

**ФУНКЦИЯ ГРИНА ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ДИССИПАТИВНОГО ЛИНЕЙНОГО ЭВОЛЮЦИОННОГО УРАВНЕНИЯ ПРОИЗВОЛЬНОГО ПОРЯДКА**

Рассматривается задача Коши для диссипативного линейного эволюционного уравнения произвольного порядка. Найдена функция Грина исследуемой задачи Коши. Задача по построению функции Грина сведена к вычислению интеграла. Получено представление функции Грина в виде ряда. Ряд сведен к конечной сумме гипергеометрических функций. Рассматриваемые гипергеометрические функции имеют фиксированные параметры числителя и знаменателя. Построены решения диссипативных линейных эволюционных уравнений при  $n = 2, 4, 6$ .

D.R. NIFONTOV, N.A. KUDRYASHOV

National Research Nuclear University MEPHI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, Russia

**GREEN'S FUNCTION OF THE CAUCHY PROBLEM FOR A DISSIPATIVE LINEAR EVOLUTION EQUATION OF ARBITRARY ORDER**

The Cauchy problem for a dissipative linear evolution equation of arbitrary order is considered. The Green function of the Cauchy problem under study is found. The problem of constructing the Green function is reduced to calculating the integral. A representation of the Green function in the form of a series is obtained. The series is reduced to a finite sum of hypergeometric functions. The hypergeometric functions under consideration have fixed parameters of the numerator and denominator. Solutions of the dissipative linear evolution equation for  $n = 2, 4, 6$  are constructed.

Рассматривается задача Коши для диссипативного линейного эволюционного уравнения произвольного порядка, имеющего вид

$$\begin{cases} \Psi_t + \alpha_n \Psi_{n+1,x} = 0, & -\infty < x < +\infty, \quad 0 < t, \\ \Psi(x, 0) = \phi(x). \end{cases}$$

Показано [1], что в случае диссипативных уравнений при  $\alpha_n = (-1)^m a^2, a \in \mathbb{R}, n = 2m - 1, m \in \mathbb{N}$  существует решение задачи в виде

$$\Psi(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} G_{2m-1}(x, \xi, t) \phi(\xi) d\xi,$$

где  $G_{2m-1}(x, \xi, t)$  – функция Грина определяется формулой

$$G_{2m-1}(x, \xi, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega x - a^2 \omega^{2m} t} d\omega$$

Одной из ключевых задач работы является нахождение явного вида функции Грина.

При  $\xi = 0$  получено представление функции Грина в виде ряда

$$G_{2m-1}(x, 0, t) = \frac{1}{2\pi m^{2m} \sqrt{a^2 t}} \sum_{\beta=0}^{\infty} \frac{(-z^2 \sqrt{2m})^\beta \left(\frac{\beta}{m} + \frac{1}{2m}\right)}{(2\beta)!}, \quad z = \frac{x}{\sqrt{2m a^2 t}}$$

Используя формулу умножения Гаусса для Гамма-функции и свойство гипергеометрических функций, получено представление функции Грина в форме конечной суммы гипергеометрических функций вида  $1_F_{2m} - 1$

$$\frac{(2\pi)^{\frac{2m-1}{2}}}{\pi (2m)^{\frac{3}{2} m} \sqrt{a^2 t}} \sum_{l=0}^{m-1} \left(-z^2 (2m)^{\frac{1}{m}-2}\right)^l \prod_{\gamma=2}^{2m} \frac{1}{\Gamma\left(\frac{l}{m} + \frac{\gamma}{2m}\right)} F\left([1]; \left[\frac{l}{m} + \frac{2}{2m}, \frac{l}{m} + \frac{3}{2m}, \dots, \frac{l}{m} + \frac{2m}{2m}\right], 2m \left(\frac{-z^2}{4m^2}\right)^m\right),$$

где  $z = \frac{x}{\sqrt{2m a^2 t}}$ .

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект государственного задания № FSWU-2023-0031).

Список литературы

1. Kudryashov, N.A., Sinelshchikov, D.I. The Cauchy problem for the equation of the Burgers hierarchy. *Nonlinear Dyn* 76, 561–569 (2014). <https://doi.org/10.1007/s11071-013-1149-4>.
2. Dunaev A., Shlyuchkov V., *Hypergeometric Functions*, 2017.