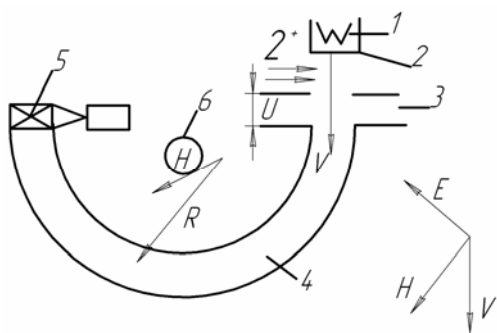
Частица с известным импульсом  $pc$  и энергией попадает в детектор-поглотитель, где происходит ее остановка. По пробегу частицы  $R$  восстанавливается энергия  $T$ .



Импульс частицы  $pc$  измеряется в магнитном спектрометре  $pc=300ZHR$ . Масса  $mc^2$  (не релятивистский случай) находится из формулы  $T = p^2 / 2m = (pc)^2 / 2mc^2$ .

### 3. Масс – спектрометрия.

В масс-спектрометре измеряется масса иона  $M_{ион}c^2$ , ускоренного до определенной энергии. Схема измерения состоит в следующем. Нить нагревателя (1) разогревает



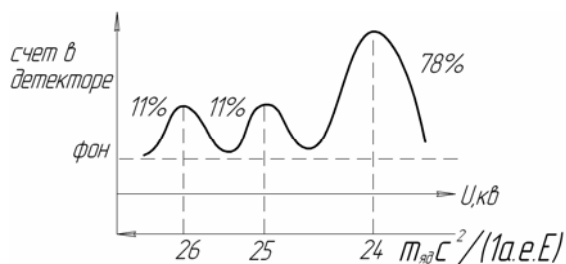
образец вещества (2), массу атомов которого надо определить. За счет автоэмиссии происходит усиленное испарение атомов с поверхности образца. По пути атомы ионизируются, образовавшиеся положительные ионы  $Z$  попадает в ускоряющий промежуток

(3) с напряжением  $U$ . Затем ускоренный ион с импульсом  $pc$  движется в вакуумной камере (4), расположенной в поперечном магнитном поле (6). Выполнение условия  $F_{лор} = F_{цен}$  приводит к соотношению  $pc = 300ZHR$ , ион закручивается в магнитном поле и попадает в счетчик (5), где проводится регистрация интенсивности счета в зависимости от напряжения  $U$  в спектрометре. Ион приобретает кинетическую энергию  $\frac{(pc)^2}{2M_{ион}c^2} = ZeU$ .

Используя связь  $pc = 300ZHR$  для вычисления массы иона, получаем выражение  $M_{ион}c^2 = ZeH^2R^2 / 2U$ . Измеряемая масса обратно пропорциональна приложенному напряжению. Масса ядер получается из равенства

$$(Mc^2)_{ион}^+ = M_яc^2 + \sum m_e c^2 - \sum E_{св}.$$

На рисунке приведен пример измерения массы атомов магния  $Mg$  в естественной смеси изотопов. Видно три пика в счете детектора. Отношение площадей под пиками



11:11:78 соответствует распространенности изотопов магния в природном минерале  $^{26}Mg : ^{25}Mg : ^{24}Mg = 11\% : 11\% : 78\%$ . Следует помнить, что в таблице Менделеева дробное значение массы относится не к одному типу атомов, а отражает среднее значение массы распространенных в природе изотопов.

Среднее значение нельзя использовать в качестве точного числа для массы атомов.

Ниже в таблице приведены примеры измерения масс атомов для некоторых элементов в относительных атомных единицах ( $Mc^2_{ат}/1a.e.E$ ). Видно, что эти значения

элемент	${}^1_1H$	${}^7_3Li$	${}^{12}_6C$	${}^{16}_8O$
Мс <sup>2</sup> /1а.е. Е	1,0078252	7,01600039	12	15,99491502
А-массовое число	1	7	12	16

практически совпадают со значениями массовых чисел (А). Разница ( $10^{-3} - 10^{-2}$ ) получается за счет вариации энергии связи у разных элементов. Поскольку используется углеродная шкала масс, то  $A({}^{12}_6C) = 12$  точно.

Массу нейтрального незаряженного нейтрона нельзя измерить в масс-спектрометре. Использование метода баланса энергии для ядерной реакции  $n + {}^{14}_7N \rightarrow p + {}^{14}_6C$  позволило точно определить массу нейтрона  $m_n c^2 = 939,57$  МэВ. Это значение больше массы протона  $m_p c^2 = 938,28$  МэВ на  $2,5 m_e c^2$ . Поэтому свободный нейтрон не является стабильной частицей, он распадется по схеме:  $n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e + Q$ , где  $Q = 1,5 m_e c^2 \approx 0,75$  МэВ. В этой реакции сохраняются все квантовые заряды (В, L, Z):

$$B: 1 \rightarrow 1 + 0 + 0 \quad L: 0 \rightarrow 0 + 1_e + (-1)_\nu \quad Z: 0 \rightarrow +1_p - 1 + 0.$$

Время жизни свободного нейтрона  $\tau_n \approx 920$  сек.

### Энергия связи

Разность между суммой масс отдельных нуклонов ядра и его массой как целого, в энергетических единицах, составляет энергию связи

$$E_{cb} = \Sigma m_p c^2 + \Sigma m_n c^2 - M(A, Z) c^2 = Z \cdot m_p c^2 + (A - Z) m_n c^2 - M(A, Z) c^2.$$

Энергия связи  $E_{cb} > 0$  определяет энергию, которую надо сообщить ядру, чтобы его разделить на отдельные составляющие нуклоны. Если  $E_{cb} < 0$ , то ядро неустойчиво по отношению к распаду. Можно ввести энергию связи относительно отдельного фрагмента ядра, например для отделения  $\alpha$  частицы:  $E_{cb}^\alpha = M_\alpha c^2 + M(A - 4, Z - 2) c^2 - M(A, Z) c^2$ .

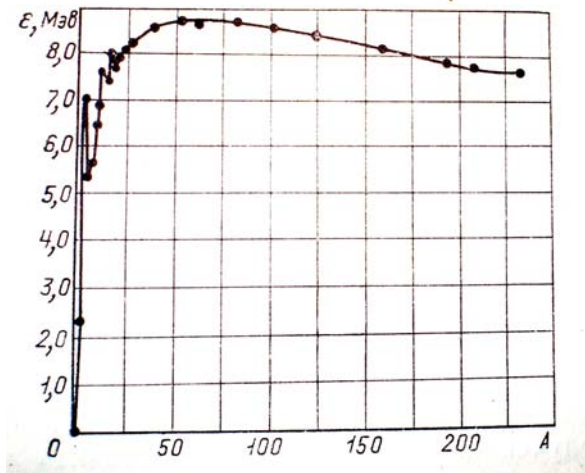
В общем виде энергия связи (отделение фрагмента ядра) определяется как сумма масс конечных продуктов минус масса начального ядра. Например, энергия связи  $n$  внутри ядра  ${}^{236}_{92}U$  получается из выражения:  $E_{cb}^n = [m_n + M({}^{235}_{92}U) - M({}^{236}_{92}U)] \cdot c^2$ . Массы всех составляющих известны:  $m_n \approx 1,00866$  а.е.м.,  $M(U_{236}) = 236,04573$ ,  $M(U_{235}) = 235,04393$ . В результате получим  $E_{cb}^n = 0,0073 \times 1$  а.е.м.  $\cdot c^2 \approx +6,8$  МэВ.

Это означает:

- на отделение нейтрона из ядра  ${}^{236}_{92}U$  необходимо затратить энергию 6,8 МэВ.

- при поглощении теплового нейтрона ( $T_n \approx 0$ ) ядром  ${}^{235}_{92}\text{U}$ , образовавшееся новое ядро  ${}^{236}_{92}\text{U}$ , получает возбуждение 6.8 МэВ за счет выделения энергии связи в реакции  $n + {}^{235}\text{U} \rightarrow ({}^{236}\text{U})^*$ .

Для сопоставления энергетической «прочности» разных ядер вводится понятие средней удельной энергии связи на один нуклон ядра  $\varepsilon = E_{\text{св}}/A$ .



Из графика зависимости  $\varepsilon$  от массового числа  $A$  видно, что среднее значение  $\varepsilon \approx 8$  МэВ/нуклон для большинства ядер. При небольших значениях  $A$  величина  $\varepsilon$  постепенно возрастает и уже при  $A \sim 9$  ( ${}^9_4\text{Be}$ ) достигает значения 6,4 МэВ. Для больших значений  $A$  ( $\geq 100$ ) начинается незначительный

спад величины  $\varepsilon$ . Это обусловлено возрастанием роли кулоновских сил отталкивания ( $\sim Z^2$ ), которые ослабляют прочность ядра. Для вычисления энергии связи требуются данные о массах ядер с достаточно высокой точностью (лучше 0,1%).

Часто в табличных данных вместо масс указываются дефекты масс атомов  $\Delta$ , которые определены как  $\Delta = \frac{M^{am}(A, Z)}{1a.e.m.} - A = A' - A$ , где  $A$  – массовое число (целое натуральное число). Табличные данные  $D^{at}(A, Z)$  дефектов масс (МэВ) связаны с массами соотношением  $D^{am}(A, Z) = M^{am}(A, Z)c^2 - A \cdot 1a.e.E$ , где  $1a.e.E = 931,5$  МэВ, поэтому  $M^{am}(A, Z) = D^{am}(A, Z) + A \cdot 931,5$ . Из формулы зависимости  $\varepsilon(A)$  следует, что тяжелым ядрам ( $A \geq 200$ ) энергетически выгодно делиться на два приблизительно равных осколка. В этом случае у конечных ядер удельная энергия связи больше, чем у начального ядра. Это означает, что сумма масс осколков будет меньше массы начального ядра, что приводит к выделению энергии  $Q \approx M(A, Z)c^2 - 2 \cdot M(A/2, Z/2)c^2$ . Для ядер урана  ${}^{235}_{92}\text{U}$  при делении выделяется энергия  $Q \approx 200$  МэВ/ядро. Аналогичные выводы о выделении энергии получаются для реакции синтеза легких ядер. В термоядерном синтезе также выделяется энергия при слиянии двух легких ядер в одно более тяжелое.

## Лекция 12

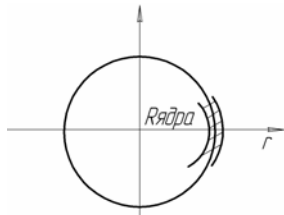
### Методы измерения характеристик ядер

Ниже кратко рассмотрены методы определения основных статических характеристик ядер, таких как: радиус, заряд, квадрупольный момент, магнитный момент

и др., которые относят к ядру в целом. Методы измерения массы ядер рассматривались в предыдущей лекции.

### 1. Размер ядер

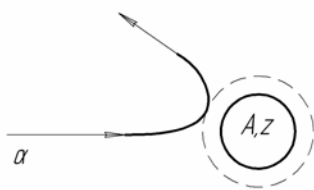
Размер ядер ( $R_{\text{яд}} \leq 10^{-12}$  см) непосредственно измерить нельзя – это микроскопический объект. Данные получают из опытов по рассеянию, в сопоставлении с модельными представлениями о ядре – как квантовом объекте сферической формы, имеющей определенный радиус ( $R_{\text{я}}$ ). Внутреннее движение нуклонов в ядре и соотношение неопределенности  $\Delta p \cdot \Delta x \cong \hbar$  приводят к размытию границ. В пограничном



слое плотность вещества должна падать постепенно к нулю, что приводит к понятию эффективного радиуса ядра. Поскольку ядра образуют сферу объемом  $A$  нуклонов, то следует ожидать, что радиус ядра должен иметь зависимость  $R_{\text{я}} \approx r_0 \cdot A^{1/3}$ . Как увидим

дальше, этот закон хорошо выполняется при  $r_0 \approx (1,4-1,5) \cdot 10^{-13}$  см. Откуда следует, что радиусы всех известных ядер лежат тоже в узком диапазоне  $1,5\text{ф} \leq R_{\text{я}} \leq 10\text{ф}$ .

Первые опыты Резерфорда по упругому рассеянию  $\alpha$  частиц ( $T_{\alpha} \approx 5$  ч  $6$  МэВ)



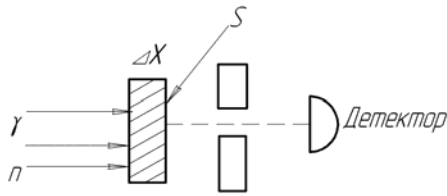
давали верхнюю границу для размеров тяжелых ядер  $R_{\text{я}}$  порядка  $10^{-12}$  см. Заряженные  $\alpha$  частицы не достигали границы ядра, где начинают действовать ядерные силы (поглощающие  $\alpha$  частиц).

**Опыты по рассеянию нейтронов** позволяют избежать методических трудностей связанных с влиянием кулоновского рассеяния. Для нейтронов кулоновское взаимодействие отсутствует. При попадании нейтрона в ядро возможно два эффекта: ядерное поглощение и упругое потенциальное рассеяние. Опыт с нейтронами дает слегка завышенную оценку радиуса ядра, т.к. определяется радиус сильного взаимодействия – поле виртуальных пионов может выходить за границы ядра.

Оценим кинетическую энергию нейтрона  $T_n$  для этих процессов. Упругое рассеяние дает выражение  $\sigma \approx \pi(R_{\text{я}} + \lambda)^2$ , чтобы сечение поглощения ( $\sigma = \pi R^2$ ) было близко к сечению рассеяния необходимо взять  $\lambda \ll R_{\text{я}}$ . Отсюда, получим

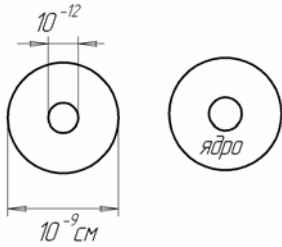
$$\lambda = \frac{\hbar c}{pc} = \frac{\hbar c}{\sqrt{2m_n c^2 T_n}}. \text{ При } T_n = 10 \text{ МэВ} \text{ длина волны нейтрона получаем } \lambda \approx 1,4 \text{ ф. Условие}$$

$\lambda \ll R_{\text{я}}$  начинает выполняться с  $T_n \geq 10$  МэВ для тяжелых ядер.



Опыты проводились в диапазоне энергии 10 МэВ  $<T_n < 100$  МэВ на тонких мишенях. Число взаимодействий определялось из условия:  $\Delta N_{\text{вз}} = j_n N_u \sigma_n t$ , где  $N_u = n_{\text{ат}} \cdot S \cdot \Delta x = n_{\text{ат}} \cdot V$  (см<sup>3</sup>),  $N_u$  - количество центров взаимодействия,

концентрация атомов  $n_{\text{ат}} \left(\frac{1}{\text{см}^3}\right) = \frac{N_{\text{Ав}}}{A(z)} \rho$  (г/см<sup>3</sup>). Площадь ядра занимает малые доли в



площади атома  $\frac{S_{\text{я}}}{S_{\text{ат}}} \cong \frac{10^{-24}}{10^{-18}} \approx 10^{-6}$ . Если мишень тонкая (мало атомов по глубине мишени), то практически отсутствует «затенение» площади ядер по пути пучка нейтронов. Все центры взаимодействия складываются

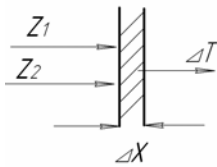
аддитивно. Сечение находим из эксперимента  $\sigma^{\text{эксп}} = \frac{\Delta N_{\text{вз}}}{j \cdot N_u}$ , которое складывается из суммы ядерного и упругого сечений  $\sigma_{\text{н}} = \sigma^{\text{эксп}} = \sigma_{\text{яд}} + \sigma_{\text{упр}} = 2\sigma_{\text{яд}}$ . Откуда получим  $\sigma_{\text{яд}} = \sigma^{\text{эксп}}/2$  и сопоставляем с  $\sigma = \pi R_{\text{яд}}^2$ . В предположении  $R_{\text{яд}} \approx r_0 \cdot A^{1/3}$  можно найти  $r_0$  для вещества данной мишени. Повторение опытов по рассеянию для мишеней из разных веществ, при разных энергиях нейтронов, показало, что  $r_0 = (1.3 \text{ ч } 1.4) \cdot 10^{-13}$  см остается практически постоянной величиной. Это указывает на справедливость предположения, что  $R_{\text{яд}} \approx r_0 \cdot A^{1/3}$ .

## 2. Измерение электрических зарядов частиц

Измеримые электрические заряды всех элементарных частиц и ядер кратны заряду электрона  $|e| = 4.8 \cdot 10^{-10}$  ед. CGSE. Известно, что протон и нейтрон состоят из кварков p(u,u,d), n(u,d,d) и имеют внутреннюю структуру зарядов p(+2/3·e,+2/3·e,-1/3·e), n(+2/3·e,-1/3·e,-1/3·e). Однако при зондировании полных зарядов этих частиц «снаружи» по отдаленным взаимодействиям, протон проявляет себя как частица с зарядом +1·e, а нейтрон 0·e – нейтральная частица.

Существует много способов для измерения зарядов частиц. Кратко рассмотрим методику некоторых наиболее простых и распространенных.

### Ионизационные потери заряженных частиц

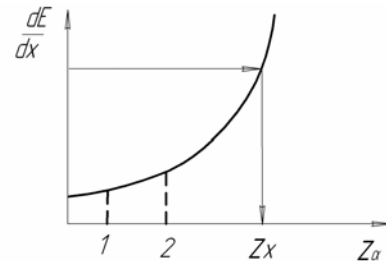


Используется зависимость удельных ионизационных потерь от заряда налетающих частиц  $z$ ,  $\frac{dE}{dx} \approx \frac{z_1^2}{v_1^2} f(v_1)$ . Потери энергии в слое

$\Delta x$  пропорциональны квадрату заряда частиц. Сначала строится

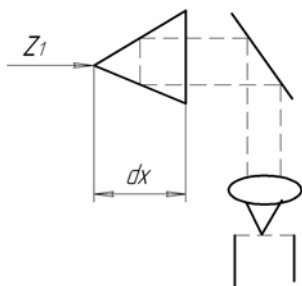
калибровочная кривая  $\frac{dE}{dx} \approx z_i^2$  (при

$v_1 = \text{const}$ ) для нескольких известных частиц, а затем по измеренному значению потерь энергии  $dE/dx$  для неизвестного заряда находится значение  $z_x$ .



**Черенковское излучение.** Используется методика аналогичная ионизационным

потерям в тонком слое  $\frac{dE}{dx} \left( \frac{\text{МэВ}}{\text{см}} \right) \approx z_i^2 (1 - \cos^2 \theta)$ , где  $\cos \theta = \frac{1}{n\beta_1}$ ,  $\beta_1 = v_1/c$  – скорость



налетающих частиц. Амплитуды регистрируемых сигналов пропорциональны квадрату зарядов налетающих частиц. Из

отношения  $\frac{(dE/dx)_z}{(dE/dx)_{z_x}} = \frac{z_1^2}{z_x^2}$  можно найти заряд неизвестной

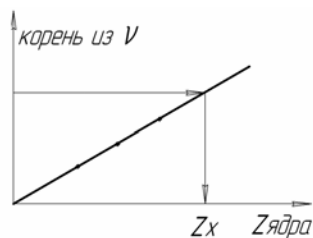
частицы  $z_x$ .

### Измерения в магнитном спектрометре

Используется известное соотношение  $pc = Z_x 300HR$ . Зная входной импульс частицы  $pc$ , величину поля  $H$  и радиус кривизны  $R$  движения в магнитном поле получаем заряд налетающей частицы.

**Закон Мозли.** Этот электромагнитный метод характерен в атомной физике. Используется известная зависимость энергии термов от заряда ядра для разных серий

излучения  $\Delta E_i = \frac{(z - S_n)^2 e^4}{2\hbar^2} \left[ \frac{1}{(n+i)^2} - \frac{1}{n^2} \right]$ , где  $S_n$  – учитывает поправку на экранирование и



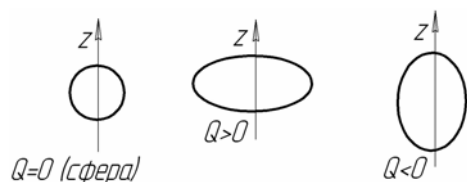
неточечность ядра в разных сериях. Откуда получается  $\sqrt{v_i} \sim \sqrt{\Delta E_i} \sim z$  для разных серий характеристического излучения. По измеренной частоте определяется заряд ядра атома.

### 3. Форма ядер

При определении размеров ядер предполагалось, что они имеют сферическую форму. В общем виде, потенциал создаваемый заряженным телом в точке  $r$ ,

раскладывается на составляющие  $\varphi(r) = \frac{ze}{r} \left[ 1 + \frac{D}{r} + \frac{Q}{r^2} + \dots \right]$ . Первый член соответствует

точечному размеру ядра, второй – дипольной составляющей, третий – квадрупольной составляющей. Дипольный момент ядра, характеризующий сдвиг всех протонов относительно нейтронов, равен нулю, иначе не будет выполняться закон сохранения пространственной четности для сильновзаимодействующих частиц.  $Q(\text{см}^2)$  – квадрупольный момент, который характеризует форму ядра. По определению  $Q = \int \rho(r')(x'^2 + y'^2 + z'^2 - r'^2) dv'$ . Если  $\rho(r') = \text{const}$ , т.е. плотность постоянна внутри ядра,



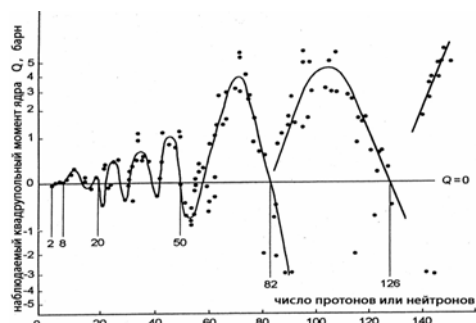
то подынтегральная функция отражает отклонение ядра от сферической формы. Для сферы  $Q=0$ , если ядро – вытянутый эллипсоид вращения вдоль оси  $Z$ , то  $Q>0$ , если – приплюснутый эллипсоид,  $Q < 0$ .

Методы измерения квадрупольного момента основаны на измерении дополнительной энергии  $\Delta E = Q \frac{\partial \vec{\epsilon}}{\partial z}$ , которая возникает при помещении ядра в неоднородное электрическое поле  $\vec{\epsilon}$  с градиентом по оси  $z$ .

Оценим величину сдвига уровней  $\Delta E$ . Типичное значение  $Q \approx 5 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$ . Градиент внешних полей слишком мал для реальных измерений. Большие градиенты могут возникать в атомах твердых тел. Для характерной энергии  $V \approx 1 \text{эВ}$  и расстояния  $\approx 10^{-8} \text{см}$  получим поле  $\frac{\partial V}{\partial z} \approx \frac{1 \text{В}}{10^{-8} \text{см}} \approx 10^8 \text{В/см}$  и градиент порядка  $\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \approx \frac{10^8 \text{В/см}}{10^{-8} \text{см}} \approx 10^{16} \text{В/см}^2$ .

Можно ожидать расщепление ядерных уровней на величину порядка  $\Delta E_Q \approx \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} Q \approx 10^{16} \text{В/см}^2 \cdot e \cdot 5 \cdot 10^{-24} \text{см}^2 \approx 5 \cdot 10^{-8} \text{эВ}$ . Требуются точные резонансные

методы измерения. Для оценки не сферичности ядра предполагается, что ядро имеет



форму эллипсоида вращения, для которого  $Q = 2/5(a^2 - b^2)$ , где  $a$  и  $b$  – полуоси. Выражение для  $Q$  можно записать в виде  $Q \approx \frac{4}{5} \left( \frac{\Delta R}{R} \right)^2 R^2$ , откуда получается  $(\Delta R / R) \leq 10\%$  для тяжелых ядер.

#### 4. Магнитный момент ядер

Магнитный момент ядра вычисляется по аналогии с атомными магнитными моментами в виде  $\mu_J = g \cdot I \cdot \mu_{\text{яд}}^B$ , где  $g$  – гиромагнитное отношение, которое трудно

рассчитать из модельных представлений,  $I$  – спин ядра,  $\mu_{яд}^B = \frac{e\hbar}{2m_N c} = 5.05 \cdot 10^{-24} \text{ эрг} / \text{Гс}$ .

Существует много способов с применением внешних слабых, сильных и высокочастотных магнитных полей для определения магнитных моментов ядер. Наиболее современным является метод ядерного магнитного резонанса (ЯМР). Исследуемый образец для определения магнитного момента помещают в постоянное магнитное поле  $H_0 \approx 10^3 \text{ ч} 10^4$  эрстед. При этом полностью разрывают связь спина ядра и магнитного поля атомных электронов. Возникает дополнительная энергия  $\Delta E = \vec{\mu}_я \cdot \vec{H}_0 = \mu_я \cdot \frac{\vec{I}}{I} \vec{H}_0 = \mu_я \cdot \frac{I_z}{I} H_0$ .

Дополнительная энергия на разных подуровнях выражается в виде  $\Delta E_z = \vec{\mu}_я \vec{H} = \mu_я^B \cdot g \cdot I_z \cdot H_0$ . Расстояние между соседними подуровнями (при  $\Delta I_z = 1$ ) получается  $\Delta E_1 = \mu_я^B \cdot g \cdot H_0$ . Магнитные моменты различных ядер в образце будут ориентированы по разному, с разной энергией  $\Delta E_z$ .

При включении внешнего высокочастотного поля  $E_{вч} = \hbar \nu_{рез}$  с частотой, соответствующей энергии между соседними переходами  $\Delta E_1$ , будет наблюдаться резонансное поглощение энергии ( $\Delta E_1 = E_{вч}$ ). Из выражения  $\mu_я^B \cdot g_z \cdot H = \hbar \cdot \nu_{рез}$  можно получить значение гиромагнитного отношения  $g = \frac{\hbar \cdot \nu_{рез}}{\mu_я^B \cdot H_0}$  и затем найти величину

магнитного момента ядра  $\mu_я = g \cdot I \cdot \mu_я^B$ . В таблице приведены различные измеренные магнитные моменты для некоторых ядер в ядерных магнетонах ( $\mu_я / \mu_я^B$ ).

Частица, ядро	p	n	$^{15}_7 N$	$^{16}_8 O$	$^{17}_8 O$	$^{34}_{17} Cl$	$^{208}_{82} Pb$	$^{209}_{83} Bi$
$\mu_я / \mu_я^B$	2.79	-1.91	-0.28	0	-1.89	1.30	0	4.1
$I$	1/2	1/2	1/2	0	5/2	2	0	9/2

Знаки «+» и «-» показывают ориентацию эффективного магнитного момента относительно спина ядра. Видно, что магнитный момент не намного превосходит ядерные магнетоны, характерные для отдельного нуклона. Для четно-четных ядер спин и магнитный момент равен нулю. Это означает, что происходит полная компенсация магнитных моментов отдельных нуклонов в ядре. Неаддитивность магнитного момента указывает на нецентральный характер ядерных сил. Для магнитных моментов ядер типичны величины порядка ядерного магнетона ( $5,05 \cdot 10^{-24} \text{ эрг} / \text{Гс}$ ).

Поскольку  $1\text{эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{Дж} = 1,610^{-12}\text{эрг}$ , то энергия магнитного взаимодействия

$$W(\text{эВ}) = -\mu H \approx \frac{5 \cdot 10^{-24} H(\text{Гс})}{1,6 \cdot 10^{-12}} \approx 3 \cdot 10^{-12} H(\text{Гс}).$$

Можно ожидать величину  $W(\text{эВ})$  для различных внешних полей  $H_0(\text{Эрст})$ .

Тип материала	Обычный материал	Сверхпроводник	Ферромагнетик
$H_0(\text{Эрст})$	1000	200000	$\approx 10^9$
$W(\text{эВ})$	$3 \cdot 10^{-9}$	$6 \cdot 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{-3}$

Цифры для дополнительной энергии указывают на малую величину эффекта расщепления, требующего точных методик измерений.

### Лекция 13

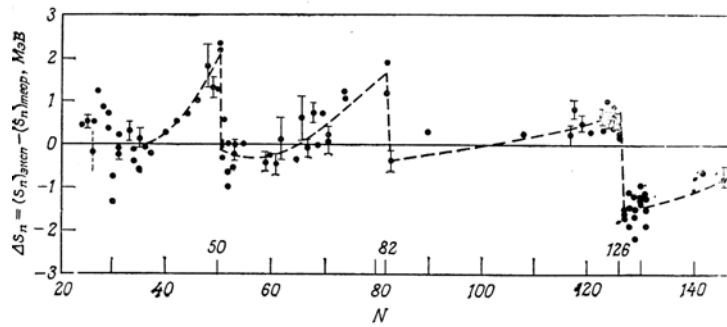
#### Свойства ядерных сил. Модели ядер

При построении моделей ядра необходимо учитывать свойства сил удерживающих протоны и нейтроны внутри ядра. Общей теории ядерных сил до сих пор не создано. Имеется ряд экспериментальных данных, указывающих на отдельные свойства ядерных сил и характеризующие их взаимодействия. Часто эти свойства оказываются противоречивыми, чтобы создать одну модель, учитывающую все характеристики взаимодействия внутри ядра.

Укажем, кратко, **свойства ядерных сил**.

1. Ядерные силы – короткодействующие. Это следует из постоянства удельной энергии связи ядра  $\varepsilon = \frac{E_{св}}{A} \approx const$ . Величина  $\varepsilon$  остается около  $8\text{МэВ/нукл}$  для большинства ядер. Это означает, что полная энергия связи приблизительно пропорциональна полному числу нуклонов в ядре ( $E_{св} \approx A$ ). Такое поведение энергии связи также указывает на насыщение ядерных сил. Отдельный нуклон взаимодействует только с ограниченным числом нуклонов. Энергия связи нуклонов, расположенных у поверхности (не все связи насыщены), должна быть меньше по сравнению с внутренними нуклонами, окруженными соседями со всех сторон. Если бы ядерные силы были далекодействующими, зависимость  $E_{св}$  могла быть типа  $E_{св} \sim A(A-1) \sim A^2$ , подобно кулоновской энергии заряженного шара  $E_{кул} \approx \frac{Z(Z-1)^2}{R} \sim Z^2$ .

2. Существование магических ядер с увеличенной энергией связи при определенном числе нуклонов ( $A = 8; 20; 50; 82; \dots$ ) указывает на наличие внутри ядра оболочечной



структуры с замкнутым числом нуклонов (подобно инертным газам в атомной физике) с увеличенной прочностью ядер.

3. Ядерные силы оказываются зарядово-независимыми. Экспериментально установлено, что парная энергия связи двух нуклонов  $\varepsilon_{св}^{pp} \approx \varepsilon_{св}^{pn} \approx \varepsilon_{св}^{nn}$  за счет ядерного взаимодействия остается практически одинаковой, за вычетом поправки на кулоновское

$\frac{11,1}{3/2^-}$	$\frac{10,8}{3/2^-}$
$\frac{7,5}{5/2^-}$	$\frac{7,2}{5/2^-}$
$\frac{6,5}{5/2^-}$	$\frac{6,5}{5/2^-}$
$\frac{4,6}{7/2^-}$	$\frac{4,5}{7/2^-}$
$\frac{0,48}{1/2^-}$	$\frac{0,43}{1/2^-}$
$\frac{0,48}{3/2^-}$	$\frac{0,43}{3/2^-}$
${}^3_1H$	${}^3_2He$

отталкивание. В пользу зарядовой независимости ядерных сил также свидетельствует одинаковая структура энергетических уровней зеркальных ядер (число протонов одного ядра равно числу нейтронов другого ядра, при одинаковом массовом числе A). На примере ядер  ${}^3_1H$  и  ${}^3_2He$  видно, что интенсивность ядерных сил

не зависит от заряда частиц, поэтому характеристики уровней практически одинаковы.

4. Внутри ядра при большом количестве нуклонов, для повышения устойчивости к распаду, происходит спаривание нуклонов с компенсацией динамических характеристик, таких как спины, магнитные моменты. Для самых тяжелых ядер суммарные моменты (спины) не превышают  $\vec{I} \leq \frac{11}{2} \hbar$ , а магнитные моменты  $\mu_{я} \approx (1 \div 5) \mu_{я}^B$ . Этот эффект проявляется так же в уменьшении энергии связи нечетного нуклона в ядре (не спаренного), как протона, так и нейтрона.

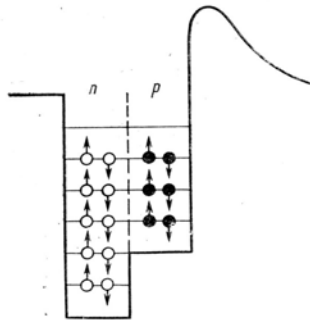
5. Ядерные силы имеют сложный тензорный характер (не центральный). Это, в частности, проявляется в том, что дейтрон, состоящий из двух нуклонов  $d(p,n)$  имеет спин  $S_d = 1$  (при квадрупольном моменте  $Q_d > 0$ ) и не существует стабильного состояния  $S_d = 0$ . Здесь проявляется, также спиновая зависимость ядерных сил – энергия взаимодействия разнотипных частиц при параллельных спинах больше, чем при антипараллельных.

Связанная система	Нет связанной системы	

6. Ядерные силы зависят от спин-орбитального взаимодействия нуклонов, причем оказывается, что  $\Delta E_{\uparrow\uparrow}(Sl) > \Delta E_{\uparrow\downarrow}(Sl)$ . В первом случае, при параллельном направлении спина и момента, энергия связи нуклона в ядре оказывается больше.

7. Ядерные силы носят локальный обменный характер. Переносчиком выступает виртуальный  $\pi$  мезон с радиусом дальнего действия порядка 1 ферми ( $\sim 1\text{ф}$ ).

8. Существует симметрия между числом протонов и нейтронов. Внутри ядерного потенциала ядерная «жидкость», состоящая из протонов и нейтронов, заполнена до одного уровня. В противном случае, при превышении, например, количества нейтронов (их



уровень был бы выше, чем для протонов), должно происходить выравнивание уровней, за счет распада нейтронов:  $n \rightarrow p^+ + \dots$ . Реально, с учетом кулоновского взаимодействия, уменьшающего внутреннюю энергию протонов, получается поднятие «дна» потенциала для протонов, что приводит к уменьшению числа протонов для стабильных ядер.

9. Плотность нуклонов внутри ядра остается практически постоянной – подобно состоянию капли вещества: 
$$\rho = \frac{M_{яд}}{V_{яд}} = \frac{A \cdot m_N}{\frac{4}{3}\pi(r_0 \cdot A^{\frac{1}{3}})^3} = \frac{m_N}{\frac{4}{3}\pi \cdot r_0^3} \approx 10^{14} \frac{г}{см^3}$$

Все существующие модели ядер можно условно разделить на два класса: с сильной связью между частицами и независимым движением частиц внутри ядра. К первому классу относится капельная модель, в которой предполагается большая зависимость частиц на маленьких расстояниях  $r$  по сравнению с размером самого ядра ( $r \ll R_{яд}$ ). Пробег взаимодействия ( $L$ ) частиц внутри ядра, также предполагается маленьким ( $L \ll R_{яд}$ ). Состояние нуклона определяется только нуклонами его ближайшего окружения.

Таковыми моделями являются: капельная модель ядер, модель составного ядра. Они объясняют энергетические характеристики системы - возможность распада, деления ядер, устойчивость ядер, энергию связи и др.

В модели независимых частиц предполагается, что отдельные нуклоны движутся независимо в усредненном потенциальном поле, образованном всеми частицами ядра.

Пробег взаимодействия частиц получается большим ( $L \gg R_{яд}$ ). Большой пробег частиц для низкого состояния по энергии обусловлен принципом Паули для фермионов (нейтронов и протонов). На нижних оболочках, заполненных нуклонами передачи энергии не должно быть, сюда не могут перейти нуклоны из других состояний. Нуклоны можно считать свободными, невзаимодействующими. На основе таких представлений существуют различные модификации оболочечных моделей.

### Капельная модель ядра

По аналогии с каплей, ядро имеет постоянную плотность и постоянную удельную энергию связи (энергию испарения) не зависимо от размеров ядра (капли). Наличие короткодействующих сил и их насыщение также указывает на адекватность представления ядер в виде капли, состоящей из отдельных фрагментов – нуклонов.

На основе капельной модели построена полуэмпирическая формула для энергии связи ядра (формула Вейцеккера):

$$E_{св}(A, Z) = \alpha \cdot A - \beta \cdot A^{\frac{2}{3}} - \gamma \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - \xi \frac{(Z - \frac{A}{2})^2}{A} + \frac{\delta \cdot \eta}{A^{\frac{3}{4}}}, \text{ где}$$

$+\alpha \cdot A$  - указывает на постоянство удельной энергии связи ( $\varepsilon = \frac{\alpha \cdot A}{A} = const$  при бесконечных размерах ядра);

$-\beta \cdot A^{2/3}$  -ослабление энергии связи поверхностных нуклонов ( $S_{нов} \sim R^2 \sim (A^{1/3})^2 \sim A^{2/3}$ ) за счет «оголения» (не заполненности связей) у поверхностных нуклонов;

$-\gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}}$  - ослабление энергии связи за счет кулоновской энергии равномерно заряженной

сферы радиуса  $R$  ( $U_{кул} \sim \frac{Z(Z-1)}{R^{1/3}} \sim \frac{Z^2}{A^{1/3}}$ );

$-\xi \frac{(Z - \frac{A}{2})^2}{A}$  -эмпирический член, указывает на ослабление энергии связи, если  $Z \neq \frac{A}{2}$

при нарушении равенства между числом протонов и нейтронов;

$+\delta_0 \frac{\eta}{A^{3/4}}$  - учитывает изменения энергии связи для четно-нечетных ядер:

$\delta_0 = -\delta_0$  –если ядро нечетно-нечетное (нечетное число протонов и нейтронов),

$\delta_0 = 0$  – ядро четно-нечетное или нечетно-четное (р – четное число, n – нечет. и наоборот)

$\delta_0 = +\delta_0$  – если ядро четно-четное (четное число протонов и нейтронов).

Коэффициенты (МэВ):  $\alpha = 15,75$ ;  $\beta = 17,8$ ;  $\gamma = 0,71$ ;  $\xi = 94$ ;  $\eta = 34$  получены методом наилучшего согласия кривой удельной энергии связи  $\varepsilon(A,Z)$  для всего диапазона ядер  $A$ .

Возрастание  $\varepsilon = E_{св} / A$  в области легких ядер ( $A$ -мало) объясняется уменьшением доли поверхностных нуклонов  $\varepsilon_{св}^{поверх} = 1 / A^{1/3}$ . С ростом  $A$  вклад поверхностной энергии связи уменьшается. Уменьшение  $\varepsilon_{св}$  для тяжелых ядер ( $A$ - большое) происходит за счет возрастающего влияния кулоновской энергии отталкивания  $\varepsilon_{св}^{кул} \sim \frac{Z^2}{A^{4/3}} \sim Z^{2/3}$ .

Из формулы  $E_{св}(A,Z)$  можно получить связь между  $A$  и  $Z$  для максимальной прочности ядер. Проведя дифференцирование  $(\frac{\partial E_{св}}{\partial Z})_A = 0$ , получаем  $Z_{уст} = \frac{A}{2 + 0,015 \cdot A^{2/3}}$ .

Например для  $A = 10$ ,  $Z_{уст} = 4,85 \approx 5$  - это стабильный изотоп  ${}^1_5B$ ; при  $A = 100$ ,  $Z_{уст} = 44$  - это стабильный изотоп  ${}^{100}_{44}Ru$ . Отклонения ядер  $(A,Z)$  от  $Z_{уст}$  приводит к  $\beta^+$  или  $\beta^-$  распадам ядер. Например, происходит  $\beta^-$  - распад  $(A,Z) \xrightarrow{\beta^-} e^- + (A,Z+1) + \tilde{\nu}$ .

Применяя капельную модель, можно рассчитать энергию  $Q$  и порог реакции  $T_{min}$

$$m_1 + m_2 \rightarrow m_3 + m_4$$

$$Q = (m_1 + m_2) \cdot c^2 - (m_3 + m_4) \cdot c^2$$

Массы участвующих ядер вычисляются по формуле  $m_i = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - E_{св}(A,Z)$ .

Если  $Q < 0$ , то  $T_{min} = |Q| \cdot (1 + \frac{m_1}{m_2})$ .

Капельная модель используется в теории ядерных реакций при невысоких энергиях, для объяснения характеристик долгоживущего промежуточного ядра  $O^*$  и энергетического поведения сечений различных процессов для отдельных каналов распада ядра  $O^*$ . Модель также применяется для оценки устойчивости ядер и хорошо объясняет энергетические характеристики реакций синтеза и деления ядер. В соответствии с капельной моделью при  $A \approx 300$  энергия связи стремится к нулю, что ограничивает таблицу Менделеева по числу ядерно-устойчивых элементов в природе.

### Оболочечная модель ядра

Существование ряда ядер (магические массовые числа  $A$ ) с наибольшей устойчивостью по сравнению с близлежащими по массе ядрами, указывает на формирование в ядрах внутренних замкнутых оболочек. Модель должна объяснить правила заполнения оболочек, величину спина ядра и четность состояния ядра.

В основу оболочечной модели положены следующие предположения.

1. Нуклоны движутся по орбитам в центрально-симметричном силовом поле, образованном всеми нуклонами.
2. Для нуклонов существует спин-орбитальная связь, поэтому вектор  $\vec{j}_N = \vec{l}_N + \vec{S}_N$  ведет себя как единое целое.
3. Нуклоны, как фермионы, характеризуются четырьмя квантовыми числами  $(n, l, j, m_j)$ . В центрально-симметричном поле существует вырождение энергетических уровней по проекции  $m_j$ . Для разных значений орбитального момента  $l$  приняты обычные спектроскопические (атомные) обозначения

$l$	0	1	2	3	4	...
обозначение	s	p	d	f	g	...

4. Применяется одно нуклонная модель, в которой спин и четность ядра создаются последним непарным нуклоном  $\vec{J}_Я = \vec{j}_N$ ,  $P_Я = (-1)^l$ , где  $j_n$  и  $l$  – полный и орбитальный момент нуклона.
5. В простейшем виде, для потенциала применяется модель гармонического осциллятора:  $U(r) = -V_0(1 - \frac{r}{R_Я})^2$ , где  $V_0$  – глубина,  $R_Я$  – радиус ядра.
6. Из решения квантово-механических уравнений получается правило для положения уровней энергии:  $E_n = \hbar\omega(n_0 + \frac{1}{2})$ , где  $n_0 = 0, 1, 2, \dots$ . Уровни энергии получаются эквидистантными:  $n_0 = 2(n-1) + l$ , число  $n \geq 1; l \geq 0$ .
7. Для правильного расположения уровней энергии вводится дополнительное расщепление  $\Delta E_{sl} \sim (\vec{S} \cdot \vec{l})$  за счет спин-орбитального взаимодействия отдельных нуклонов. При этом считается, что энергия  $\Delta E_{sl}$  оказывается больше, если спин и орбитальный момент сонаправлены  $\Delta E_{sl}(\uparrow\uparrow) > \Delta E_{sl}(\uparrow\downarrow)$ . Большая энергия соответствует более глубокому размещению уровня в потенциальном поле. Например, для  $n = 1$  и  $l = 1$  получим два вектора,  $\vec{j} = \vec{l} + \vec{S} = \vec{l} + \frac{\vec{l}}{2} = (\frac{3}{2}; \frac{1}{2})$ , которые определяют два подуровня  $(nl_j)$ :  $1P_{3/2}, 1P_{1/2}$ , первый из которых расположен глубже в потенциальной яме.

8. На частицу в потенциальном поле  $U(r) = -V_0(1 - \frac{r}{R_Я})^2$  действует возвращающая сила  $F = -\frac{\partial U}{\partial r} = V_0 \frac{2r}{R_Я} \sim r$ . Сила пропорциональна механическому моменту

частицы  $F \sim r \sim \frac{r \cdot mv}{mv} \sim \frac{l}{p} \sim l$ . Это условие приводит к смещению подуровней с

большим значением  $l$  к дну потенциальной ямы. Например, для  $n_0 = 2$ ,

$E_2 = \hbar \nu (2 + \frac{1}{2})$  получаем два подуровня 1d и 2s, первый из которых лежит ниже.

9. Спин-орбитальное взаимодействие  $\Delta E_{sl} \sim (\vec{s} \vec{l})$  возрастает с увеличением  $l$   $\Delta E_{sl} \sim l$ .

Это приводит к тому, что величина расщепления для верхних уровней ( $l$  - велико) значительно больше, чем для нижних уровней ( $l$  - мало). Схема построения уровней в этой модели приведена ниже на рисунке.

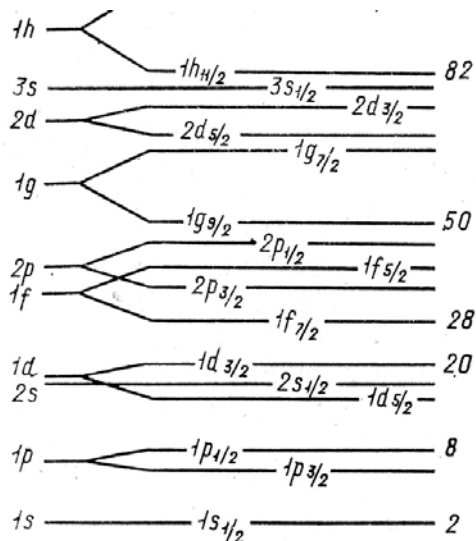
10. Заполнение уровней для нуклонов (р и n) производится независимо друг от друга.

### Заполнение нуклонов на уровнях

В оболочечной модели ядра представлено заполнение уровней для двух вариантов моделей: без спин-орбитального взаимодействия (без расщепления), и с учетом взаимодействия - расщепления.

$n_0$	$n$	$l$	Состояние нуклонов		Число нуклонов		
			Без расщепления	С учетом расщепления	$N_i$	$\sum N_i$	всего
0	1	0	1s	1s <sub>1/2</sub>	2	2	<b>2</b>
1	1	1	1p	1p <sub>3/2</sub> , 1p <sub>1/2</sub>	4+2	6	<b>8</b>
2	1	2	1d	1d <sub>5/2</sub> , 1d <sub>3/2</sub>	6+4	10	18
	2	0	2s	2s <sub>1/2</sub>	2	2	<b>20</b>
3	1	3	1f	1f <sub>7/2</sub> , 1f <sub>5/2</sub>	8+6	64	34
	2	1	2p	2p <sub>3/2</sub> , 2p <sub>1/2</sub>	4+2	6	40
4	1	4	1g	1g <sub>9/2</sub>	10		<b>50</b>
				1g <sub>7/2</sub>		8	58
	2	2	2d	2d <sub>5/2</sub> , 2d <sub>3/2</sub>	6+4	10	68
	3	3	3s	3s <sub>1/2</sub>	2	2	70
5	1	5	1h	1h <sub>11/2</sub> , ...	12	12	<b>82</b>
	...	...	...	...	...	...	...

При формировании 4 и 5 оболочек расщепление уровней 1g и 1h становится большим и



их подуровни  $1h_{11/2}$ ,  $1g_{9/2}$  смещаются в нижние подоболочки, формируя правильные значения магических чисел. Из схемы уровней видно, что расщепление и смещение уровней вниз (в глубину ядерного потенциала) увеличивается за счет энергии спин-орбитального взаимодействия с ростом орбитального числа  $l$ .

Пример определения спина и четности ядра  ${}^{11}_5B$ . Ядро, содержит четное число нейтронов  $n = 6$  и нечетное число протонов  $p = 5$ . В трех парах нейтронов происходит компенсация моментов, и они не дают вклад в спин ядра. Два протона размещаются на уровне  $1s_{1/2}$ , три протона на уровне  $1p_{3/2}$ , в том числе непарный протон ( $l_p=1; j_p=3/2$ ).

Поэтому  $P_{яд} = P_p = (-1)^l = (-1)^1 = -1$ ,  $J({}^{11}_5B) = j_p = \frac{3}{2}$ . Окончательно  $J^P({}^{11}_5B) = \frac{3}{2}^-$ .

В этой простой оболочечной модели существует вырождение по проекции  $m_j$ . Если учесть квадрупольный момент ядра ( $Q > 0$ , или  $Q < 0$ ), то возникает дополнительная энергия за счет вращательных уровней, обусловленных не сферичностью формы ядра. Вырождение энергетических уровней по  $m_j$  снимается в обобщенной модели ядра.

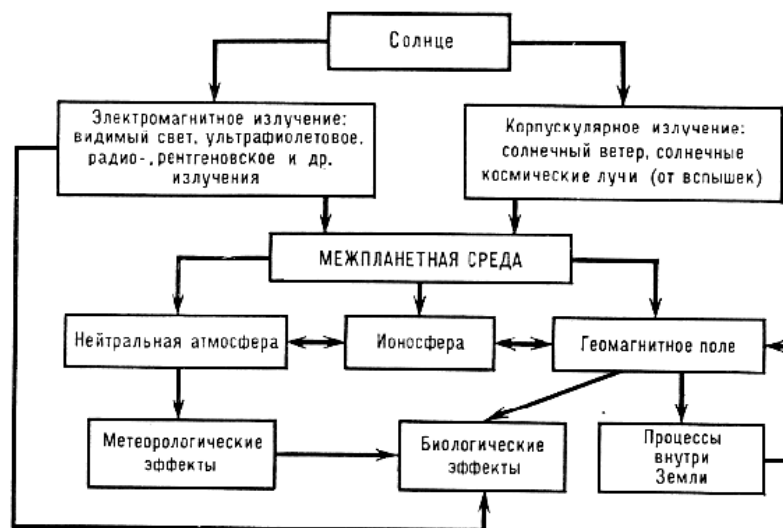
## Лекция 14 Космическая погода

Отдельные закономерности взаимодействия частиц и излучения с веществом были рассмотрены в нашем курсе лекций. В этой лекции будет проведен обобщенный обзор конкретных микро- и макроскопических проявлений этих процессов в природе в масштабе Солнце-Земля.

Солнце является природным источником энергии в различных диапазонах излучения. Его тепловая энергия создает условия жизни на Земле. Подавляющая часть лучистой энергии сосредоточена в области видимого света и характеризуется болометрической светимостью  $L_c = 3,8 \cdot 10^{33}$  эрг/с, инфракрасная и ультрафиолетовая доля составляют незначительное количество. Величина  $L_c$  остается практически постоянной (с точность 0,5%) на протяжении длительного периода времени и не подвергается каким-либо вариациям. Тем не менее, мы ощущает переменчивость «солнечной, или

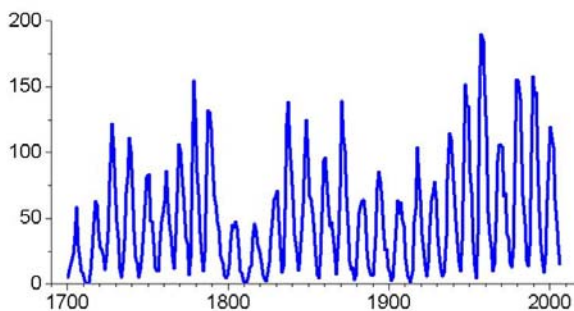
космической погоды», когда возникают его импульсные возмущения за счет мощной вспышечной активности, которая приводит к опосредованному влиянию на флору, фауну, биологическую активность клеток и, в конечном счете, на состояния человека. Возможно даже влияние на массовое проявление различных «всплесков» среди человеческого социума.

В середине прошлого века сформировалась область исследований под условным названием солнечно-земная физика, охватывающая многочисленные разделы науки, такие как ядерная физика, астрофизика, геофизика, биофизика, медицина и др. Появились даже новые специальные разделы, например гелиобиология и ряд других. Далее рассмотрим основные качественные моменты, связанные с солнечно-земной физикой, наиболее подверженные влиянию космической погоды.



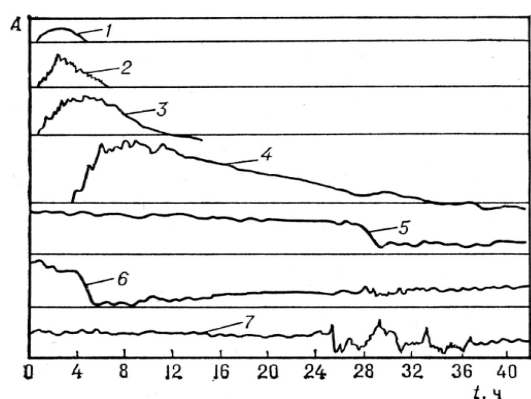
### Динамика солнечного излучения

Давно замечено, что активность Солнца имеет периодичность около 11 лет. С 1749 года ведутся регулярные наблюдения за количеством так называемых «пятен» на Солнце, что составляет более 250 лет. Сейчас закончился 23-солнечный цикл и начался следующий – 24-ый. Солнечная активность, выраженная среднемесячными числами Вольфа, имеет характерную цикличность, но величины максимумов и периодичность не были постоянны в течение последних 400 лет. На рисунке представлена цикличность в



количестве чисел Вольфа (W), связанных с числом темных пятен. Длительность солнечного цикла колеблется от 10 до 14 лет. Видны четкие ритмы солнечной активности со слегка разной амплитудой.

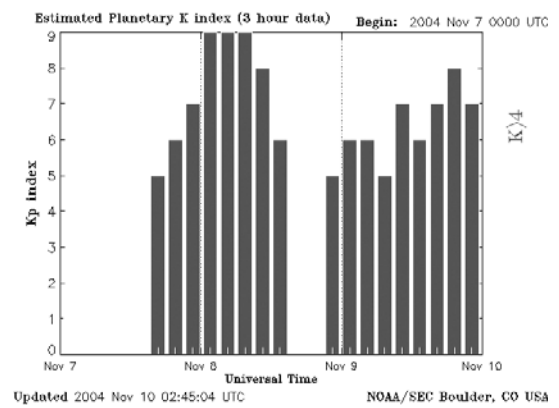
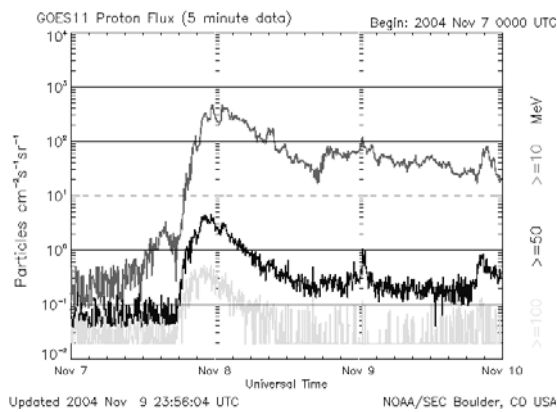
Если число пятен большое – активность выше, и наоборот. Темные пятна на Солнце связаны с областями пониженной температуры на его поверхности, в которых наблюдается увеличенная активность магнитного поля (активная область). В активных областях формируется вспышка, которая приводит к импульсному выбросу в космическое пространство излучения э/м энергии в различных формах: радиоизлучение, ультрафиолет, рентген, а также большого потока частиц в виде быстрой плазмы (КВВ), высокоэнергичных электронов, протонов и других более тяжелых частиц.



На рисунке приведена последовательность излучения различных компонент солнечной энергии: 1- видимая часть излучения, 2- см и 3- метровая части радиоизлучения; 4- солнечные релятивистские заряженные частицы; 5- КВВ на орбите Земли; 6- поглощение космического радиоизлучения; 7- вариации геомагнитного поля Земли (геомагнитные бури).

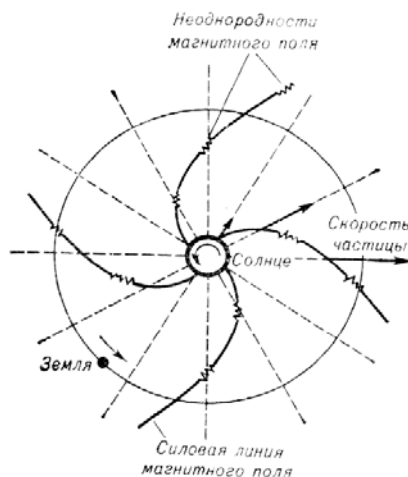
Видна различная скорость распространения возмущений разного типа: – радиоизлучение достигает Земли быстро (около 10 мин.), – магнитное поле Земли начинает «чувствовать» приближение замагниченной плазмы (появление ионов на орбите через 1-3 суток), в зависимости от скорости ее распространения. Напомним, что интервал времени распространения возмущения от Солнца к Земле получается из простой оценки  $\Delta t \approx 150 \text{ млн. км} / V_{\text{КВВ}}$ , где  $V_{\text{КВВ}} \approx 500 - 1000 \text{ км/сек}$ . Это приводит к характерным задержкам от 1,5 до 3 суток. Спутники Земли регистрируют повышенные потоки солнечных частиц. Например, на рисунке (слева) приведено резкое возрастание потока протонов (спутник GOES 11) 07.11.2004 г. на четыре порядка для  $T_p > 10 \text{ МэВ}$  и на два порядка для  $T_p > 50 \text{ МэВ}$ . Справа показана реакция магнитного поля Земли в изменении направления и величины напряженности поля, усредненных по планетарным измерениям (индекс  $K_p$ ). При относительно спокойных условиях его вариация не превышает значений

$K_p \approx 3-4$ . В данном случае возмущение оказалось очень сильным - значения  $K_p$  оказались больше 6-7.



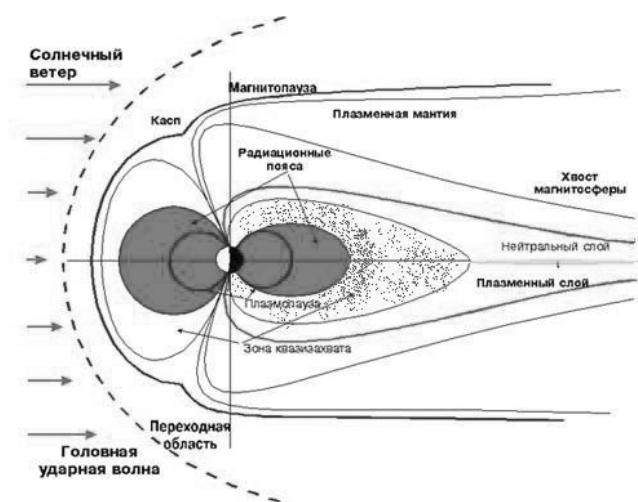
Все видимые проявления солнечной активности формируются процессами, происходящими в конвективной зоне: грануляция фотосферы, образование локальных сильных магнитных полей, обусловленных мощными электрическими токами в плазме, всплывание из глубины новых трубок магнитных силовых линий, образование темных пятен на поверхности, протуберанцев, и наконец, проявление хромосферных вспышек, которые в меняющемся э/м поле могут ускорять разные частицы (легкие и тяжелые) до высоких энергий. В свою очередь, ускоренные электроны создают тормозное излучение в широком диапазоне энергий: от радиоволн до жесткого рентгена и выше. Энергия, выделяемая во время разных вспышек, составляет  $10^{28} - 10^{32}$  эрг и эквивалентна по мощности миллионам атомных бомб. Все эти виды излучения попадают в межпланетную среду и могут достигать орбиты Земли.

В спокойном состоянии из Солнца истекает так называемый солнечный ветер – поток плазмы со скоростью порядка 200 - 400 км/с, который образует межпланетное магнитное поле (ММП). Вокруг вращающегося Солнца, в спокойном состоянии магнитное поле принимает форму спирали Архимеда (ниже, рисунок слева).



Во время вспышки, в ММП появляются аномальные области с распространением ударной сверхзвуковой волны. Сгустки плазмы огромной массы с большим запасом э/м энергии, в виде корональных выбросов вещества (КВВ), могут распространяться в направлении Земли и причинять непосредственный вред технической деятельности, как в космосе (повреждение спутников, ракет), так и на Земле. Последствия возмущений космической погоды в планетарном масштабе разноплановы и до конца еще не изучены: (замыкания в силовых электрических сетях, нарушение радиосвязи, вред здоровью человека (космонавтам, пассажирам высотных полетов межконтинентальных самолетов), влияние на общее состояние человека) и т.п.

У планеты Земля есть два мощных «щита» от космической радиации – это собственное магнитное поле в виде диполя и толстый слой атмосферы. Солнечный ветер в



спокойном состоянии, приближаясь к Земле, обтекает магнитосферу, которая образует в направлении Солнца как бы «колпак», отражающий плазму. Это в значительной степени спасает жизнь землян от радиационных мутаций. В магнитосферу Земли также не могут проникнуть быстрые заряженные частицы,

импульс которых оказывается ниже порога обрезания  $cp^{min}$ . Для вертикального направления движения существует простая формула, связанная с обрезанием по широте

$$cp^{min} / Z \approx 14,8 \cdot \cos^4 \lambda \text{ (ГВ)}, \quad \text{где } \lambda - \text{широта наблюдения.}$$

Для широты Москвы ( $\lambda \approx 54^0$ ) значение минимальной энергии однозарядных ионов ( $Z=1$ ) составляет около 2,4 ГэВ.

Второй щит – атмосфера, которая является поглощающим экраном. Его толщина эквивалентна (в г/см<sup>2</sup>) более чем метру железного фильтра над головой. Этот щит почти полностью задерживает и преобразует солнечную э/м радиацию спокойного Солнца и его вспышечную энергию.

К настоящему времени в мировой практике накопилось много фактических данных по лабораторным исследованиям и по наблюдениям в реальной природе, указывающих на возможность влияния малых возмущений э/м характера в окружающем пространстве, как на живые организмы, так и на растительный мир. Ниже приводятся примеры такого рода корреляционных эффектов.

## **Воздействие на среду обитания**

Космическая погода воздействует на среду обитания преимущественно по двум каналам: через вариации солнечного коротковолнового излучения – ионосферу и через вариации параметров солнечного ветра - магнитосферу. Проводимый на Земле глобальный мониторинг одновременно контролирует изменения многих факторов среды обитания: э/м поля на частотах ниже  $\sim 1$  МГц; интенсивность приземного ультрафиолета; электрическое поле атмосферы, концентрацию аэроионов; радиоактивность атмосферы и др. Экологическая значимость некоторых параметров, явно зависящих от космической погоды, пока не изучена (микро вариации атмосферного давления, инфразвук). От космической погоды локально зависят также метеорологические переменные. Одним из агентов-переносчиков перепада космической погоды в биосферу является э/м поле крайне низких частот. Электромагнитное излучение, скорее всего, является основным, так как именно по этому каналу к Земле поступает значительная доля энергии Солнца. Особенно важны здесь совпадения вариаций параметров этих полей с периодами важнейших биологических ритмов.

Второй канал - корпускулярное излучение, оно на несколько порядков слабее в спокойных условиях по величине переносимой энергии, но является ключевым в космической погоде. Для появления магнитного возмущения в магнитосфере Земли (суббури или бури) необходимо поступление из солнечного ветра в магнитосферу Земли дополнительной энергии выше некоторого порога. Поступление энергии определяется величиной всплеска южной компоненты межпланетного магнитного поля (ММП). Обычно, вектор ММП лежит в плоскости солнечного экватора, и заметная южная компонента ММП отсутствует. В возмущенном солнечном ветре (за счет магнитных облаков и КВВ) может возникать большая и продолжительная южная компонента ММП. Прогноз начала возмущений в околоземном космическом пространстве (ОКП) возможен на период от 1 до 5 суток, а корональных дыр - на период одного оборота Солнца (27,3 суток). Это позволяет планировать различного рода технологические, биологические и медицинские эксперименты, а также защитные мероприятия от возможного влияния космической погоды.

## **Гелиобиология**

Многочисленные исследования, начиная с работ А.Л. Чижевского, показали несомненное влияние солнечной активности на организм человека. Среда обитания человека является частью солнечной системы.

Лабораторные квази-стационарные магнитные поля ( $10^{-8} < H < 10^{-2}$  Гс) оказывают существенное воздействие на свойства биологических тест-систем, как животного, так и

растительного происхождения. Результаты работ дают основание полагать, что реакция биосферы на изменения космической погоды обусловлена чувствительностью биообъектов к изменениям геомагнитного поля. Какие именно изменения важны: резкие всплески напряженности геомагнитного поля в начале магнитной бури, интенсивность бури, изменения колебательного режима геомагнитного поля во время бури или даже до нее? Возможно, эти факторы действуют совместно.

Влияние переменных низкочастотных э/м полей на человека, и человеческие сообщества также исследовалось на примере инфекционных заболеваний желудочно-кишечного тракта. Выявлены внутригодовые связи этих заболеваний с геомагнитной возмущенностью, представляемой в виде аномальных значений  $K_p$ - и  $A_p$ -индексов.

Исследования последних лет установили, что одним из главных объектов, на который оказывают влияния гелио-геомагнитные возмущения, является сердце и сердечно-сосудистая система. Основной характеристикой, реагирующей на эти воздействия, является изменчивость сердечного ритма и частота сердечных сокращений. Резкая стабилизация частоты сердечных сокращений и определенные изменения спектральных характеристик сердечного ритма могут приводить к серьезным функциональным расстройствам у здоровых людей и органическим изменениям у людей с патологией сердечно-сосудистой системы, перенесшим инфаркт миокарда или инсульт.

Особую опасность могут представлять вариации геомагнитного поля в области очень низких частот в диапазоне частот сердечного ритма. В этих случаях воздействие уединенного внешнего электромагнитного импульса может привести к фибрилляции сердца и внезапной смерти. В то же время, как показывают исследования, вариации геомагнитного поля во время геомагнитной бури вызывают изменения электрокардиограммы ишемического характера и прирост артериального давления. Также изменяются реологические свойства крови – возрастает ее вязкость и замедляется кровоток в капиллярах, как правило, на второй день после начала бури. Возможно, имеет место захват частоты вариаций внешнего электромагнитного сигнала биологической системой по типу стохастического резонанса.

Интерес к влиянию солнечной активности на живые организмы возник при изучении биоритмов человека, как одного из важнейших инструментов адаптации организма к окружающей среде. Среди разнообразных и многочисленных биоритмов (от миллисекундных до многолетних) важное место в жизнедеятельности человека занимают циркадианные ритмы, которые обусловлены сменой дня и ночи. Биологическим регулятором изменений в организме, соответствующим этой периодике, является эпифиз, продуцирующий гормон мелатонин. Этот гормон обладает рядом уникальных качеств –

координатор биологических ритмов, один из самых активных антиоксидантов и иммуномодуляторов. В связи с этим предполагается, что нарушение деятельности эпифиза во время магнитных бурь может приводить к серьезным поломкам деятельности организма.

В многолетних экспериментах, проводимых в ряде научных лабораторий, были получены доказательства биологической активности слабых э/м полей. Особенно чувствительны - нервная система и система крови экспериментальных животных. Для данных условий опыта существуют частоты повышенной биологической эффективности (например, полоса  $8 \pm 2$  Гц), а для данной частоты – оптимальные амплитуды, при которых возможен максимальный физиологический эффект.

В обзоре работ, подготовленном в ИКИ РАН, приводятся обобщающие, математически надежные результаты многих корреляционных исследований, связанных с космической погодой:

1. Исследование медико-биологических эффектов гелио-геомагнитной активности достоверно выявило, что биотропными свойствами обладают геомагнитные возмущения, сопровождающиеся микро пульсациями в диапазоне ритмов сердца (Pc1) – 1- 3 гц, а также Pc 5 ( $T = 3-8$  мин,  $f = 2-5$  мГц). Эти возмущения имеют сезонный характер и наиболее опасны в зимнее время (коэффициент корреляции с ритмами инфарктов миокарда (ИМ) и внезапными смертями от аритмии составляет 20%).

2. Для главной фазы магнитной бури характерны наибольшие абсолютные значения Dst и Kp индексов. За три анализируемых года было выделено 76 дней с Kp больше 5 (типично для главной фазы бури), из них только в 5-ти случаях отмечались инфаркты миокарда (ИМ). Наиболее часто ИМ регистрировались при Kp=3 и на другой день после сильных геомагнитных возмущений. Летом биологическая зависимость от магнитных бурь резко уменьшалась, и даже сильные бури (Kp ~9 и Dst ~-230 нТл), как правило, не сопровождались ИМ. Таким образом, наиболее биотропной является восстановительная фаза магнитной бури.

3. Длительное мониторирование артериального давления (непрерывно более трех месяцев) у больных, страдающих гипертонией, свидетельствует о существовании групп метео- и магнито- зависимых людей, которые при наличии геомагнитно активных дней и метео негативных условий не поддаются анти гипертензивной терапии (восстановление давления), причем отдельно для ситуаций с метео- и магнито- факторами. Как правило, у этих больных имеются серьезные функциональные и структурные изменения сердечной регуляции. Проблема требует дальнейших исследований для выработки алгоритма помощи таким пациентам.

## Космос и человек

Описанные выше проявления космической погоды объясняются прямым воздействием потоков заряженных частиц и электромагнитных вариаций. Однако следует упомянуть и о влиянии солнечной переменности на климат, механизм которого не вполне ясен. Перепады полного потока излучения Солнца даже во время сильных вспышек составляют менее одной тысячной солнечной постоянной. Они слишком малы, чтобы непосредственно изменять тепловой баланс атмосферы Земли. Тем не менее, существует ряд косвенных доказательств, приведенных в книгах А. Л. Чижевского и других исследователей, свидетельствующих о реальности солнечного влияния на климат и погоду. Отмечалась, например, выраженная цикличность различных погодных вариаций с периодами, близкими к 11- и 22-летним периодам солнечной активности.

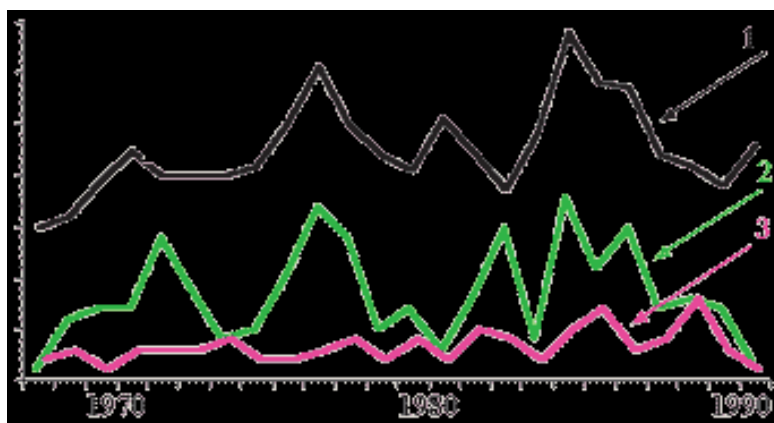


На срезе ствола сосны хорошо видно, что ширина годовых колец и, следовательно, скорость роста дерева меняются с периодом около одиннадцати лет. Эта периодичность отражается и на объектах живой природы.

## Негативные социальные последствия воздействия космической погоды

Существует много фактов, указывающих на корреляцию количества различных технических сбоев с повышенной солнечной активностью. Например, было проанализировано 2,5 тыс. аварий на международных авиалиниях за период с 1957 по 2005 год (около 50 лет, за 4,5 цикла солнечной активности) по базе данных Интернет с целью выявления возможного участия гелио-геомагнитных эффектов в их происхождении. Получены следующие результаты. Количество авиакатастроф на Международных авиалиниях **достоверно выше** среднего уровня в первый день после смены полярности межпланетного магнитного поля (ММП). Оказалось, что в день смены знака ММП было характерно высокое значение производной Dst-вариации (по данным о смене знака ММП усредненным для 523 случаев).

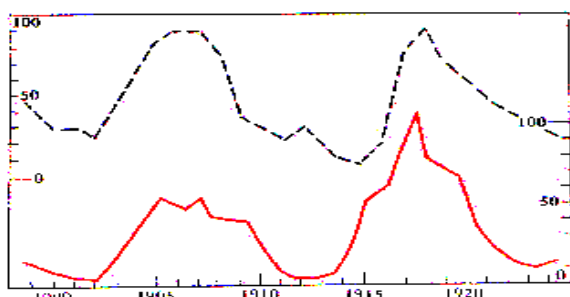
Другой пример, число аварий в энергосетях США в районах повышенного риска (близких к полярной зоне) возрастает вслед за уровнем геомагнитной активности. В годы минимума солнечной активности вероятность аварий в опасных и безопасных районах



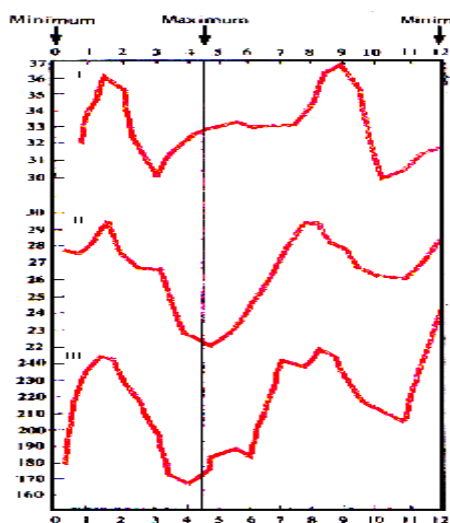
практически уравниваются. На рисунке показано: 1- уровень геомагнитной активности; 2- число аварий в геомагнитно- опасных районах; 3- число аварий в безопасных районах.

Примеров такого рода можно привести достаточно много.

Пионером изучения космической погоды был российский геофизик А.Л.Чижевский. Еще в начале XX века он и ряд других авторов изучали влияние солнечной активности на биосферу и человека. Первые итоги исследований (1900-1935 гг.) были представлены в книге "Земное эхо солнечных бурь". Ниже приведены примеры первых корреляционных эффектов из этой книги.



Верхняя кривая - частота бурь на озере Байкал (данные обсерватории в г. Иркутске).  
Нижняя кривая - солнечные пятна с 1899 по 1924г.

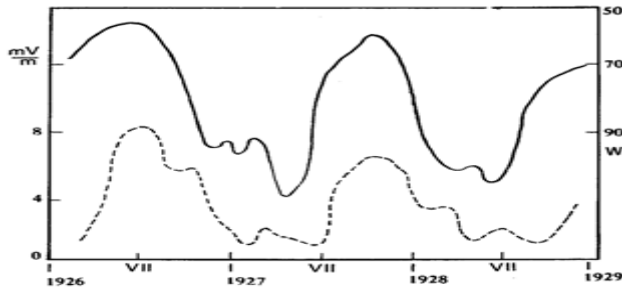


Частота грозовой деятельности и 11-летний период активности Солнца. Результат наложения одного периода на период по оси максимума 11-летнего периода активности Солнца.

Кривая I - годовые числа дней с грозами в г. Кемсмонстере с 1810 по 1934 г., т. е. за 11 периодов солнечной активности.

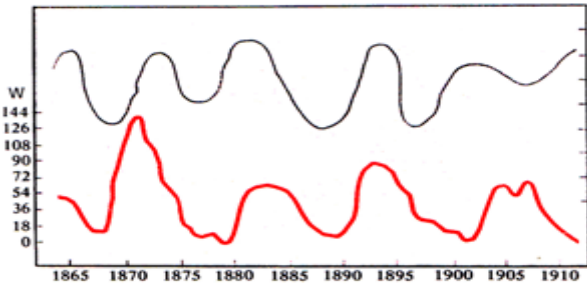
Кривая II - годовые числа дней с грозами в Вене с 1878 по 1934 г., т. е. за 5 периодов.

Кривая III- сумма пожаров строений от удара молний в Баварии с 1833 по 1879 г. т. е. за 4 периода солнечной активности.



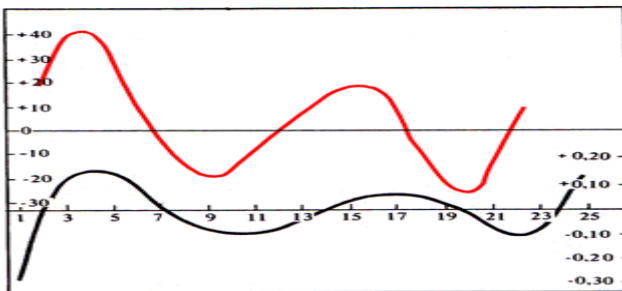
Верхняя кривая - число солнечных пятен (кривая изображена зеркально).

Нижняя кривая - результаты радиопомех. Рисунок показывает- чем интенсивнее деятельность Солнца, тем хуже условия радиопередач.



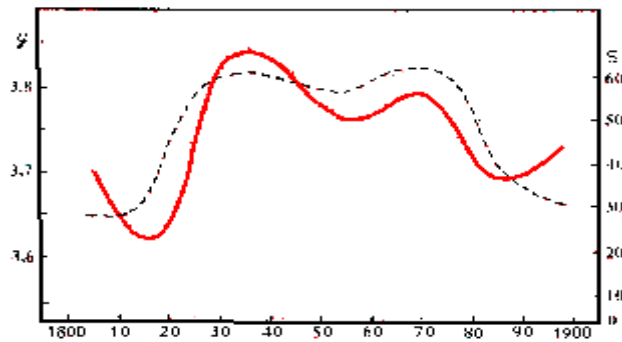
Верхняя кривая - урожай в США с 1865 по 1911 г.

Нижняя кривая – количество солнечных пятен по годам.



Верхняя кривая - солнечные пятна. Кривые средних колебаний по столетним наблюдениям.

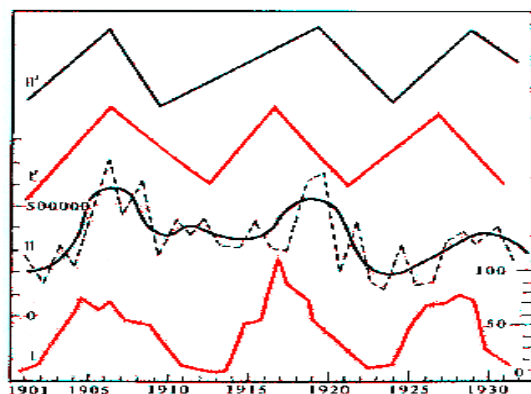
Нижняя кривая - урожай зерновых хлебов в России.



Активность Солнца и рождаемость (пунктир) в Европе с 1800 по 1900 г.

Деятельность Солнца - красная линия (сглажено).

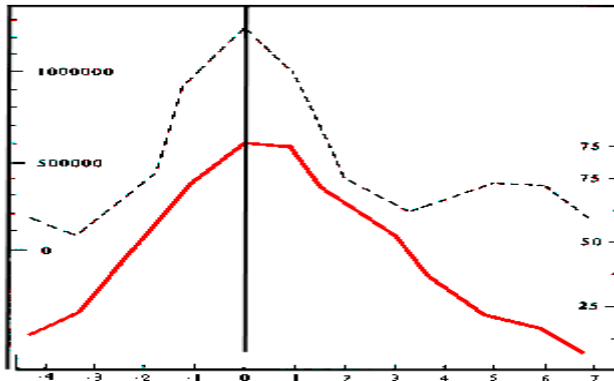
### Волны эпидемических катастроф



Смертность от холеры в Британской Индии и периодическая активность Солнца с 1901 по 1931 г.

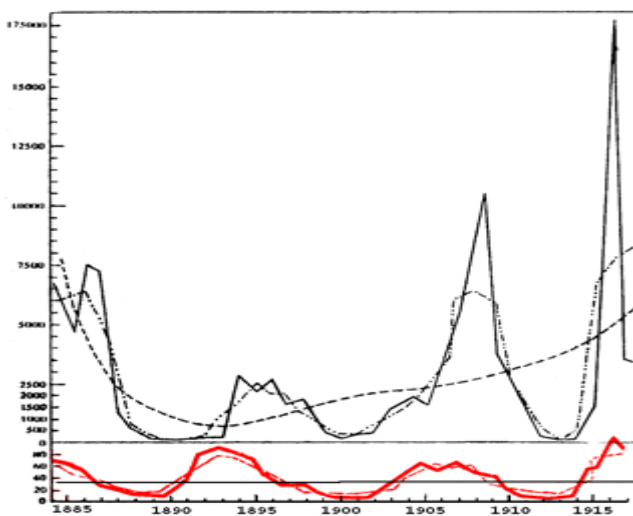
Кривые: I- солнечная активность, II- холера, I'-солнечная активность, схема кривой I. Точки максимума и точки минимума соединены прямой.

Кривая II' - холера, схема кривой II



Верхняя кривая - холера в России за 100 лет - с 1823 по 1923 г.

Нижняя кривая – солнечная активность за то же время. Результат наложения периода на период по оси максимумов солнечной активности.

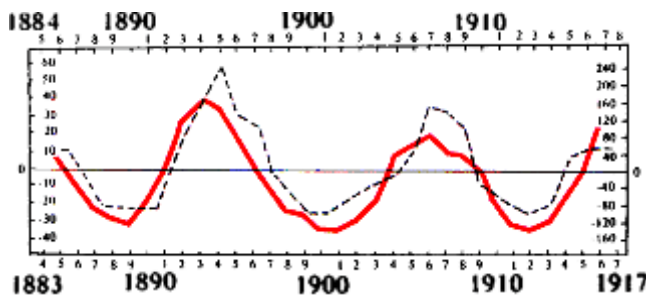


Верхние кривые - заболеваемость возвратным тифом в Москве с 1883 по 1918 г.:

-----эмпирический ряд,  
 -.-.-. сглаженный ряд по трем точкам,  
 - - - - - выровненный по параболе 4-го порядка.

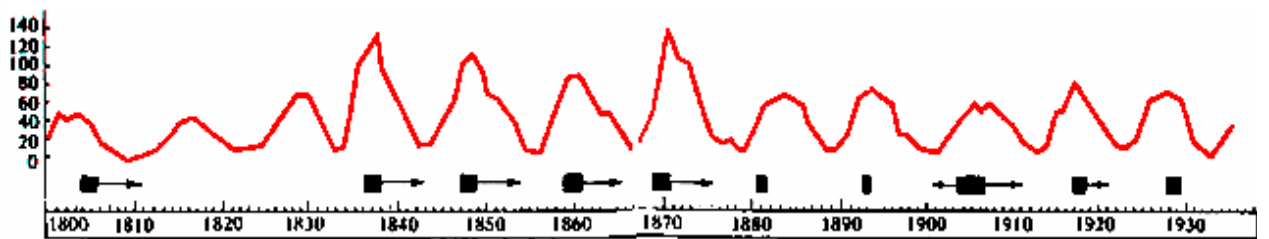
Нижние кривые – солнечная активность:

-----эмпирический ряд, -.-.-. сглаженный ряд.

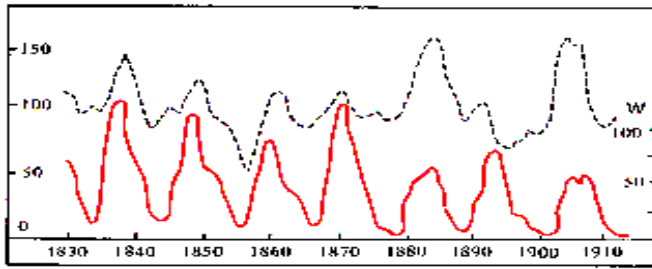


Сопоставление отклонений возвратного тифа, сдвинутых на один год влево (пунктир), с отклонениями данных о солнечной активности.

Коэффициент корреляции  $r = +0,88 \pm 0,03$



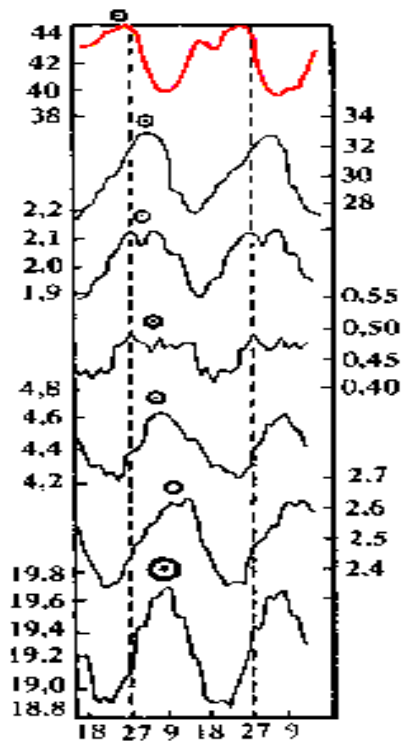
Эпидемии цереброспинального менингита (черные значки) и солнечная активность (кривая) за период с 1800 по 1935 г.



Верхняя кривая - рост древесины (толщина годовых колец) в Эберсвальде (Германия) с 1830 по 1910 г.

Нижняя кривая – активность Солнца.

### Пики печальной статистики



Первая кривая сверху - число солнечных пятен по 27-дневному периоду. Среднее число из 68 оборотов Солнца за время с 1 января 1928 по 31 декабря 1931 г.

- Вторая кривая - ход магнитных возмущений (мировой итог) по 27-дневному периоду обращения Солнца.

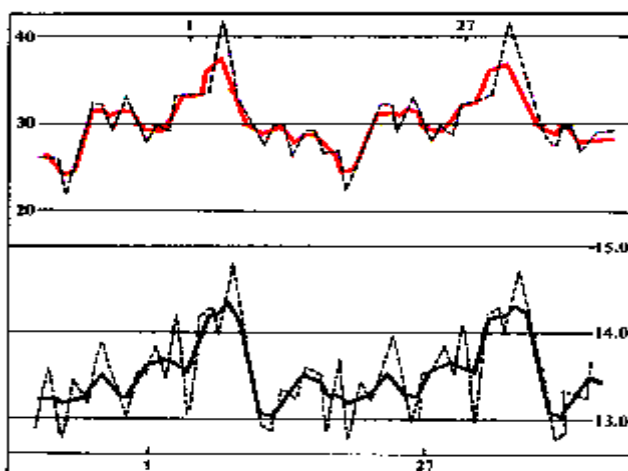
- Третья кривая - ход числа скончавшихся в Копенгагене от заболеваний нервной системы и органов высшей нервной деятельности ( 3720 случаев смерти).

- Четвертая кривая - число смертей от самоубийств в Копенгагене (всего 849 самоубийств).

- Пятая кривая - число смертей в Копенгагене (8099 случаев).

- Шестая кривая - ход смертей в Копенгагене от заболеваний органов дыхания.

- Седьмая кривая - ход числа смертей в Копенгагене от разных причин (кроме убийств). Всего - 55 244 случая.



Вверху мировой итог динамики магнитных возмущений по 27-дневному периоду обращения Солнца. Среднее из 68 оборотов Солнца за время с 1 января 1928 до 31 декабря 1932 г.

Внизу - соответствующий ход числа скончавшихся от *suicidi, mort, mentis systematis nervosi, mort organ, sensorium et mort. organ, circulationis* в Копенгагене, Франкфурте-на-Мапне и Цюрихе (24 739 смертных случаев).

## Лекция 15 Физические основы мюонной диагностики

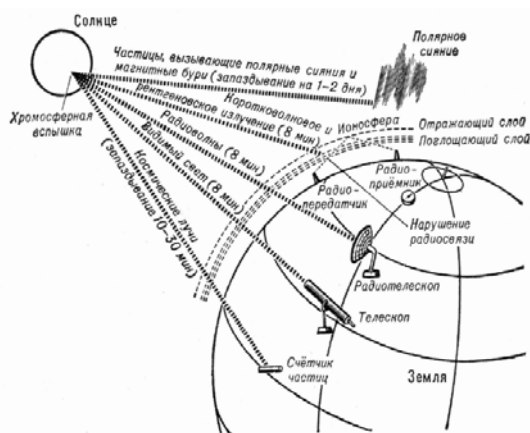
Мощные хромосферные вспышки создают в околоземном космическом пространстве (ОКП) три типа последовательных возмущений, растянутых во времени от 10 минут до 1,5 – 3 суток. Это связано с носителями возмущения и скоростью их распространения.

Первым, с задержкой около 10 минут, на орбиту Земли приходит э/м импульс коротковолнового излучения. В это время поток рентгеновского излучения (1 – 10 кэВ) может увеличиться на 4 порядка. Его воздействие на ионосферу приводит к радиомолчанию в диапазоне высоких частот на освещенной стороне Земли на протяжении нескольких часов. Этот эффект вызывает ошибки в навигационных системах спутников, кораблей, самолетов и другой «интеллектуальной» технической аппаратуры.

Вторым, с задержкой от 10 минут до нескольких часов, появляются ускоренные солнечные частицы (р, е, тяжелые ионы). Размытие во времени их прихода связано с разными энергиями частиц. Они также приводят к нарушению коротковолновой связи и значительно увеличивают радиационную опасность, как для летательной аппаратуры, так и для жизни космонавтов, пассажиров авиарейсов.

Наконец, с задержкой от 1,5 до 3 суток происходит удар межпланетной волны плазмы солнечного излучения. Она вызывает в ОКП магнитные бури и ионосферные возмущения. Под действием солнечного коронального выброса вещества-плазмы (КВВ) геомагнитное поле претерпевает сильное возмущение (наблюдаются большие значения планетарных индексов Кр и Dst). Замагниченные сгустки плазмы (КВВ) приводят к продолжительному возмущению магнитосферы. Стадия восстановления структуры магнитосферы занимает несколько суток.

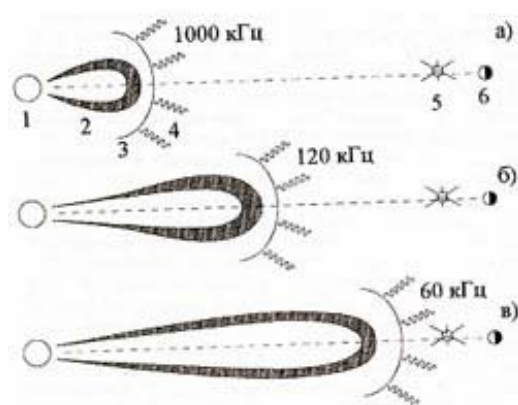
В настоящее время в различных странах осуществляется глобальный мониторинг Космической погоды. Земная аппаратура представляет собой распределенный много-



диапазонный детектор различных излучений. Существуют оптические и радио методы, которые заранее и достоверно указывают на начало солнечной вспышки (от нескольких часов до несколько дней) до ее явного проявления в хромосфере. Система стационарных спутников SOHO, ACE и др. «видят» в

оптическом и рентгеновском диапазоне непосредственное проявление солнечной активности. Плазменный выброс (КВВ) представляет опасность на Земле, если он сопровождается проявлением световой вспышки в виде «гало». В это время на лимбе Солнца видна изотропная световая вспышка, направленная в сторону Земли. В момент вспышки КВВ занимает наблюдаемый угловой раствор меньше  $0,5^{\circ}$ , совпадающий с угловым размером Солнца. Приближаясь к Земле, сгусток плазмы расширяется, и его размеры могут занимать целый сектор (порядка  $90^{\circ}$ ) в межпланетном магнитном поле (ММП), что на много порядков превышает размеры магнитосферы Земли. При этом неясно – где сосредоточена основная энергия расширяющейся плазмы, попадет ли Земля в центральную часть аномально возмущенной области магнитного поля.

При распространении от Солнца к Земле (1,5 – 3 суток) КВВ в настоящее время оказывается ненаблюдаемым. Нет технических средств для идентификации и наблюдения объемного распространения сгустка плазмы в межпланетном пространстве на участке между Солнцем и Землей. Существует проект оценки пространственных границ



перемещающегося сгустка вещества (КВВ - магнитного облака) по радиоизлучению окружающей плазмы с наблюдением при помощи системы спутников. Частота излучения зависит от плотности вещества в магнитном облаке и падает с уменьшением плотности. Оценки показывают, что при удалении облака на 0,1 астрономической

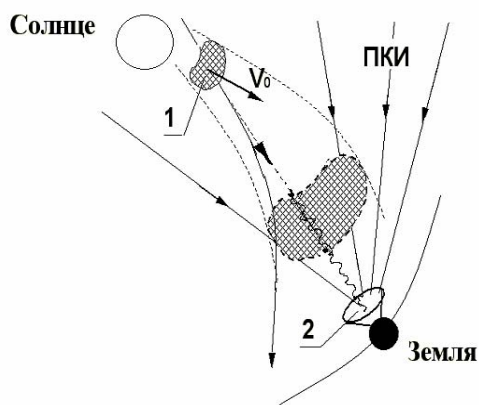
единицы от Солнца, частота излучения  $\nu \approx 1000$  МГц, при 0,5 а.е. – 120 кГц, у орбиты Земли – 60 кГц. Такие частоты не проходят через ионосферу, поэтому спутники должны располагаться далеко. Проект имеет ряд трудностей для практического воплощения. Единственный стационарный спутник АСЕ, расположенный в точке либрации на расстоянии 1,5 млн. км от Земли на линии между Солнцем и Землей, регистрирует магнитный импульс плазмы КВВ за 30 – 50 минут до его попадания на Землю. Диагностика потока солнечной плазмы оказывается краткосрочной и практически не используется в системе оповещения о приближении мощного возмущения. Кроме этого показания спутника точечные (в месте его нахождения), и не дают пространственного распределения возмущенной области магнитного поля.

### **Метод мюонной диагностики**

В МИФИ разработан и практически апробирован новый метод отдаленного зондирования пространственного размера области КВВ, перемещающегося на участке

между Солнцем и Землей. С этой целью, в качестве зонда, используется проходящий сквозь плазму поток высокоэнергичных протонов стационарного галактического излучения. Этот поток является практически изотропным в пространстве и постоянным во времени. На выходе из области возмущения (неравновесного магнитного поля внутри КВВ) поток протонов претерпевает качественные изменения за счет:

- локальной анизотропии в магнитном поле КВВ с повышенной напряженностью;
- приобретенной модуляции в неравновесной замагниченной плазме.



На рисунке показаны эффекты приобретенной вариации потоком космического излучения при пересечении области КВВ: ПКИ - поток галактических протонов; 1- положение КВВ для двух моментов времени (через сутки); 2- выбывание протонов из первоначального пучка и модуляция в магнитном поле.

При наличии прибора с высоким пространственным (угловым) разрешением и большой апертурой, для регистрации проходящих частиц, наблюдается как бы просвечивание (или диагностика в потоке протонов) внутреннего состояния магнитного облака. Последовательное сканирование на протяжении длительного времени может дать информацию о траектории перемещения основного сгустка плазмы.

Протоны космического излучения, попадая в атмосферу Земли, рождают при столкновении с нуклонами ядер воздуха (на высоте 15-20 км, где слой остаточной толщины атмосферы соответствует длине взаимодействия протонов)  $\pi$  мезоны в реакции:  $p + N \rightarrow \pi^\pm + N + N + \dots$ . Короткоживущие заряженные пионы распадаются недалеко от места своего рождения, с образованием долгоживущих  $\tau_\mu = \tau_\mu^0 \cdot (E_\mu / m_\mu c^2)$  мюонов ( $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$  или  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}$ ), которые долетают до поверхности Земли к месту расположения аппаратуры. При энергиях больше 10 ГэВ траектория всех частиц цепочки  $p \rightarrow \pi \rightarrow \mu$  практически лежит на одном луче, что позволяет восстанавливать пространственно-временные характеристики первичного потока космических протонов.

Кроме этого интенсивность мюонов зависит от распределения температуры и плотности воздуха по высоте атмосферы (метеозффекты). Например, при увеличении температуры слой генерации мюонов поднимается вверх, и часть мюонов успевает

распасться, и наоборот, с уменьшением температуры поток мюонов увеличивается. Аналогичный эффект наблюдается с изменением атмосферного давления (плотности).

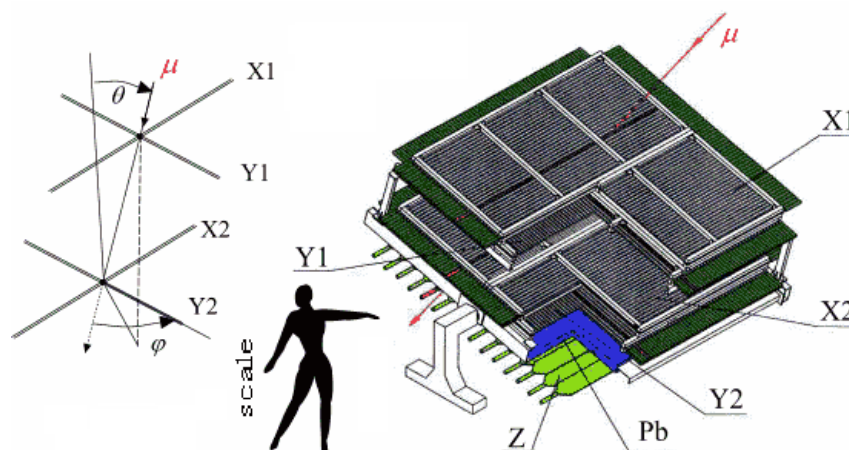


Для примера приведены синхронные ряды потока мюонов (темная линия) и давления (светлая линия) за 2 недели измерений. Коэффициент корреляции более 0,8.

Температура атмосферы в это время практически не менялась. Таким образом, характеристики потока мюонов, регистрируемого на поверхности Земли, являются эффективным индикатором, данным самой природой, для дистанционного изучения динамики различных процессов в окружающей среде, включающей Солнце, гелиосферу, магнитосферу и атмосферу Земли. Ниже будут продемонстрированы результаты мониторинга.

### Мюонный годоскоп

Для исследований применяется установка нового типа – мюонный годоскоп, обладающий широкой апертурой и высоким угловым разрешением (1 – 2 градуса), способный в непрерывном режиме (за 1-минутные интервалы) регистрировать пространственный поток мюонов в виде двумерных "снимков-матриц" одновременно из нескольких тысяч направлений. Мюонный годоскоп предназначен для решения ряда задач солнечно-земной физики и проведения экологического мониторинга дистанционными методами, недоступными для других исследователей.



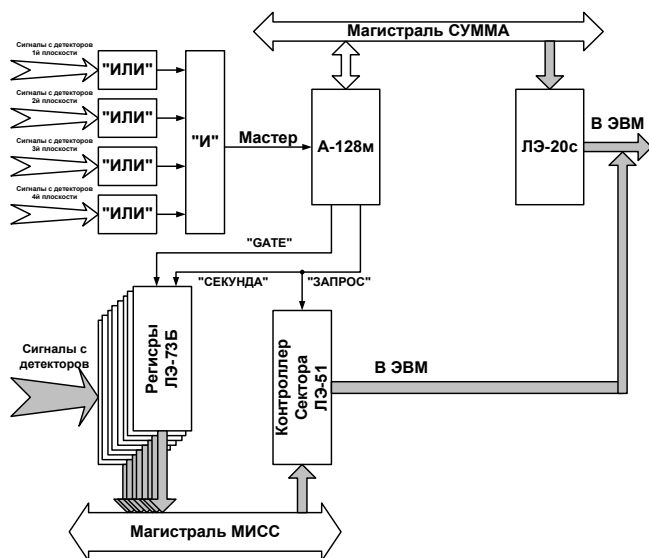
Годоскоп представляет собой четыре слоя узких длинных сцинтилляционных счетчиков, сгруппированных в две пары координатных плоскостей, разнесенных друг над другом на расстояние 1 м. Счетчики в каждой паре соседних плоскостей развернуты под

прямым углом и образуют  $(X, Y)$  – координатную сетку. Отдельные плоскости содержат по 128 счетчиков. Рабочая площадь установки равна  $9 \text{ м}^2$ .

Аппаратура работает круглосуточно и непрерывно в автоматическом режиме под управлением РС с регистрацией данных на HDD. Мастер управления вырабатывается при одновременном (70 нс) срабатывании счетчиков (ИЛИ) во всех четырех рядах (сигнал И). Этот сигнал запускает управляющий блок (А-128м), который открывает (100 нс) входные регистры (ЛЭ-73Б) информационных каналов для запоминания сигналов на время шифрации и по кадровой записи (мертвое время 1,2 мкс) во временную кольцевую память (набор статистики за 1 сек). Ежесекундно данные буферной памяти передаются в РС (по магистрали МИСС под управлением контроллера ЛЭ-51). В памяти РС в режиме on-line производится дешифрация данных о сработавших счетчиках и формирование матриц-снимков за 1-минутную экспозицию.

### Снимки-матрицы интенсивности мюонов

Предельно возможная матрица  $N_{ik}$  составляет  $255 \times 255$  различных пространственных направлений и обусловлена диапазоном изменения разности номеров сработавших счетчиков в одноименных (верхних и нижних) плоскостях детекторов:  $-127 < \Delta x < +127$ ,  $-127 < \Delta y < +127$ . Таким образом, индексы  $i$  и  $k$  лежат в пределах от 1 до 255. В отдельных ячейках матрицы накапливается количество мюонов, прошедших через установку с фиксированными разностями  $\Delta x$  и  $\Delta y$  сработавших счетчиков, просуммированное по всей площади апертуры. Это обеспечивает измерение интенсивности по 65025 направлениям. Такой способ накопления и хранения информации о пространственно-временных вариациях мюонов является универсальным. В процессе



дальнейшего анализа, программным путем проводится выборка и объединение данных по различным алгоритмам, в зависимости от конкретной физической задачи. При обработке определяются средние значения интенсивности счета по отдельным направлениям  $\langle N_{ik} \rangle$  и соответствующие им среднеквадратические отклонения  $\sigma_{ik}$  для

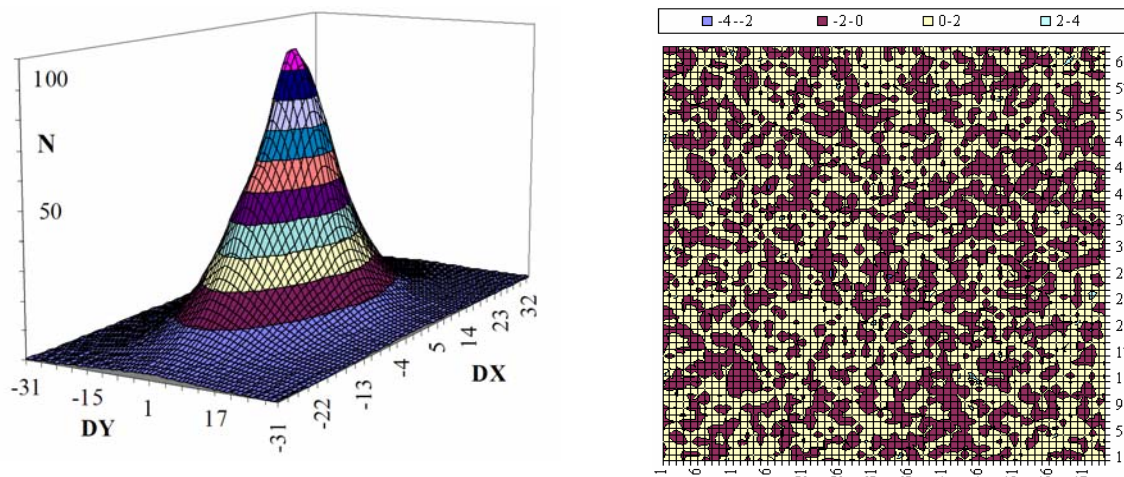
формирования нормированных матриц  $n_{ik}(t) = (N_{ik}(t) - \langle N_{ik} \rangle) / \sigma_{ik}$ . Матрицы  $n_{ik}(t)$  свободны от угловой зависимости потока атмосферных мюонов ( $\sim \cos^n \theta$ ) и влияния светосилы установки.

Пространственные углы легко восстанавливаются из геометрии событий:

$$\operatorname{tg} \theta = \sqrt{(\Delta x^2 + \Delta y^2)} / Z, \quad \cos \varphi = \Delta x / \sqrt{(\Delta x^2 + \Delta y^2)}, \quad \text{где } z - \text{ расстояние}$$

между верхними и нижними плоскостями (в масштабе ширины счетчиков).

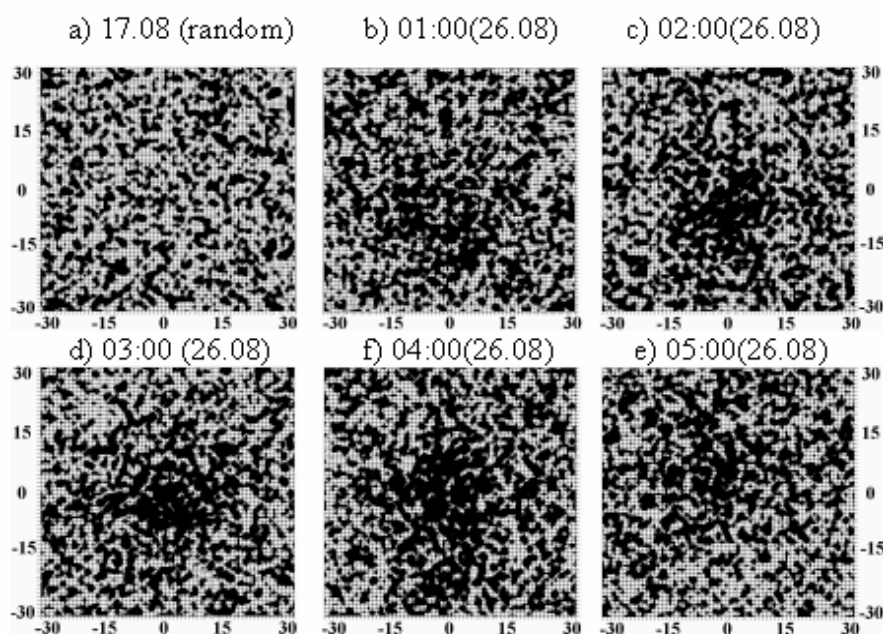
Ниже показан пример центральной части матриц  $N_{ik}$  (слева) при разных углах регистрации частиц, и  $n_{ik}$  - (справа), размером 64x64 ячейки.



Данные  $n_{ik}(t)$  отражают пуассоновский характер потока ГКЛ для спокойных условий в окружающей среде (светлый фон –  $n_{ik} < 0$ ; темный фон –  $n_{ik} > 0$ ). На снимке виден равномерный “шум” статистических флуктуаций пространственного счета мюонов.

### Приобретенная анизотропия потока ГКЛ

При наблюдении потока мюонов во время активных процессов на Солнце, связанных с излучением КВВ, картина на снимках меняется.



Двумерные снимки изменения плотности потока заряженных частиц, проникающих через движущееся МО. Событие 26.08.1998 года. Снимки: б, в, г, д, е – относятся к 01, 02, 03, 04,

06 часам местного времени. Снимок а- фоновое распределение за несколько суток до эрупции КВВ. Черный фон соответствует уменьшению числа частиц (рассеянию,  $n_{ik} < 0$ ) от первоначального значения; светлый фон –  $n_{ik} > 0$ . Данные получены больше чем за 10 часов до появления фронта форбуш-эффекта (понижение интенсивности частиц ГКЛ) на орбите Земли.

Такой эффект появляется значительно раньше, чем прямые данные с «патрульного» спутника космической погоды ACE.

### Анализ скрытых вариаций из области КВВ

Выявление приобретенных вариаций потока ГКЛ из направления на КВВ проводится с помощью фурье-анализа, поскольку их амплитуда невелика и скрыта в статистических пуассоновских флуктуациях:

- подсчитывается автоковариационная функция  $R(k) = 1 / \left[ (N - k) \times \sum_1^{N-k} (x(i) - x(i+k)) \right]$  ;
- выполняется сглаживание  $S_x(k) = R(k) \times W(k)$ , где  $W(k)$ - окно типа Хэмминга;
- вычисляется  $S(f)$  плотность спектра мощности (ПСМ) для разных частот

$$S(f) = \tau \left[ S_x(0) + 2 \sum_1^{M-1} S_x(k) \times \cos(2\pi f k \tau) + S_x(M) \times \cos(2\pi f M \tau) \right],$$

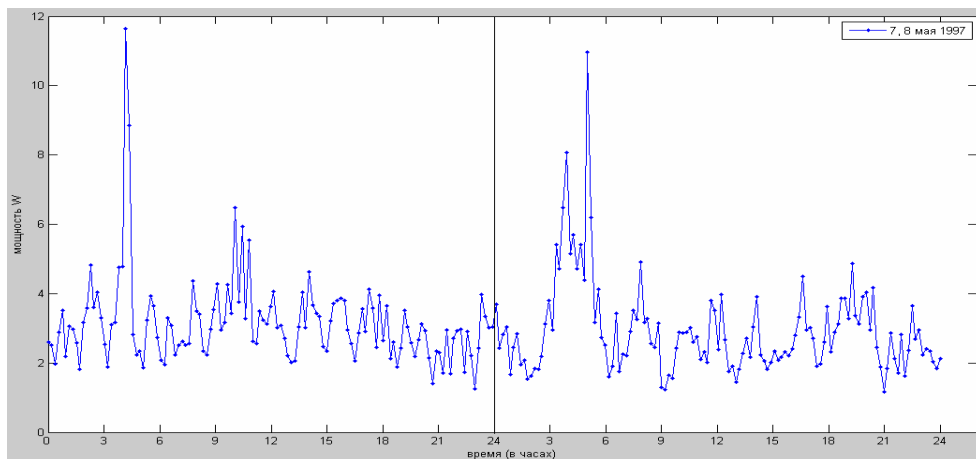
где  $\tau$  – интервал времени между соседними точками временного ряда  $x(i)$ . Частоты  $f$  лежат в диапазоне  $0 \leq f \leq 0,5\tau$ . Если принять  $\tau = 1$ , то максимальная частота  $f^{\max} = 0,5$  – есть частота Найквиста, соответствующая минимальному измеримому периоду  $T^{\min} = 2\tau$ .

Для поиска периодичностей берутся временные ряды из матричных данных. Синхронная регистрация многих временных рядов (при поиске скрытых периодичностей малой амплитуды) улучшает важный параметр для функции ПСМ – отношение "сигнал/шум". В случае наблюдения процесса на частоте  $f_0$  при суммировании значений  $S(f_0)$  из разных рядов результирующая усредненная амплитуда ПСМ будет расти, в то время как на других частотах случайные амплитуды будут "гаситься" и усредненная величина  $S(f)$  уменьшится. Тем самым, амплитуда ПСМ на частоте сигнала  $f_0$  значительно возрастет над средним "шумом". Кроме этого, будет уменьшаться роль случайных выбросов ПСМ в отдельных рядах на заданной частоте  $f_0$  и повышаться надежность спектральных оценок.

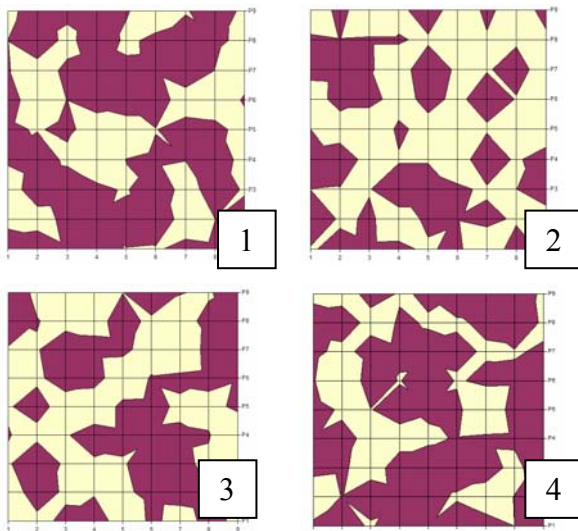
Матричные данные позволяют исследовать пространственную структуру вариаций, используя спектральную мощность. С этой целью вычисляется:

- пространственное распределение спектральной мощности на любой частоте в виде двумерной матрицы  $A_{ik}(f_0) = [S(f_0)]_{ik}$ ;
- полная пространственная мощность вариаций мюонов  $P_{ik} = \sum_f [S(f)]_{ik}$ ;
- полная интегральная спектральная мощность вариаций  $W = \sum_{ik} \sum_f S_{ik}(f)$ .

Все величины:  $A_{ik}(f_0)$ ,  $P_{ik}$ ,  $W$  рассчитываются на коротких временных рядах, продолжительностью около 3-х часов (180 точек в ряду наблюдений), что позволяет проследить динамику быстрых процессов в течение суток и выделить рекуррентные закономерности.



На рисунке приведены данные суммарной мощности  $W$  для идентификации КВВ рекуррентно, в течении двух суток. Аномальная мощность проявляется в утренние часы из направления по спирали Архимеда – вдоль линии ММП. Ось  $x$  – суточное время (час.). Ось  $y$  - мощность  $W$  (усл. ед.). Видно, что идентификация КВВ проявляется значительно раньше, чем в спутнике ACE и данные годоскопа могут служить предиктором первого уровня приближения КВВ к орбите Земли.



Величины  $P_{ik}$  отражают распределение полной мощности волнового поля по разным пространственным направлениям. На рис.1 - 4 показаны снимки  $P_{ik}$  в мюонном свете для разных дней проявления КВВ (1-за 1 день, 2- фронт на орбите Земли, 3-1 день после фронта, 4- 2 дня после фронта). Наблюдение проведено вдоль спирали ММП по направлению к Солнцу.

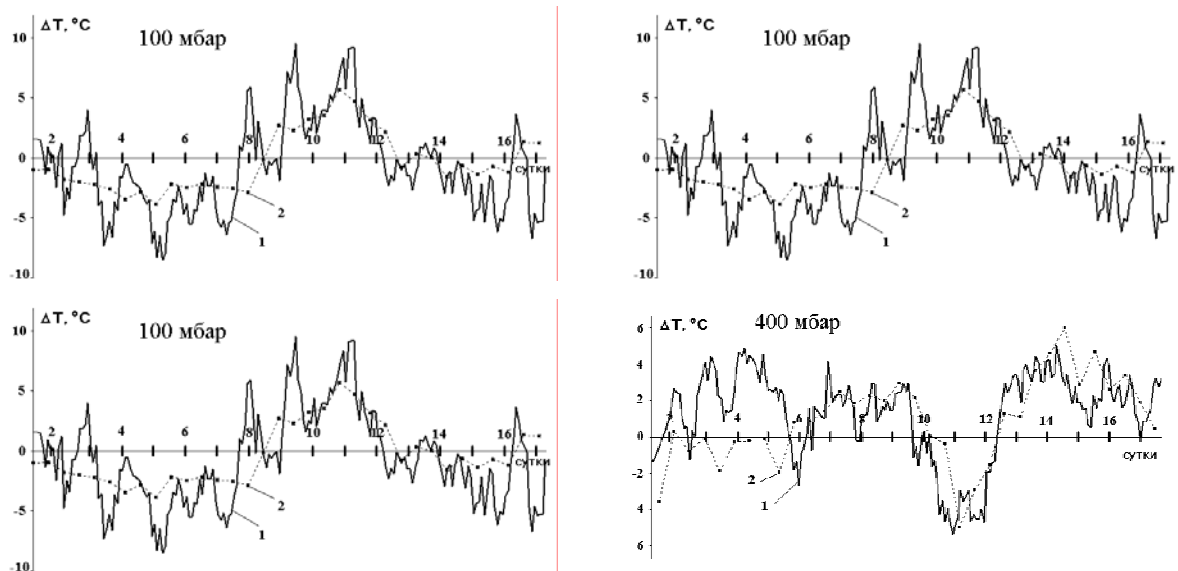
## Измерение вертикального поля температуры

Прецизионные измерения (с точностью 1-2 градуса) дважды дифференциального углового распределения мюонов  $N(\theta, \varphi)$  позволяют провести изучение вариаций температурного поля  $\Delta T$  в томографическом режиме. В этом случае при анализе вся атмосфера условно разбивается на отдельные слои толщиной  $\Delta h_j$  с фиксированными значениями  $T_j^{ml}$  температуры в отдельных ячейках  $ml$  каждого слоя. Флуктуации  $\Delta T_j^{ml}$  на разных высотах  $h_j$  приводят к изменению потока мюонов  $\Delta N(\theta, \varphi)$  по различным направлениям в пространстве:

$$\Delta N(\theta, \varphi) / N(\theta, \varphi) - \beta_p \Delta P = \sum W(\Delta \varepsilon, h, h_0, \theta) \Delta T_j^{ml} \Delta h_j,$$

где  $h$  – глубина атмосферы,  $h_0$  – уровень наблюдения,  $\Delta \varepsilon$  – пороговая энергия мюонов. Функция  $W(\Delta \varepsilon, h, h_0, \theta)$  – априорно известные (модельные) температурные коэффициенты. Суммирование проводится по ячейкам  $ml$  на всех высотах вдоль луча-траектории мюонов в атмосфере с фиксированными углами  $\theta, \varphi$ . Поправка на барометрический эффект за счет изменения давления атмосферы  $\Delta P$  учитывается интегрально  $\beta_p \Delta P$ , где  $\beta_p = -0,002 \text{ мб}^{-1}$ .

Такая постановка задачи эквивалентна веерной томографии, где роль многолучевого зондирующего источника излучения выполняют мюоны КЛ. Величины  $\Delta T_j^{ml}$  определяются из решения системы линейных уравнений при измеренных вариациях потока мюонов  $\Delta N(\theta, \varphi) / N(\theta, \varphi)$  под разными углами. На первом этапе проведена апробация томографической методики в упрощенном виде – восстанавливались изменения  $\Delta T$  послойно (в пределах слоя температура принималась постоянной) – на девяти различных уровнях от 100 мб до 900 мб с шагом 100 мб. В этом случае, для увеличения статистической точности при каждом фиксированном угле  $\theta$  проведено суммирование интенсивности мюонов по азимутальному углу  $\varphi$ . Левая часть линейных уравнений  $\Delta N(\theta, \varphi) / N(\theta, \varphi)$  заменялась на  $\Delta N(\theta) / N(\theta)$ .

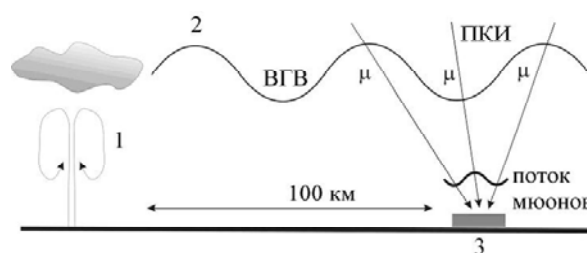


На рисунках приведены примеры восстановленного поведения температуры (высоты 100, 200, 300, 400 мб) в сопоставлении с прямыми измерениями с помощью шаров-зондов для двухнедельного периода непрерывных измерений (15-31 мая 1998 г). Сплошная линия – данные мюонного годоскопа; точки – прямые измерения. Для реализации полномасштабных томографических измерений динамики поля температуры необходимо увеличить статистическую точность, что может быть достигнуто на установках большей площади.

### Регистрация грозовой активности

Барическая зависимость интенсивности мюонов использована для дистанционной регистрации внутренних гравитационных волн (ВГВ), обусловленных различными высокоэнергетическими процессами в атмосфере.

Явному проявлению грозовой активности предшествует продолжительная (несколько часов) скрытая фаза, в течение которой происходит накопление и преобразование энергии в верхнем слое атмосферы. Этот процесс сопровождается турбулентностью. При вертикальной конвекции возникают так называемые внутренние гравитационные волны (ВГВ), обусловленные когерентными колебаниями плотности воздуха на стратосферных высотах. Волны с малыми периодами (2-30 мин.) имеют большой декремент затухания по вертикали и не регистрируются наземными метеорологическими барографами. ВГВ распространяются в пространстве значительно быстрее грозовых облаков и достигают месторасположения годоскопа значительно раньше. Формирование мощной грозы может происходить далеко (сотни км) от места активной фазы, где происходит сброс запасенной энергии.

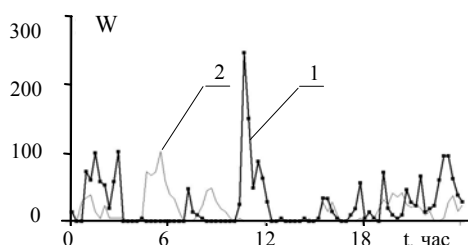


На рисунке приведена схема регистрации стратосферных ВГВ. 1 – отдаленная область формирования грозы. 2 – распространение ВГВ в стратосфере. 3 – наземный мюонный годоскоп.

Поток атмосферных мюонов, образуемых высокоэнергетичными протонами первичного космического излучения, чувствителен к локальным колебаниям плотности воздуха на стратосферных высотах, где происходит их генерация (барометрический эффект). Поле стратосферных ВГВ создает чередование областей повышенной и пониженной плотности в атмосфере. Поток космических лучей при поперечном пересечении этого поля приобретает модуляцию. Величина этого эффекта мала и нивелируется статистическими флуктуациями потока мюонов. Проведение спектрального анализа (типа оконного

преобразования Фурье) синхронных временных рядов интенсивности мюонов по многим направлениям позволяет выявить повышенную мощность волнового поля ВГВ на площади более 1000 кв.

Вычислена полная мощность  $W(t)$  волнового поля ВГВ в разное время суток по 3-часовым временным рядам.

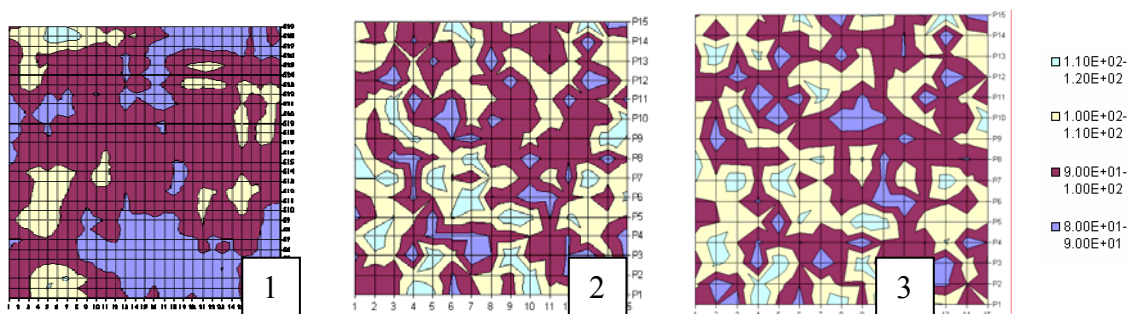


Данные относятся к 15.08.1999 года; в этот день около 18 часов наблюдалась гроза в районе расположения установки. Аномалия в мощности ВГВ появляется за 6 часов до приближения грозового фронта.

Опережающее появление энергоемких ВГВ может быть использовано для разработки отдаленного предиктора грозовой активности.

### Флюорография волнового поля

Флюорографические возможности мюонной диагностики грозовых возмущений атмосферы приведены ниже на рисунках при регистрации пространственного поля вариаций мюонов на площади 1000 кв. км в стратосфере (взята центральная часть матрицы 32Ч32 ячейки). Рис 1: пример распределения амплитуд  $A_{ik}(f_0)$  на фиксированной частоте  $f_0=0,45 \text{ мин}^{-1}$ . В процессе обработки получают аналогичные снимки для всего диапазона  $0 < f < 0,5$  с шагом  $\delta f=0,01$ . Рис. 2 и 3: распределение мощности  $P_{ik}$  по укрупненным ячейкам (матрица 16Ч16) для двух моментов грозы, разделенных часовым интервалом времени. Различным цветом указаны разные значения амплитуд и мощности. При переходе от светлого тона к темному - численные значения величин возрастают.



### Заключение

В настоящее время разработанный метод находится на начальной стадии апробации и поиска оптимальных методов выявления аномалий при регистрации пространственных вариаций мюонов космических лучей в режиме живого времени для прогностических целей.

В лекции не приведены данные о преимуществах регистрации вспыхивающих солнечных протонов высокой энергии ( $E > 10$  ГэВ) дифференциально по углам, что резко повышает чувствительность аппаратуры к малым потокам. Так же не сказано о проведенной астрофизической калибровке (проверка геометрической точности и адекватности учета магнитного поля Земли на искажение траекторий заряженных частиц) по наблюдению «тени» Луны (угловой раствор  $0,5^\circ$ ) в уменьшении интенсивности ГКЛ и ряде других эффектов.

Таким образом, мюонная диагностика открывает новые возможности в исследовании ряда процессов в области солнечно-земной физики и прогнозировании космической погоды. Несколько годоскопов (4-5 штук, равномерно размещенных вдоль земной долготы) могут обеспечить непрерывное круглосуточное отдаленное наблюдение за изменениями космической погоды и нести «патрульную службу» первого уровня. В настоящее время в ряде передовых стран мюонная диагностика начала активно развиваться.