

539.1
Б-70 В85

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

— — —
МОСКОВСКИЙ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ВОПРОСЫ СТРУКТУРЫ ЯДРА

(КОНСПЕКТЫ ЛЕКЦИЙ)

Л. Д. БЛОХИНЦЕВ

ДИАГРАММНЫЕ МЕТОДЫ В ТЕОРИИ ПРЯМЫХ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

МОСКВА — 1971

Всесоюз. школа по теор. 539.1
ядер. физике ВВ5

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
СССР

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ВОПРОСЫ СТРУКТУРЫ ЯДРА

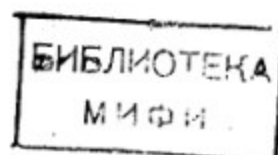
(Конспекты лекций)

Л.Д.БЛОХИНЦЕВ

ЛИАГРАММНЫЕ МЕТОДЫ В ТЕОРИИ ПРЯМЫХ ЯДЕРНЫХ
РЕАКЦИЙ

562294

МОСКВА 1971 г.



I. Введение.

Роль ближайших особенностей амплитуды реакции.

Исходным моментом для методов, о которых пойдет речь в настоящих лекциях, является утверждение о том, что амплитуда (матричный элемент) реакции M является аналитической функцией своих переменных. При этом физической амплитуде, через которую выражаются экспериментально измеряемые величины (дифференциальное сечение, поляризация) отвечают граничные значения этой аналитической функции, соответствующие физически возможным значениям аргументов; эти физические значения аргументов (энергия, угол рассеяния и др.) можно считать действительными. Функция M является, вообще говоря, многозначной функцией, принимающей различные значения на различных листах; тот лист, на котором ее граничные значения совпадают с физической амплитудой, называется физическим листом.

Заметим, что аналитичность амплитуды можно строго доказать лишь в простейших модельных случаях; в общем случае приходится принимать ее как постулат.

Аналитическая функция, если она не константа, должна иметь особые точки (полюса, точки ветвления). Знание положения особых точек функции, а также вычетов в полюсах и скачков на разрезах определяет данную функцию. Действительно, согласно теореме Коши^{x/}

$$M(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{M(z')}{z' - z} dz' \quad (I)$$

x/ Для краткости выписываем явно лишь одну из переменных, от которых может зависеть матричный элемент.

где контур интегрирования L может быть выбран в виде совокупности участков, идущих вдоль разрезов $M(z)$ и бесконечно малых окружностей, охватывающих полюса $M(z)$. Интеграл вдоль разреза, как известно, сводится к интегралу от скачка $M(z)$ на данном разрезе; интеграл по контуру, охватывающему полюс $Z = \zeta$. Функция $M(z)$ равен $G/(Z - \zeta)$, где G - вычет $M(z)$ в точке $Z = \zeta$.

Нас будут интересовать значения амплитуды реакции M в физической области значений своих аргументов. При удалении особой точки от физической области вклад от этой особенности в интеграл (I) при значениях Z , лежащих в физической области, вообще говоря, падает ввиду наличия множителя $(Z' - Z)^{-1}$ (конечно, кроме положения особенностей, важны также и их "мощности", т.е. значения вычетов в полюсах или скачков на разрезах). Кроме того, по этой же причине часть M , отвечающая вкладу далеких от физической области особенностей, меняется в физической области медленнее, чем вклад от близких особенностей, так что ее можно попытаться аппроксимировать константой. Так как амплитуда M в общем случае имеет весьма сложную структуру и мы практически не можем учесть вклады от всех ее особенностей, то из вышесказанного следует, что надо знать в первую очередь положения ближайших к физической области особых точек M , а также вычеты и скачки амплитуды, отвечающие этим особенностям.

Такой подход к прямым ядерным реакциям, исходящий из ведущей роли ближайших особенностей амплитуды, был предложен И.С.Шапиро /1,2/.

2. Диаграммы Фейнмана.

Свойства нерелятивистских диаграмм Фейнмана.

Удобным аппаратом для исследования особенностей амплитуд реакций являются диаграммы Фейнмана. С диаграммами Фейнмана мы сталкиваемся впервые в теории возмущений, когда разлагаем выражение для S -матрицы^{x/}

$$S = T \exp \left[-i \int d^4x H_I(x) \right] \quad (2)$$

в ряд по степеням $H_I(x)$. ($H_I(x)$ - плотность гамильтониана взаимодействия, T - знак хронологического произведения, означающий, что все операторы, стоящие под этим знаком, располагаются в порядке убывания времени слева направо). Отдельные члены этого разложения оказывается удобным интерпретировать графически; каждому элементу такого графика (диаграммы Фейнмана) сопоставляется вполне определенное выражение или операция. В качестве примера на рис. I изображена одна из возможных диаграмм, описывающих реакцию $A(p, d) B$ (A и B - ядра). Внешним линиям диаграммы Фейнмана соответствуют реальные

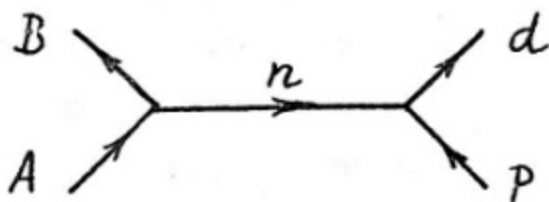


Рис. I. Пример диаграммы Фейнмана.

частицы, имеющиеся в начальном или конечном состоянии рассматриваемой реакции (для диаграммы рис. I - частицы A, B, p, d).

^{x/} Здесь и в дальнейшем используются единицы $\hbar = c = 1$.

Внутренним линиям диаграммы отвечают промежуточные, или виртуальные, частицы, которые непосредственно в данном процессе не наблюдаются; для этих (в случае рис. I - нейтрон n). Для виртуальных частиц, вообще говоря, не выполняется обычная связь между энергией и импульсом:

В теории прямых ядерных реакций нам придется в основном иметь дело с диаграммами, виртуальными частицами на которых являются нуклоны и сложные ядра. Такие диаграммы автоматически возникают, если считать все ядра элементарными частицами и описывать каждое ядро своим полем (при этом возбужденные состояния ядер должны рассматриваться как новые частицы). Однако при таком подходе не учитываются свойства ядер как составных частиц, хотя эти свойства четко проявляются в эксперименте. С другой стороны, если принять, что ядра состоят из взаимодействующих между собой нуклонов, то при разложении выражения (2) по степеням потенциала нуклон-нуклонного взаимодействия (или по степеням амплитуды нуклон-нуклонного взаимодействия), мы получим диаграммы, на которых в качестве виртуальных частиц будут фигурировать лишь нуклоны, но не сложные ядра. Можно однако показать (см. например, /3/), что выделяя определенным образом некоторые бесконечные совокупности диаграмм с нуклонными виртуальными линиями, можно прийти к диаграммам с виртуальными сложными ядрами. Другим возможным путем получения диаграмм с виртуальными сложными ядрами является способ, основанный на использовании свойства унитарности S -матрицы.

В дальнейшем речь пойдет о ядерных реакциях при низких и средних энергиях. При таких энергиях нуклоны и ядра можно считать нерелятивистскими и пользоваться аппаратом нереля-

тивистских диаграмм Фейнмана, развитым в работах /4-6/. Как известно, на более привычных релятивистских диаграммах Фейнмана каждой внутренней линии, изображающей виртуальную частицу i , отвечает пропагатор (функция распространения) $(K_i^2 - m_i^2 + i\delta)^{-1}$, где $K_i = \{\vec{K}_i, k_{0i}\}$ - 4-импульс этой частицы, m_i - ее масса покоя, $i\delta$ ($\delta \rightarrow +0$) бесконечно малая мнимая добавка, указывающая правило обхода полюсов пропагатора (пропагатор, вообще говоря, включает еще множители, связанные со спином частицы, однако эти множители в нерелятивистском случае отсутствуют /5/). Обозначая через $E_i = k_{0i} = m_i$ кинетическую энергию частицы i , имеем:

$$K_i^2 - m_i^2 = (m_i + E_i)^2 - K_i^2 - m_i^2 = 2m_i E_i + E_i^2 - \vec{K}_i^2$$

В нерелятивистском случае должно быть $|E_i| \ll m_i$; поэтому, пренебрегая E_i^2 по сравнению с $2m_i E_i$, получаем:

$$K_i^2 - m_i^2 + i\delta \approx 2m_i (\sigma_i + i\delta); \quad \sigma_i \equiv E_i - \vec{K}_i^2 / 2m_i$$

$\vec{K}_i$ - обычный трехмерный импульс частицы i . Величина σ_i инварианта относительно преобразований Галилея:

$$E_i \rightarrow E_i' = E_i - \vec{K}_i \vec{V} + m_i \vec{V}^2 / 2; \quad \vec{K}_i \rightarrow \vec{K}_i' = \vec{K}_i - m_i \vec{V}$$

$\vec{V}$ - скорость движения новой системы координат относительно старой. Пользуясь этим выражением для нерелятивистского пропагатора и привлекая для обеспечения правильной нормировки соотношение унитарности, для амплитуды M_{ne} произвольной нерелятивистской диаграммы Фейнмана, имеющей n внутренних линий и ℓ независимых замкнутых контуров^X, можно получить:

X/ Независимый замкнутый контур должен содержать хотя бы одну внутреннюю линию, не входящую в другие независимые замкнутые контуры.

$$\mathcal{M}_{ne} = \left[\frac{i}{(2\pi)^4} \right]^{\ell} \int \prod_{j=1}^{\ell} dq_j d\varepsilon_j \frac{\sum_{(\mu)} \prod_{k=1}^{\nu} \mathcal{M}_k}{\prod_{i=1}^n (E_i - \vec{k}_i^2/2m_i + i\delta)} \quad (3)$$

Здесь $\vec{k}_i$; E_i ; m_i - импульс, кинетическая энергия и масса, отвечающие i -й внутренней линии; $\vec{q}_j$; ε_j - переменные интегрирования, в качестве которых могут быть выбраны ℓ независимых 4-векторов $(\vec{k}_i; E_i)$; $\nu = n - \ell + 1$ - число вершин на диаграмме; $\mathcal{M}_k$ - вершинная функция для k -й вершины, являющаяся матричным элементом процесса, описываемого этой вершиной; $\sum_{(\mu)}$ - означает суммирование по проекциям спинов виртуальных частиц. В каждой вершине диаграммы выполняются законы сохранения 4-импульса:

$$\sum \beta_i \vec{k}_i = 0, \quad \sum \beta_i E_i = -\sum \beta_i m_i \equiv -Q \quad (4)$$

где суммирование ведется во всем частицам, линии которых (в том числе внешние) подходят к данной вершине, а $\beta_i = +1$ (-1), если i -я линия входит в данную вершину (выходит из нее).

Выбранная в (3) нормировка отвечает следующей связи между величинами $\mathcal{M}_{ne}$ (и $\mathcal{M}_k$) и матричным элементом S - матрицы для рассматриваемого процесса:

$$S_{if} = \delta_{if} - i(2\pi)^4 \mathcal{M}_{ne} \delta^{(4)}(\vec{P}_i - \vec{P}_f) \quad (5)$$

где $\vec{P}_i$ ($\vec{P}_f$) - полный 4-импульс системы до (после) взаимодействия. При нормировке матричных элементов согласно (5) дифференциальное сечение $d\sigma/d\Omega$ для бинарной реакции, т.е. для реакции типа



следующим образом выражается через матричный элемент этой реакции M (при неполяризованных частицах A, x, B, y):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_{Ax} \mu_{By}}{4\pi^2} \cdot \frac{P'}{P} \overline{|M|^2} \quad (7)$$

Здесь

$$\mu_{ik} = m_i m_k / (m_i + m_k) \quad (8)$$

приведенная масса частиц i и k ;

$$P = |\vec{P}|; P' = |\vec{P}'|; \vec{P} = \vec{q}_{xA}; \vec{P}' = \vec{q}_{yB} \quad (9)$$

$$\vec{q}_{ik} = (m_k \vec{p}_i - m_i \vec{p}_k) / (m_i + m_k) - \quad (10)$$

импульс относительно движения частиц i и k , $\vec{p}_i$ (или $\vec{k}_i$) - импульс частицы i ;

$$\overline{|M|^2} = (2J_A + 1)^{-1} (2J_x + 1)^{-1} \sum_{M_A, M_x, M_B, M_y} |M|^2 \quad (11)$$

J_i и M_i - полный угловой момент (спин) частицы i и его проекция.

Примеры фейнмановских диаграмм приведены на рис.2.

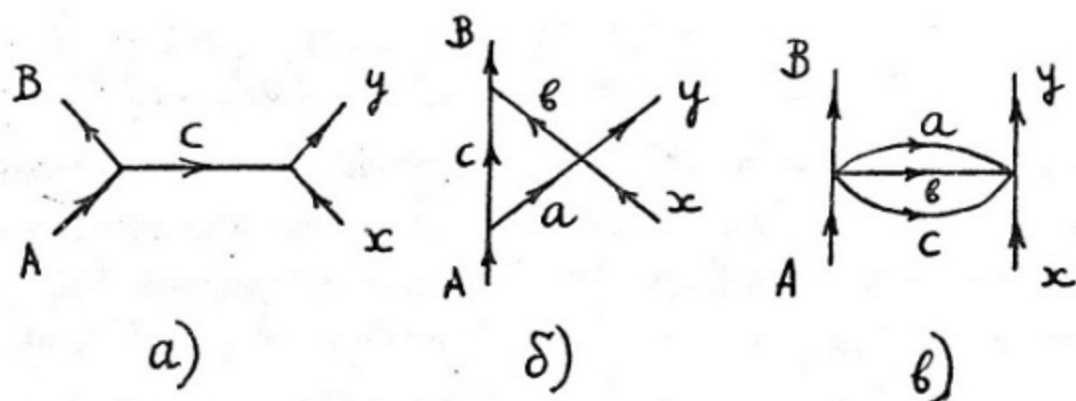


Рис.2. Примеры диаграмм Фейнмана.

Диаграмме рис.2а отвечает $n = 1$, $\ell = 0$, $\nu = 2$ диаграмме рис.2б - $n = 3$, $\ell = 1$, $\nu = 3$, диаграмме рис.2в - $n = 3$, $\ell = 2$, $\nu = 2$. Выпишем выражения для амплитуд диаграмм рис.2а,б, которые часто встречаются в приложениях.

Пользуясь (3), для амплитуды M_0 диаграммы рис.2а имеем:

$$M_0 = \sum_{M_c} M_{A \rightarrow B+c} M_{c+x \rightarrow y} / (E_c - \vec{k}_c^2 / 2m_c + i\delta) \quad (12)$$

Причем

$$\sigma_c \equiv E_c - \vec{k}_c^2 / 2m_c = -(\vec{q}_{xc}^2 + x_y^2) / 2\mu_{xc} = -(\vec{q}_{bc}^2 + x_A^2) / 2\mu_{bc}$$

$$x_y^2 = 2\mu_{xc} \varepsilon_y^{xc}, x_A^2 = 2\mu_{bc} \varepsilon_A^{bc}; \varepsilon_j^{ik} = m_j + m_k - m_i \quad (13)$$

-энергия связи частицы i относительно развала на частицы j и k .

Для амплитуды M_Δ диаграммы рис.2б из (3) следует:

$$M_\Delta = \frac{i}{(2\pi)^4} \int \frac{d\vec{k}_c dE_c}{\prod_{i=a,b,c} (E_i - \vec{k}_i^2 / 2m_i + i\delta)} \sum_{\substack{M_a, M_b, \\ M_c}} M_{A \rightarrow a+c} M_{b+c \rightarrow B} M_{a+x \rightarrow b+y} \quad (14)$$

В этой формуле импульсы и энергии виртуальных частиц a и b с помощью законов сохранения в вершинах выражаются через переменные интегрирования $\vec{k}_c$, E_c и импульсы и энергии внешних частиц:

$$\vec{k}_a = \vec{p}_A - \vec{k}_c; E_a = E_A - E_c - \varepsilon_A^{ac}$$

$$\vec{k}_b = \vec{p}_B - \vec{k}_c; E_b = E_B - E_c - \varepsilon_B^{bc}$$

Нерелятивистские диаграммы имеют ряд специфических особенностей. Так как в нерелятивистской теории нет античастиц,

то каждой внутренней линии на нерелятивистской диаграмме, в отличие от релятивистских диаграмм, можно приписать определенное направление. Нерелятивистский пропагатор содержит только запаздывающую часть; началу внутренней линии отвечает более ранний момент времени, чем концу. Поэтому нерелятивистская диаграмма, содержащая хотя бы один однонаправленный замкнутый контур (т.е. контур, все линии которого направлены либо по, либо против часовой стрелки) тождественно обращается в нуль. Пример такой диаграммы представлен на рис.3.

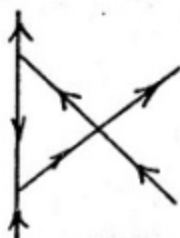


Рис.3. Пример диаграммы Фейнмана с однонаправленным контуром.

Формально обращение в нуль подобных диаграмм следует из того, что в фейнмановском интеграле все особенности подинтегрального выражения по энергетической переменной E_i , отвечающей однонаправленному контуру (т.е. полюса пропагаторов для линий, входящих в этот контур) лежат в одной полуплоскости (верхней или нижней) комплексной переменной E_i ; пользуясь теоремой Коши и замыкая контур интегрирования в противоположной полуплоскости, получаем в результате интегрирования по E_i нуль.

Условием того, что диаграмма является нерелятивистской, помимо малости кинетических энергий внешних частиц (точнее, кинетических энергий, передаваемых от одной внешней частицы

г другой) является требование, чтобы энергосвободное в каждой вершине диаграммы (т.е. разность масс входящих и выходящих частиц) было много меньше массы покоя каждой из этих частиц.

На диаграммах Фейнмана, о которых идет речь в настоящих лекциях, внутренние и внешние линии описывают свободно движущиеся частицы. Помимо таких диаграмм применяются также и диаграммы, линии которых отвечают частицам, движущимся в каком-либо поле. Такого рода диаграммы широко используются в различных микроскопических подходах к теории структуры ядра.

3. Особые точки амплитуд фейнмановских диаграмм.

Считается, хотя это строго и не доказано, что на физическом листе особенности точного матричного элемента какого-либо процесса могут быть получены путем исследования аналитических свойств амплитуд отдельных членов бесконечного ряда фейнмановских диаграмм для данного процесса. Что касается нефизических листов, то там ситуация более сложная: точный матричный элемент может на них иметь особенности, отсутствующие у какой-либо отдельной фейнмановской диаграммы и возникающие лишь в результате суммирования бесконечного ряда диаграмм. С другой стороны, отдельные фейнмановские диаграммы могут иметь на нефизических листах особенности, сокращающиеся при суммировании бесконечного ряда и отсутствующие у точного матричного элемента (см. например /7/). Нам, однако, в первую очередь, интересует физический лист (см. п. I настоящих лекций), на котором, как уже было сказано, особенности точного матричного элемента совпадают с особенностями отдельных фейнмановских диаграмм.

Амплитуды фейнмановских диаграмм могут быть получены в

явном виде лишь для самых простейших случаев. Поэтому при исследовании аналитических свойств этих амплитуд приходится исходить из их интегрального представления. В связи с этим рассмотрим, как возникают особенности функций, заданных в виде интегралов, вообще говоря, многократных.

Рассмотрим функцию

$$f(z) = \int_L \varphi(z, u) du \quad (I5)$$

(Z может означать совокупность нескольких переменных).

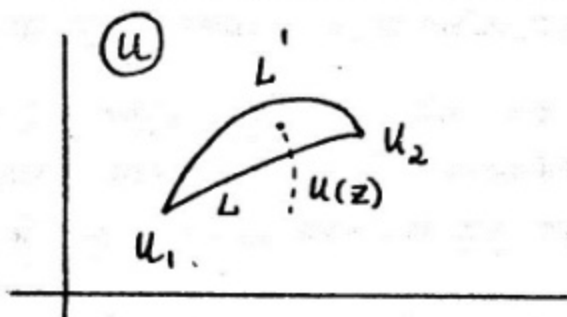


Рис.4. Движение особенностей функции $\varphi(z, u)$ (формула (I5)) в плоскости комплексной переменной u .

Пусть в некоторой окрестности точки $Z = Z_0$ подынтегральная функция $\varphi(z, u)$ не имеет особенностей по переменной u на контуре интегрирования L . Тогда функция $f(z)$ аналитична (т.е. не имеет особенностей) в этой окрестности. Будем теперь изменять Z . При движении Z в своей плоскости особые точки $u(z)$ функции $\varphi(z, u)$ перемещаются в плоскости u (см. рис.4). При некотором Z одна из особенностей $u(z)$ может попасть на контур интегрирования. Обозначим область значений Z , на границе которой $u(z)$ попадает на контур L , через C . На границе C интеграл (I5) становится неопределенным. Мы можем, однако, деформировать контур ин-

тегрирования и перейти к новому контуру L' , свободному от особенностей функции $\varphi(z, u)$ (см. рис.4). Полученная при такой деформации контура функция

$$\tilde{f}(z) = \int_{L'} \varphi(z, u) du$$

очевидно, аналитична при $z \in C'$, где C' - область значений z , для которых кривая $u(z)$ заключена между контурами L и L' . При $z \in C'$, когда между контурами L и L' нет особенностей функции $\varphi(z, u)$, силу теоремы Коши $\tilde{f}(z) \equiv f(z)$. Поэтому $\tilde{f}(z)$ является аналитическим продолжением $f(z)$ в область C' . Такая процедура аналитического продолжения путем деформации контура не может быть проведена в следующих случаях:

1) особенность $u(z)$ попадает на одну из граничных точек контура интегрирования:

$$u(z) = u_1 \quad \text{или} \quad u(z) = u_2$$

2) две особенности $u^{(1)}(z)$ и $u^{(2)}(z)$ функции $\varphi(z, u)$ совпадая, зажимают контур интегрирования (см. рис.5). Значение z , при котором реализуется одна из этих ситуаций, будет особой точкой $f(z)$.

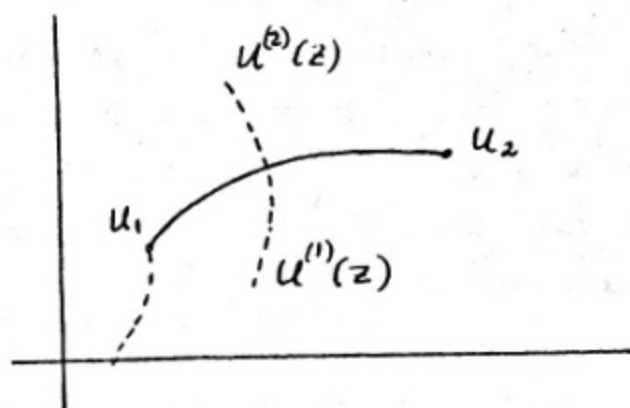


Рис.5. Возникновение особенностей функции f (формула (15)).

Функция $f(z)$, вообще говоря, многозначна; равным образом контура интегрирования L (при фиксированных u_1 и u_2) могут отвечать разные листы $f(z)$. При этом данная особенность может присутствовать на одном листе (контур зажимается) и отсутствовать на другом листе (контур не зажимается) (см. рис.6).

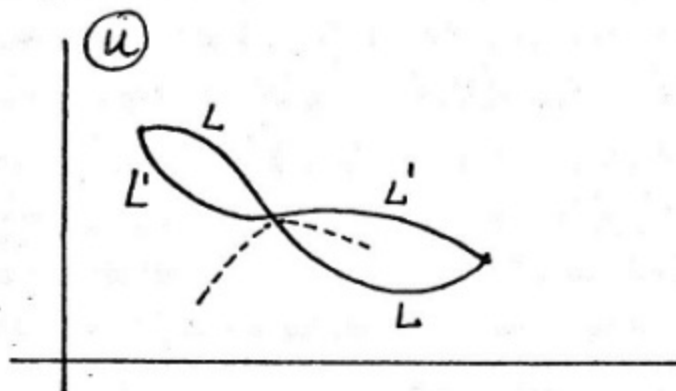


Рис.6. Пример наличия особенности $f(z)$ (формула (15)) для одного контура (L) и отсутствия ее для другого контура (L').

Рассмотрим теперь двукратный интеграл

$$f(z) = \int_{L_u} \int_{L_v} \Psi(z, u, v) du dv \quad (16)$$

Пусть при некоторых z и u особенность $\Psi(z, u)$ функции Ψ или 1) зажимает контур L_v , или 2) попадает на его граничные точки. Если условия 1) или 2) могут быть устранены деформацией контура L_u , то данное значение z не является особой точкой $f(z)$. Если же при этом одновременно зажимается контур L_u или особенности попадают на его концы, то мы получаем особенность $f(z)$.

Обобщая этот результат на интегралы произвольной кратности, приходим к выводу, что особенности функции $f(z)$, заданной многократным интегралом, отвечают таким значениям z ,

при которых одновременно на всех контурах интегрирования возникают "конечные" (E) или "совпадающие" (C) особенности подинтегральной функции. Это правило называется принципом Адамара. Возможны отклонения от этого общего правила, например, если положение особенности подинтегральной функции не зависит от одной или нескольких переменных интегрирования.

Пример. Пусть

$$f(z) = \int_0^1 \frac{du}{(u-i)(u-z)} \quad (I7)$$

Согласно общему принципу $f(z)$ может иметь следующие особые точки:

$$\left. \begin{array}{l} 1) Z = 0 \\ 2) Z = 1 \\ 3) Z = i \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{— } E\text{-особенности} \\ \text{— } E\text{-особенности} \\ \text{— } C\text{-особенность} \end{array}$$

С другой стороны, выполняя в (I7) интегрирование, получаем

$$f(z) = (z-i)^{-1} \left[\ln \frac{z-1}{z} - \ln(1+i) \right] \quad (I8)$$

Из этого выражения видно, что функция $f(z)$ действительно имеет указанные выше особые точки. При этом E -особенности $Z = 0$ и $Z = 1$ (логарифмические точки ветвления) имеются на всех листах $f(z)$; C -особенность $Z = i$ (полюс) отсутствует на том листе, на котором квадратная скобка в (I8) обращается в нуль при $Z = i$.

В дальнейшем речь будет идти об особенностях амплитуд фейнмановских диаграмм, связанных с самой структурой диаграммы, т.е. с особенностями (полюсами) ее пропагаторов, а не с особенностями вершинных функций. Если окажется важной осо-

бенность, в образовании которой участвуют особые точки вершинных функций, то мы можем представить вершинную функцию в виде некоторой амплитуды Фейнмана (или суммы амплитуд Фейнмана) и исследовать особенности полученных таким образом новых диаграмм. Поэтому достаточно изучить особенности Фейнмановских диаграмм с постоянными вершинными функциями. Общая теория особенностей таких диаграмм была развита в работах Ландау /8/, а также в ряде других работ (см. например, /7,9-II/). Особенности нерелятивистских диаграмм исследовались в работах /4-6,12/. Необходимые условия существования особенности Фейнмановской диаграммы (так называемые уравнения Ландау) для нерелятивистских диаграмм имеют следующий вид (вывод дан в Приложении):

$$E_i = \vec{k}_i^2 / 2m_i \quad \text{или} \quad \alpha_i = 0 \\ (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$\sum_{\langle S \rangle} \alpha_i \omega_i \vec{k}_i = 0; \quad \sum_{\langle S \rangle} \alpha_i \omega_i m_i = 0; \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \quad (I9) \\ (S = 1, 2, \dots, \ell)$$

Здесь α_i - константы ($i = 1, 2, \dots, n$), означает суммирование по всем линиям S -го замкнутого контура, $\omega_i = +1$ (-1), если i -я линия направлена по (против) часовой стрелке.

К этим уравнениям следует еще присоединить соотношения, выражающие законы сохранения энергии и импульса, в каждой вершине диаграммы.

Особенность, для которой $E_i = \vec{k}_i^2 / 2m_i$ для всех i , называется собственной, или ведущей, особенностью данной диаграммы. Следовательно, в точке собственной особенности все

виртуальные частицы находятся на массовой поверхности. Помимо собственных особенностей каждая диаграмма имеет также особенности, являющиеся собственными особенностями "ужатых" диаграмм, получающихся из исходной диаграммы выбрасыванием какой-либо внутренней линии (или нескольких линий) и слиянием вершин, соединенных этой линией. Такого рода особенностям отвечает в (I9) $\alpha_j = 0$, где j - номер выбрасываемой линии. Таким образом, каждая особенность является собственной особенностью какой-либо диаграммы и достаточно исследовать лишь собственные особенности.

Решение уравнений (I9) для сложных диаграмм представляет большие трудности. Особенно сложно проверять выполнение условий существования особенности на данном листе; для этого надо убеждаться в том, что совпадающие особенности действительно зажимают контур интегрирования.

Используя так называемую фейнмановскую параметризацию интегралов Фейнмана (см. Приложение), нетрудно установить характер поведения амплитуд Фейнмановских диаграмм вблизи особой точки /8, II/. Приведем результаты без вывода. Пусть $\mathcal{S}$ - переменная (или комбинация переменных), по которой амплитуда M_{ne} имеет собственную особенность в точке $\mathcal{S}_0$. Пусть δM_{ne} - часть амплитуды M_{ne} , имеющая данную особенность; если особенность сингулярная (т.е. амплитуда обращается в ∞ при $\mathcal{S} = \mathcal{S}_0$), то можно считать, что δM_{ne} совпадает со всей амплитудой M_{ne} . Положим

$$n \equiv 2\ell - \frac{n+1}{2} = (3n - 4v + 3)/2 \quad (20)$$

где, как и раньше n - число внутренних линий, ℓ - число независимых замкнутых контуров, v - число вершин. Тогда

БИБЛИОТЕКА
МИФИ

вблизи s_0 δM_{ne} ведет себя следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta M_{ne} &\sim (s-s_0)^2 && \text{при } \nu \neq 0, 1, 2, \dots \\ \delta M_{ne} &\sim (s-s_0)^2 \ln(s-s_0) && \text{при } \nu = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (21)$$

Отсюда следует, что амплитуда M_{ne} бесконечна в точке собственной особенности при $\nu \leq 0$.

Прежде, чем рассматривать примеры, особенностей, следует сказать несколько слов о переменных, от которых зависят амплитуды реакции. Как уже отмечалось, амплитуды зависят от переменных, инвариантных относительно вращений в трехмерном пространстве, а также преобразований Галилея (в релятивистском случае - преобразований Лоренца). При наличии спинов у частиц полная амплитуда процесса может зависеть и от неинвариантных переменных, однако эта зависимость входит лишь через тривиальные кинематические факторы. Коэффициенты при этих факторах, характеризующие динамику процесса, зависят лишь от инвариантных переменных и называются инвариантными амплитудами. Говоря о зависимости амплитуды от инвариантных переменных, мы будем в случае частиц со спином подразумевать именно инвариантные амплитуды.

В общем случае число K инвариантных переменных, от которых зависит амплитуда процесса с участием N частиц (N - суммарное число частиц в начальном и конечном состояниях) при $N \geq 4$ равно $4N - 10$; при $N = 3$; $K = 3$, при $N = 2$ $K = 1$ (см. пример, /13/). В случае, когда все N частиц реальны, т.е. находятся на массовой поверхности ($\sigma_i = E_i - \vec{k}_i^2/2m_i = 0$, $i = 1, 2, \dots$); ($K = 3N - 10$) ($N \geq 4$) при $N = 2, 3$ для реальных частиц $K = 0$, формула $K = 3N - 10$ ($N \geq 4$) имеет место, в частности, для всех реальных физических про-

цессов. Из нее следует, что амплитуда бинарной реакции $A+x \rightarrow B+y$ зависит от двух инвариантных переменных. В качестве таких переменных в нерелятивистском случае можно выбрать, например,

$$s_{Ax} = -(\vec{p}_A + \vec{p}_x)^2 + 2(m_A + m_x)(E_A + E_x) \quad (22)$$

и

$$t_{xy} = -(\vec{p}_x - \vec{p}_y)^2 + 2(m_x - m_y)(E_x - E_y)$$

Переменные s_{Ax} и t_{xy} подобно величинам σ_i , являются галилеевскими инвариантами; они связаны с известными из релятивистской теории инвариантами s и t следующим образом:

$$s = (p_A + p_x)^2 = s_{Ax} + (m_A + m_x)^2; \quad t = (p_x - p_y)^2 = t_{xy} + (m_x - m_y)^2 \quad (23)$$

В этой формуле p_i - 4-импульс частицы i . Аналогично определяются величины s_{By} и t_{AB} , получающиеся из (22) соответствующей заменой индексов. s_{By} и t_{AB} линейно выражаются через s_{Ax} и t_{xy} соответственно. Эту связь легко найти с помощью (23):

$$s_{By} = s_{Ax} + 2MQ, \quad t_{AB} = t_{xy} + 2\mu Q$$

$$M = (m_A + m_x + m_B + m_y)/2 \approx m_A + m_x \approx m_B + m_y \quad (24)$$

$$\mu = (m_x - m_y + m_B - m_A)/2 \approx m_x - m_y \approx m_B - m_A$$

$$Q = m_A + m_x - m_B - m_y$$

Заметим, что при выводе различного рода соотношений между нерелятивистскими инвариантами мы можем пренебрегать поправками порядка v^2/c^2 и ϵ/m , где v - скорость частицы,

E - энергия связи частицы или энерговыведение в реакции. Формулы (22) имеют место в общем случае, когда частицы могут находиться вне массовой поверхности. В случае реальных частиц X и Y

$$t_{xy} = -\vec{q}^2; \quad \vec{q} = \sqrt{\frac{m_x}{m_y}} \vec{p}_y - \sqrt{\frac{m_y}{m_x}} \vec{p}_x = -\frac{m_x + m_y}{\sqrt{m_x m_y}} \vec{q}_{xy} \quad (25)$$

инвариантный переданный импульс.

Переменные s_{Ax} и t_{xy} удобны для исследования аналитических свойств амплитуд. Для практических приложений более удобны переменные E и Z , где E - суммарная кинетическая энергия частиц A и X в системе центра инерции (Ц-системе), а $Z = \cos \theta$, θ - угол рассеяния (угол между импульсами частиц X и Y (в Ц-системе)). Переход от переменных s_{Ax} и t_{xy} к переменным E и Z осуществляется с помощью формул:

$$E = s_{Ax} / 2(m_A + m_x)$$

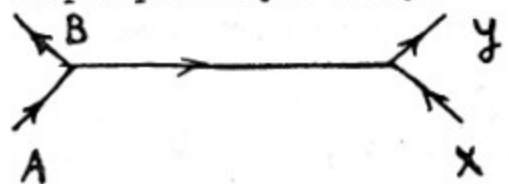
$$Z = \frac{\vec{p} \vec{p}'}{|\vec{p}| |\vec{p}'|} = (t_{xy} + \frac{m_y}{m_x} p^2 + \frac{m_x}{m_y} p'^2) / 2pp' \quad (26)$$

$$p^2 = \vec{q}_{xA}^2 = 2\mu_{xA} E; \quad p'^2 = \vec{q}_{yB}^2 = 2\mu_{yB} (E + Q)$$

Рассмотрим теперь примеры особенностей некоторых простейших диаграмм Фейнмана для реакции $A + X \rightarrow B + Y$ (рис.7). На этом рисунке рядом с каждой диаграммой указано значение ν (формула (20)), а также характер поведения амплитуды данной диаграммы вблизи точки собственной особенности s_{Ax}^0 или t_{xy}^0 по соответствующей переменной.

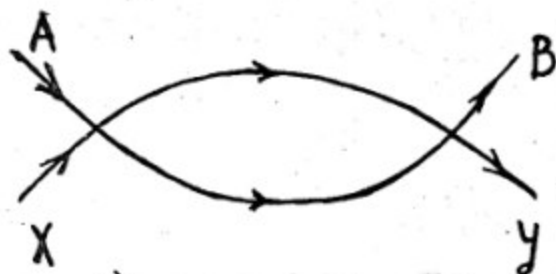
Согласно сказанному выше диаграмма (рис.7г, например), помимо собственных особенностей, имеет особенности ужатых

диаграмм рис. 8а, б, в (логарифмические особенности) и 8д (корневая особенность). Диаграммы рис. 8г и 8е в нерелятивистской теории равны нулю ввиду наличия однонаправленного контура.



a)

$$z = -1; M_{ne} \propto (t_{xy} - t_{xy}^0)^{-1}$$



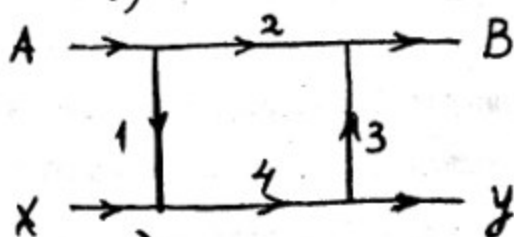
б)

$$z = 1/2; \delta M_{ne} \propto (s_{Ax} - s_{Ax}^0)^{1/2}$$



в)

$$z = 0; M_{ne} \propto \ln(t_{xy} - t_{xy}^0)$$



г)

$$z = -1/2; M_{ne} \propto (s_{Ax} - s_{Ax}^0)^{-1/2} (t_{xy} - t_{xy}^0)^{-1/2}$$



д)

$$z = 2; \delta M_{ne} \propto (s_{Ax} - s_{Ax}^0)^2 \ln(s_{Ax} - s_{Ax}^0)$$

Рис. 7. Примеры особенностей простейших диаграмм Фейнмана.

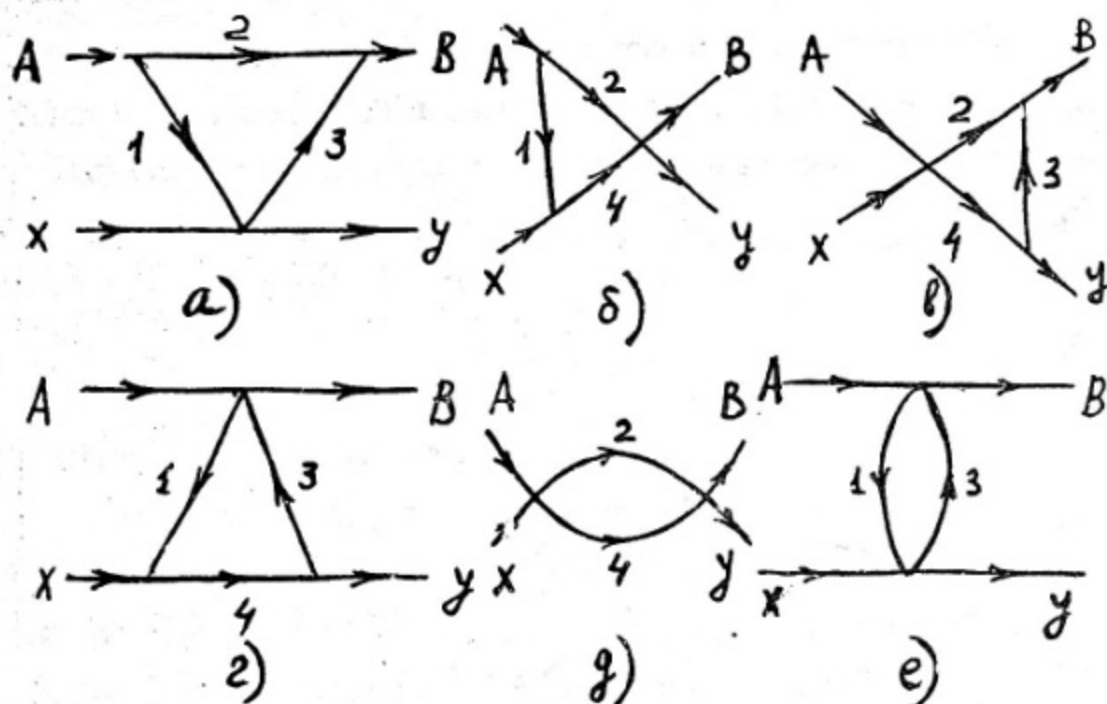


Рис.8. "Ужатые" диаграммы, отвечающие диаграмме рис.7г.

Собственные особенности диаграмм, состоящих из двух вершин, соединенных двумя или более внутренними линиями, называются нормальными порогами. Примерами нормальных порогов являются особенности диаграмм рис.7б, д. Вблизи нормальных порогов амплитуды диаграмм конечны ($\tau > 0$). Для бинарных реакций нормальные пороги по переменной s_{Ax} являются единственными особенностями, которые могут лежать в физической области реакций. Помимо нормальных порогов амплитуда реакции, как мы видели, может иметь полюса, отвечающие одночастичным промежуточным состояниям, и другие особенности, называемые "аномальными". Все эти особенности, а также нормальные пороги по переменной t_{xy} лежат в нефизической области. Нормальные пороги следуют непосредственно из соотношения унитарности. Считается, что все особенности амплитуды реакции могут быть получены с помощью аналитического продолжения соотношения

унитарности.

Заметим, что в прямых реакциях, которыми мы сейчас интересуемся, по определению участвует небольшое число нуклонов ядра, или, точнее, небольшое число степеней свободы ядра (в отличие от реакций, идущих через образование составного ядра). Поэтому при описании таких реакций должны быть существенны простейшие диаграммы Фейнмана, имеющие небольшое число внутренних линий. Это положение согласуется с тем, фактором, что таким диаграммам отвечают обычно ближайшие к физической области особые точки амплитуды, т.к. особенности фейнмановских диаграмм, как правило, удаляются от физической области с усложнением диаграммы.

4. Вершинные функции фейнмановских диаграмм.

Для босониновых частиц вершинные функции, входящие в выражение (3) для амплитуды фейнмановской диаграммы и являющиеся матричными элементами виртуальных процессов, описываемых вершинами диаграммы, представляют из себя скалярные, или инвариантные функции, т.е. функции от инвариантных переменных. В случае частиц, со спином вершинные функции имеют более сложную структуру, которую необходимо учитывать при практических приложениях диаграмм Фейнмана. В этой связи мы обсудим структуру вершинных функций, наиболее важных при рассмотрении простейших диаграмм Фейнмана: вершинные функции для процессов виртуального двухчастичного распада или синтеза $A \rightleftharpoons B+C$ и вершинные функции для процессов типа $A+x \rightarrow B+y$, частным случаем которых является виртуальное упругое рассеяние $A+x \rightarrow A+x$.

Свойства вершинных функций для процессов $A \rightleftharpoons B+C$ рас-

смагивались в работах [14, 15, 3]. Амплитуда такого процесса зависит от проекций спинов частиц A, B, C и из общих соображений ковариантности может быть записана в виде:

$$M_{M_A M_B M_C}^{M_A} = \sqrt{4\pi} \sum_{l s m_l m_s} G_{ls} C_{J_B M_B J_C M_C}^{J_A M_A} C_{l m_l s m_s} Y_{l m_l}(\vec{V}_{BC}) \quad (27)$$

где $C_{\alpha\beta}^{\gamma}$ - коэффициент Клебша-Гордона, J_i, M_i - полный угловой момент и его проекция для частицы i , Y_{lm} - шаровая функция, $\vec{V}_{BC} = \vec{p}_{BC}/q_{BC}$ и.

В силу инвариантности S -матрицы по отношению к преобразованиям Галилея, а также вращениям и инверсии пространственных координат факторы G_{ls} могут зависеть лишь от инвариантных комбинаций энергий и импульсов частиц A, B и C . В наиболее общем случае, когда все три частицы находятся вне массовой поверхности, G_{ls} является функцией от трех независимых кинематических инвариантов, в качестве которых можно выбрать величины $\sigma_i = E_i - \vec{k}_i^2/2m_i$; $i=A, B, C$. К такой зависимости G_{ls} от всех трех величин σ_i может привести, например, вклад в вершинную часть от треугольной диаграммы

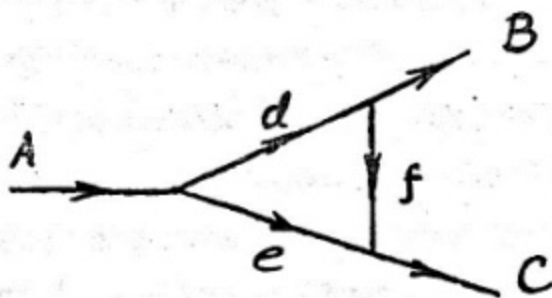


Рис.9. Пример диаграммы, дающей вклад в вершинную часть для процесса

х/ Ввиду сохранения четности в сильных взаимодействиях в формуле (27) все l должны иметь одинаковую четность.

Обычно принято определять вершинную функцию $M_{A \rightarrow BC}$ через вычет амплитуды упругого рассеяния C на B по энергии E в точке, отвечающей энергии связанного состояния частиц B и C ($E = -\epsilon_A$, E - полная энергия системы, ϵ_A - энергия связи ядра A):

$$\begin{aligned} & \text{res} \langle \vec{q}'_{BC} | \hat{M}(E) | \vec{q}_{BC} \rangle \Big|_{E = -\epsilon_A} = \\ & = \sum_{M_A} M_{BC \rightarrow A}(\vec{q}_{BC}) M_{A \rightarrow BC}(\vec{q}'_{BC}) \end{aligned} \quad (28)$$

Исходя из этого определения и пользуясь операторным соотношением для $\hat{M}(E)$:

$$\hat{M}(E) = V_{BC} + V_{BC} (E - H + i\eta)^{-1} V_{BC} \quad (29)$$

где H - полный гамильтониан системы, V_{BC} - оператор взаимодействия между B и C , для вершинной функции легко получить выражение /15/:

$$\begin{aligned} M_{M_B M_C}^{M_A} &= -\frac{1}{2\mu_{BC}} (\vec{q}_{BC}^2 + \mathcal{E}_A^2) \int e^{-i\vec{q}_{BC} \cdot \vec{r}_{BC}} I(\vec{r}_{BC}) d\vec{r}_{BC} \\ \mathcal{E}_A^2 &= 2\mu_{BC} \epsilon_A^{BC} = 2\mu_{BC} (m_B + m_C - m_A) \end{aligned} \quad (30)$$

где $I(\vec{r}_{BC})$ - интеграл перекрытия внутренних волновых функций ядер A , B и C :

$$I(\vec{r}_{BC}) = \int \Psi_B^*(\tau_B, M_B) \Psi_C^*(\tau_C, M_C) \Psi_A(\tau_B, \tau_C, \vec{r}_{BC}, M_A) d\tau_B d\tau_C \quad (31)$$

τ_B, τ_C - внутренние координаты ядер B и C .

Интеграл перекрытия $I(\vec{r}_{BC})$ может быть записан в виде:

$$I(\vec{r}_{BC}) = \sum_{\ell s m_\ell m_s} i^\ell I_\ell(\vec{r}_{BC}) C_{\ell M_B \ell M_C}^{s m_s} C_{\ell M_B \ell M_C}^{J_A M_A} Y_{\ell m_\ell}(\vec{n}_{BC}),$$

$$\vec{h}_{bc} = \vec{\tau}_{bc} / \tau_{bc} \quad (32)$$

Отсюда и из (27) для формфакторов G_{es} получаем:

$$G_{es} = - \frac{\sqrt{\pi}}{\mu_{bc}} (\vec{q}_{bc}^2 + \mathcal{L}_A^2) \int_0^\infty j_0(q_{bc} \tau_{bc}) I_{es}(\tau_{bc}) \tau_{bc}^2 d\tau_{bc} \quad (33)$$

Мы видим, что в таком формализме инвариантные формфакторы G_{es} зависят лишь от одной переменной $\vec{q}_{bc}^2$, которая связана с величинами σ_b и σ_c соотношением:

$$\vec{q}_{bc}^2 = [2\mu_{bc}(\sigma_b + \sigma_c) + \mathcal{L}_A^2] \quad (34)$$

Е силу определения (28) частица A оказывается на массовой поверхности, так что $\sigma_A = 0$.

В частных случаях интеграл перекрытия $I(\vec{\tau}_{bc})$ может принимать простой вид. Так, для вершины отделения или присоединения нуклона в одночастичной модели оболочек интеграл перекрытия сводится к оболочечной волновой функции нуклона. В случае используемой иногда для некоторых ядер (например, для Li^6) так называемой кластерной модели, в которой волновая функция всего ядра записывается в виде произведения внутренних волновых функций двух кластеров на волновую функцию их относительного движения, интеграл перекрытия для распада ядра на эти кластеры совпадает с волновой функцией их относительного движения.

Следует заметить, что исходя из определения (28) и пользуясь нерелятивистским ковариантным формализмом (например, аппаратом нерелятивистских диаграмм Фейнмана) можно получить для вершинной функции более общее, чем (30), выражение,

зависящее от двух инвариантов σ_B и σ_C порознь, а не от одной их комбинации. Это было проиллюстрировано в работе /3/ на примере задачи трех тел, т.е. для распада $\{123\} \rightarrow \{12\} + 3$, где 1, 2, 3 - "элементарные" частицы (например, нуклоны), а фигурная скобка означает связанное состояние соответствующих частиц. Было показано, что вершинная функция M для такого процесса зависит от двух инвариантов $\vec{q}_{\{12\},3}^2$ и $\sigma_{\{12\}}$; если составная частица $\{12\}$ находится на массовой поверхности, то M переходит в выражение (30).

Если все три частицы A, B и C находятся на массовой поверхности, то величины G_{es} являются константами.

Заметим, что вместо (27) иногда удобнее использовать для амплитуды $M_{M_B M_C}^{M_A}$ выражение

$$M_{M_B M_C}^{M_A} = \sqrt{4\pi} \sum_{l_j m_j} G'_{ej} C_{l_j m_j}^{j m_j} C_{j m_j}^{j_A m_A} C_{j m_j}^{j_B m_B} Y_{l_j m_j}(\vec{v}_{BC}) \quad (35)$$

отличающиеся от (27) схемой связи угловых моментов. Факторы G'_{ej} и G_{es} связаны друг с другом простыми соотношениями:

$$G'_{ej} = \sum_s a_{sj} G_{es}; \quad G_{es} = \sum_j a_{sj} G'_{ej}$$

$$a_{sj} = (-1)^{j_B + j_C - s} (2s+1)^{1/2} (2j+1)^{1/2} W(j_C j_B j_A, s, j) \quad (36)$$

W - коэффициент Рака.

Рассмотрим теперь четырехлучевые вершины, описывающие процессы типа $A + x \rightarrow B + y$. Согласно работе /16/ матричный элемент такого процесса следующим образом выражается через инвариантные амплитуды F :

$$M_{M_B M_y}^{M_A M_x} = \sum_{\substack{j_i v_i j_f v_f JM \\ l_i + l_f = 2\tau}} i^{-2\tau} C_{j_i v_i}^{j_i v_i} C_{j_f v_f}^{j_f v_f} C_{j_x M_x j_A M_A} C_{j_y M_y j_B M_B} \times$$

$$\times C_{j_i v_i JM}^{j_i v_i JM} F_{j_i j_f l_i l_f} Y_{l_i l_f JM}^* (\vec{v}_i; \vec{v}_f),$$

$$Y_{l_i l_f JM}(\vec{v}_i; \vec{v}_f) = \sum_{\mu_i \mu_f} C_{l_i \mu_i l_f \mu_f}^{JM} Y_{l_i \mu_i}(\vec{v}_i) Y_{l_f \mu_f}(\vec{v}_f) \quad (37)$$

$$2\tau = \begin{cases} J+1 & \text{при } J \text{ четном} \\ J & \text{при } J \text{ нечетном} \end{cases} \quad \text{если } \xi = +1$$

$$2\tau = \begin{cases} J+1 & \text{при } J \text{ четном} \\ J & \text{при } J \text{ нечетном} \end{cases} \quad \text{если } \xi = -1$$

$\xi = \xi_A \xi_x \xi_B \xi_y$, ξ_i - внутренняя четность частицы i .

В общем случае, когда все частицы A, x, B, y находятся вне массовой поверхности, инвариантные амплитуды F могут зависеть от 6 инвариантов, в качестве которых могут быть выбраны σ_i ($i = A, x, B, y$), s_{Ax} , t_{xy} . Если некоторые из частиц находятся на массовой поверхности, то зависимость от соответствующих отсутствует.

Несколько слов о связи между диаграммным формализмом и традиционным формализмом волновых функций. Возьмем в качестве примера реакцию вида $\mu + A \rightarrow D + B$, $A = \{BN\}$, $D = \{PN\}$. Если рассматривать эту реакцию как процесс подхвата частицы N из ядра A частицей P (N может быть как нуклоном, так и сложным ядром), то борновский матричный элемент $M_B^{\text{подхв}}$ для этой реакции может быть записан в виде:

$$M_B^{\text{подхв}} = \langle e^{i\vec{q}_{DB} \vec{r}_{DB}} \varphi_D \varphi_B | V_{PN} | e^{i\vec{q}_{PA} \vec{r}_{PA}} \varphi_P \varphi_A \rangle \quad (38)$$

где φ_i - внутренняя волновая функция ядра i , $\vec{q}_{ik}$ и $\vec{r}_{ik}$ -

относительный импульс и относительная координата ядер i и K , V_{iK} - потенциал взаимодействия между i и K (мы не выписываем явно спинные переменные). Переходя в (38) к импульсному представлению и пользуясь уравнением Шредингера для Ψ_D

$$V_{PN} \Psi_D(\vec{q}_{PN}) = -(\epsilon_D^{PN} + \vec{q}_{PN}^2 / 2\mu_{PN}) \Psi_D(\vec{q}_{PN}) \quad (39)$$

легко представить $M_B^{\text{подхв.}}$ в виде амплитуды полосной диаграммы рис.10а, вершинные функции на которой определяются формулой (30) (/17,18/).

Аналогично борновский матричный элемент, отвечающий механизму замещения частицы N частицей P для реакции

$P+A \rightarrow N+C$, $C=\{B, P\}$ и имеющий вид

$$M_B^{\text{зам}} = \langle e^{i\vec{q}_{NC} \vec{r}_{NC}} \psi_N \psi_C | V_{PN} | e^{i\vec{q}_{PA} \vec{r}_{PA}} \psi_P \psi_A \rangle \quad (40)$$

тождественно записывается в виде амплитуды треугольной диаграммы рис.10б, на которой трехлучевые вершинные функции определяются формулой (30), а в качестве вершинной функции в четырехлучевой вершине стоит борновская амплитуда рассеяния P на N , зависящая от одного инварианта $\vec{q}_{PN'}^2$.

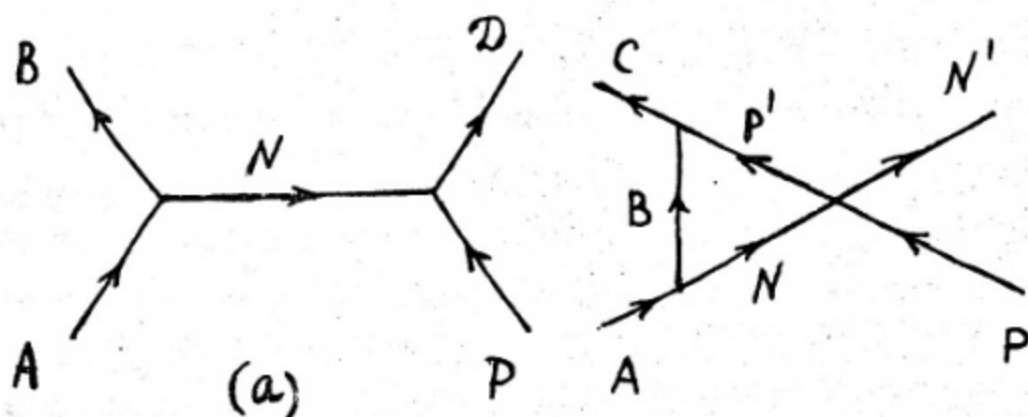


Рис.10. Диаграммы Фейнмана для реакций подхвата (а) и замещения (б).

В общем случае амплитуда рассеяния двух частиц P и N , взаимодействующих с помощью потенциала V_{PN} , зависящего лишь от расстояния между центрами инерции этих частиц, зависит от четырех инвариантных переменных, в качестве которых могут быть выбраны, например, величины $p^2, p'^2, \vec{p}\vec{p}'$ и E , где $\vec{P} = \vec{q}_{PN}$ ($\vec{P}' = \vec{q}_{PN}'$) — импульсы относительного движения частиц P и N в начальном (конечном) состоянии,

$$E = E_{PN} = E_P + E_N - \frac{(\vec{K}_P + \vec{K}_N)^2}{2(m_P + m_N)} =$$

$$= E_{P'} + E_{N'} - \frac{(\vec{K}_{P'} + \vec{K}_{N'})^2}{2(m_P + m_N)} \quad (4I)$$

сохраняющаяся энергия относительного движения частиц P и N , $\vec{K}_P, \vec{K}_N, E_P, E_N$ — импульсы и энергии частиц P и N в конечном состоянии. Таким образом, для амплитуды F_{PN} потенциального рассеяния частиц P и N можно записать $F_{PN} = F_{PN}(\vec{P}; \vec{P}', E)$. В выражении для амплитуды диаграммы рис.10б с полной (не борновской) амплитудой F_{PN} в качестве вершины PN — рассеяния можно проинтегрировать по энергии с помощью взятия вычетов в полюсах пропагаторов; при этом останется интегрирование по трехмерному импульсу, а переменная E в выражении для F_{PN} перейдет в $E = \mathcal{E} - \frac{\vec{q}_{B,PN}^2}{2\mu_{B,PN}}$, где $\vec{q}_{B,PN}$ — импульс относительного движения B и центра инерции P и N . $\mu_{B,PN} = m_B(m_P + m_N) / (m_B + m_P + m_N)$; $\mathcal{E} = \frac{p^2}{2m_P} + \mathcal{E}_A^{BN}$. Если в полученном выражении заменить $\vec{E} \rightarrow \vec{q}_{P'N'}^2 / 2\mu_{PN}$ или $\vec{E} \rightarrow \vec{q}_{PN}^2 / 2\mu_{PN}$,

то мы получим матричный элемент реакции замещения (P, N) в так называемом импульсном приближении. Заметим, что эти две замены приводят к несовпадающим выражениям.

На основании этих примеров можно сделать вывод, что матричные элементы для некоторых простейших механизмов реакций, записанные на языке волновых функций и потенциалов взаимодействия, могут быть представлены в виде амплитуд простейших диаграмм Фейнмана. Для этого, однако, необходимо специальным образом выбирать вершинные функции на диаграммах, причем этот выбор, как правило, не совпадает с выражениями, которые следует употреблять в последовательном диаграммном подходе. Может оказаться, что матричный элемент имеет лишь формально структуру амплитуды диаграммы Фейнмана. Например, часто используемые радиальные волновые функции потенциала гармонического осциллятора не обладают правильной асимптотикой $\psi(r) \sim \frac{e^{-\mathcal{E}r}}{r}$; $r \rightarrow \infty$ их фурье-компоненты $\psi(q)$ не имеют полюса при $q^2 = -\mathcal{E}^2$. Следовательно, вершинные функции для процессов $A \rightarrow B + N$, определенные согласно (30), (31), при использовании осцилляторных волновых функций будут обращаться в 0 в точке $q_{BN}^2 = -\mathcal{E}_A^2$ (в случае волновых функций с правильной асимптотикой этот нуль компенсировался бы полюсом интеграла перекрытия). Точка $q_{BN}^2 = -\mathcal{E}_A^2$, как следует из формул (12), (13), является полюсом диаграммы рис. 10а. Поэтому, если пользоваться осцилляторными волновыми функциями для ядер A и D в матричном элементе (38) механизма подхвата, то хотя мы формально и придем к амплитуде диаграммы 10а, однако эта полюсная амплитуда в точке $q_{BN}^2 = -\mathcal{E}_A^2$ будет иметь не полюс, а нуль. Аналогичная ситуация имеет место и для других диаграмм, если при вычислении трехлучевых вершин на них использовать осцилляторные функции. В этом случае диаграмму можно рассматривать лишь как схему, иллюстрирующую механизм реакции, а не как имеющее определенные аналитические свойства выражение.

5. Полюсной механизм для реакции $A + x \rightarrow B + y$

Как уже отмечалось, амплитуда бинарной реакции $A + x \rightarrow B + y$ зависит от двух инвариантных переменных: S_{Ax} и t_{xy} или $E = E_{Ax}$ и $Z = Z_{xy}$. Особенности по E или вообще не приводят к зависимости углового распределения от Z , или, как в случае комплексных полюсов Брейта-Вигнера $E = E_0 - i\Gamma/2$, приводят при ненулевом угловом моменте резонансного состояния к тривиальной зависимости сечения от Z ; симметричной относительно $Z = 0$ ($\Theta = 90^\circ$). Прямые реакции, которые мы рассматриваем, характеризуются резкой и асимметричной зависимостью сечения от Z , которая может быть обусловлена лишь особенностями амплитуды прямой реакции $M(E, Z)$ по переменной Z (или, что то же самое, по переменной t_{xy}).

Для многих реакций, в частности, для реакций дейтронного срыва или подхвата (d, p) ; (p, d) ближайшей к физической области особенностью по Z является особенность полюсной диаграммы типа рис.10а, отвечающей прямой передаче нуклона или кластера от одного из сталкивающихся ядер к другому. Примером фактического использования полюсных диаграмм для описания реакций срыва (подхвата) является так называемая теория Батлера /19/, хотя в ней и не используется диаграммный формализм. В этой теории матричный элемент подхвата определяется формулой (38); при интегрировании по τ_{BN} выбрасывается область

$\tau_{BN} < R_{BN}$, где R_{BN} - подгоночный параметр, называемый батлеровским радиусом. Для $\tau_{BN} > \tau_{BN}^0$ в качестве волновой функции относительного движения B и N выбирается решение свободного уравнения Шредингера. Такой матричный элемент, как нетрудно показать, совпадает с амплитудой диаграммы рис.10а,

у которой инвариантные форматоры G_{es} (33) для вершины распада $A \rightarrow B+N$ определяются формулой:

$$G_{es}(q_{BN}) = - \sqrt{\frac{3\pi}{2\tau_{BN}^0}} \frac{\theta_{es}}{\mu_{BN}} \left[\chi j_{e-1}(x) - iy \frac{h_{e-1}^{(1)}(iy)}{h_e^{(1)}(iy)} j_e(x) \right]$$

$$\chi = q_{BN} \tau_{BN}^0, \quad y = \mathcal{Q}_A \tau_{BN}^0; \quad (\mathcal{Q}_A)^2 = 2\mu_{BN} \varepsilon_A^{BN} \quad (42)$$

j_e - сферическая функция Бесселя, $h_e^{(1)}$ - сферическая функция Ханкеля первого рода, θ_{es} - приведенная ширина.

Теория Батлера в большинстве случаев удовлетворительно передает основные качественные характеристики угловых распределений в реакциях однонуклонной передачи. Однако приведенные ширины θ^2 , характеризующие абсолютные величины вершинных функций и полученные путем сравнения предсказаний теории Батлера с экспериментом, сказываются как правило, сильно заниженными по сравнению как с теоретическим предсказаниями, основанными на расчетах свойств ядер, так и с феноменологическими значениями, найденными с помощью других, более реалистичных, механизмов реакций. Кроме того, для получения хотя бы качественного согласия с экспериментом параметры τ_{BN}^0 и θ^2 приходится заметно менять при изменении типа реакции (p, d), (d, t) и т.п.) и энергии налетающих частиц. В то же время на рис. 10а величины τ_{BN}^0 и θ^2 характеризуют данную вершину $A \rightarrow B+N$ и не должны зависеть ни от типа частиц P и D (при данном N), ни от энергии частиц P . Поэтому теория Батлера не тождественна использованию полюсной диаграммы рис. 10а; по-видимому, она эффективно учитывает взаимодействие частиц P и A (D и B) в начальном (конечном) состоянии.

В последнее время для описания дифференциальных сечений

прямых ядерных реакций $A(x, y)B$ была разработана "периферийная" модель /20-24/. Эта модель исходит из двух основных положений:

- 1) В разложении матричного элемента прямой реакции по парциальным волнам^{x/}:

$$M(E, z) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) M_{\ell}(E) P_{\ell}(z) \quad (43)$$

($P_{\ell}(z)$ - полиномы Лежандра).

основной вклад дает "периферийные" парциальные амплитуды, т.е. амплитуды $M_{\ell}(E)$, для которых $\ell \geq L \gg 1$.

- 2) При вычислении периферийных парциальных амплитуд можно ограничиться учетом вкладов от ближайших к физической области особенностей амплитуды $M(E, z)$ в плоскости переменной z .

Справедливость утверждения 2) вытекает из того, что при L парциальные амплитуды могут быть следующим образом записаны в виде суммы вкладов от различных особенностей $z = \zeta_i$ (см. например, /25/)

$$M_{\ell}(E) \approx \sum_i A_i(E, \zeta_i) e^{-\ell \ln \tau_i} e^{-(\tau_i + 3/2)} \quad (44)$$

где $\tau_i = \zeta_i + (\zeta_i^2 - 1)^{1/2}$, величины $A_i(E, \zeta_i)$ не зависят от ℓ , $\tau_i = 2\ell_i - (n_i + 1)/2 = (3n_i - 4v_i + 3)/2$; n_i, ℓ_i, v_i - соответственно число внутренних линий, независимых замкнутых контуров и вершин на диаграмме, собственной особенностью которой является точка $z = \zeta_i$.

^{x/} Формула (43) для простоты записана для бесспиновых частиц. В действительности спиновые эффекты в периферийной модели учитываются и они оказываются существенными.

Из формулы (44) видно, что при $\ell \gg 1$ парциальные амплитуды убывают, грубо говоря, экспоненциально, причем это убывание тем быстрее, чем больше $|\tau_i|$, т.е. чем дальше лежит особая точка z_i от физической области $-1 \leq z \leq +1$ (это утверждение справедливо и для комплексных значений z_i). Следовательно, при достаточно больших ℓ можно пренебречь вкладом в $M_\ell(E)$ далеких от физической области особенностей.

Для малых ℓ в $M_\ell(E)$ могут давать вклад много особенностей, что затрудняет аккуратное вычисление $M_\ell(E)$. Однако при достаточно больших энергиях ($\kappa R \gg 1$, κ - волновое число, R - радиус канала), когда открыто много каналов, вклад парциальных амплитуд с небольшими орбитальными моментами ($\ell < L \sim \kappa R$) в полную амплитуду реакции $M(E, z)$ может быть мал по сравнению с вкладом периферийных парциальных амплитуд с $\ell \geq L$. Из этого положения исходят различного рода диффракционные модели ядерных реакций (см. например, /26, 27/), в которых предполагается, что низкие парциальные волны с $\ell < \kappa R$ полностью или частично поглощаются ядром. В этом предположении можно приближенно записать:

$$M(E, z) \approx \sum_{\ell=L}^{\infty} (2\ell+1) M_\ell(E) P_\ell(z) \quad (45)$$

Входящие в эту сумму парциальные амплитуды, как уже говорилось, определяются вкладом и большого числа ближайших к физической области особенностей. Наиболее простой является ситуация, когда одна из особенностей находится существенно ближе к физической области, чем остальные. В этом случае в (44) можно ограничиться учетом лишь одного члена, отвечающего этой особенности. Подобная ситуация имеет место, например, для

реакций однонуклонной передачи $(d, p); (p, d); (d, t)$ и др., для которых ближайшей особенностью является полюс, отвечающий механизму срыва или подхвата нуклона. При учете лишь полюсной особенности диаграммы рис. 2а дифференциальное сечение реакции

$A(x, y)B$ в периферийной модели имеет вид:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum_{\ell_A, \ell_y, s_A, s_y} G_{\ell_A s_A}^2 G_{\ell_y s_y}^2 \sigma_L(\ell_A, \ell_y, s_A, s_y; E, Z) \quad (46)$$

В этой формуле σ_L - некоторая функция, зависящая от параметра обрезания по орбитальному моменту L , $G_{\ell_A s_A}$ и $G_{\ell_y s_y}$ - константы, являющиеся значениями на массовой поверхности инвариантных формфакторов, определяющих согласно [27] вершинные функции для процессов $A \rightarrow B + C$ и $X + C \rightarrow Y$. Величины $G_{\ell_A s_A}$ и $G_{\ell_y s_y}$ характеризуют данную трехлучевую вершину и не зависят ни от вида второй трехлучевой вершины, ни от энергии падающих частиц. Будем называть их вершинными константами, или константами связи.

В формуле (46) значение L является подгоночным параметром. Константы $G_{\ell s}$ в принципе можно рассчитывать методами теории структуры ядра, однако такие расчеты, как правило, еще недостаточно надежны (за исключением вершины распада (синтеза) дейтрона), поэтому в практических приложениях эти константы также считаются подгоночными параметрами. При этом однако константы для данной вершины, найденные путем подгонки из разных реакций (или из одной и той же реакции, но при разных энергиях) должны быть близкими; это обстоятельство может быть использовано как дополнительный критерий правильности описываемого подхода.

Примеры применения периферийной модели для описания ре-

акций однонуклонной передачи представлены на рис. II, I2, взятых из работы /24/. На рис. II показаны результаты сравнения предсказаний периферийной модели (сплошные кривые) с экспериментом для реакций $N^{14}(\rho, d)N^{13}(\text{осн})$ при энергиях протоной 18,7; 30,3; 155,6 Мэв. Экспериментальные точки взяты из работ /28/. Около каждой кривой указаны значения параметра обрезания L (который, как и следовало ожидать, растет с энергией: $L \sim \kappa R$), а также извлеченные значения квадрата вершинной константы G_N^2 для распада $N^{14} \rightarrow N^{13}(\text{осн}) + n$. При получении этих значений G_N^2 для константы G_d^2 процесса $d \rightarrow n + p$ использовалось значение $G_d^2 = 0,40$ ферми, следующее из результатов работы /29/. Мы видим, что периферийная модель вполне удовлетворительно описывает дифференциальные сечения, а значения G_N^2 при сильно отличающихся энергиях оказывается близкими. Их среднее значение $G_N^2 = 1,9 \pm 0,3$ ферми хорошо согласуется ее значением $G_N^2 = 2,3 \pm 0,5$ ферми, найденному аналогичным образом из анализа реакций $N^{14}(\text{He}^3, \alpha)N^{13}(\text{осн})$ при трех энергиях ионов He^3 в интервале 17-37 Мэв /21/ (в этом анализе для константы G_α^2 распада $\alpha \rightarrow \text{He}^3 + n$ использовалось значение $G_\alpha^2 = 10 \pm 1$ ферми, полученное из реакции $\text{He}^4(\rho, d)\text{He}^3$). На рис. I2 расчеты по периферийной модели сравниваются с экспериментом /30/ для реакции $C^{12}(\text{He}^3, d)N^{13}(\text{осн})$. Опять-таки имеем неплохое согласие теории с экспериментом.

Можно сделать вывод, что периферийная модель с полюсным механизмом описывает с достаточной точностью как угловые распределения, так и абсолютные значения сечений для реакций однонуклонной передачи. Это точность заведомо выше, чем в теории Батлера, и такого же порядка, как в широко распространенном методе искаженных волн; при этом в отличие от метода искажен-

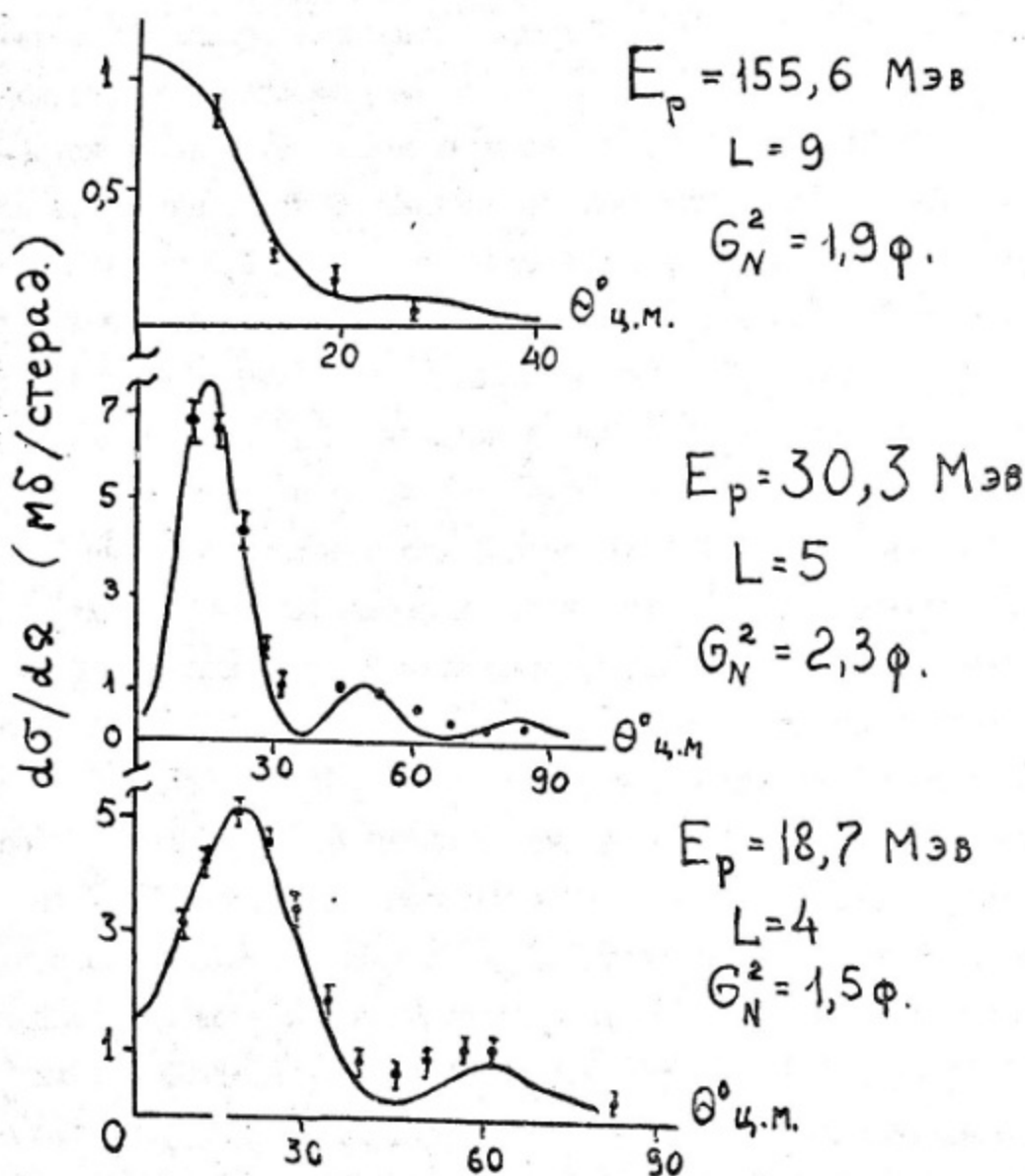
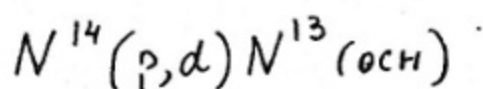


Рис. II. Сравнение предсказаний периферийной модели с экспериментом для реакции $N^{14}(p,d)N^{13}(\text{осн})$

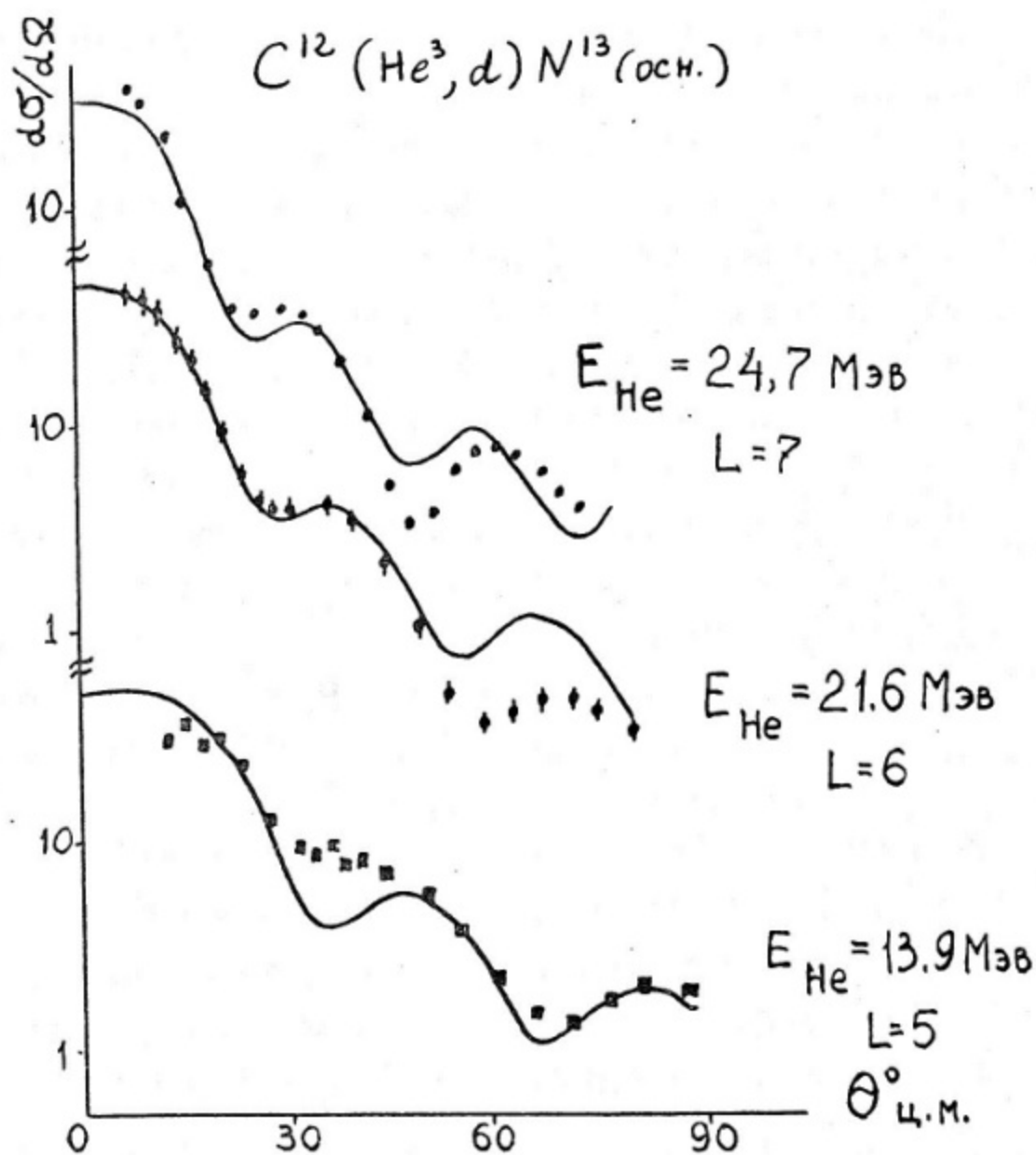


Рис.12. Сравнение предсказаний периферийной модели с экспериментом для реакции $C^{12}(He^3, d)N^{13}(\text{осн.})$.

ных волн периферийная модель содержит значительно меньше неизвестных подгоночных параметров.

При описании в рамках периферийной модели дифференциальных сечений реакций, передачи двух и более нуклонов может быть важным учет неполюсных механизмов (например, петлевых и треугольных диаграмм). Учет таких механизмов заведомо существен и для реакций однонуклонной передачи при анализе поляризационных явлений, т.к. для чисто полюсного механизма поляризация частиц в конечном состоянии равна нулю; в то же время эксперимент дает в ряде случаев большую степень поляризации.

Диаграммный подход к реакциям двухнуклонной передачи $A(t, p)B$ использовался в работе [31]. В этой работе в качестве матричного элемента реакции (t, p) бралась амплитуда треугольной диаграммы рис.13; для трехлучевых вершин использовались батлеровские формфакторы (42), а для вершины $t \rightarrow p + 2n$ - некоторое феноменологическое выражение, отвечающее смеси компонент с $\ell_1 = \ell_2 = 0$ и $\ell_1 = \ell_2 = 2$ (ℓ_1 и ℓ_2 - орбитальные угловые моменты относительного движения двух нейтронов (ℓ_1) и относительного движения протона и центра инерции двух нейтронов (ℓ_2)). При допущении большой примеси компоненты с $\ell_1 = \ell_2 = 2$ было получено неплохое согласие теории с экспериментом.

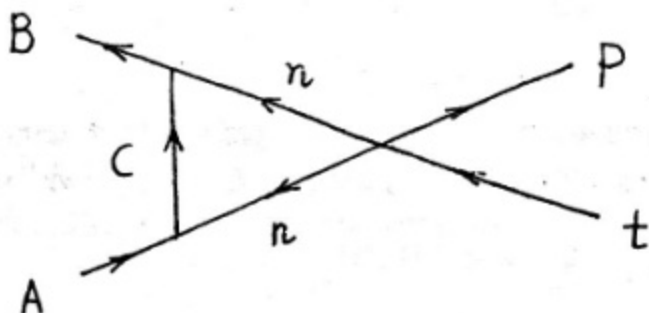


Рис.13. Треугольная диаграмма для реакции $A(t, p)B$.

6. Реакции с тремя частицами в конечном состоянии.

В этом разделе мы будем рассматривать реакции, в конечном состоянии которых находятся три частицы:



Будем называть также реакции тринарными (или пятихвостыми). Согласно разделу 3 амплитуде пятихвостки в общем случае зависит от 5 инвариантных переменных, в качестве которых можно выбрать s_{Ax} , s_{yZ} , s_{By} , t_{AB} , t_{XZ} . Вместо переменных s_{ik} можно пользоваться энергиями E_{ik} относительного движения частиц i и k ; вместо переменных t_{ik} можно ввести величины $Z_{ik} = \cos \theta_{ik}$ где θ_{ik} - угол между импульсами частиц i и k в некоторой системе координат (например, в Ц-системе реакции, т.е. системе центра инерции частиц A и X).

Мы ограничимся рассмотрением частного случая реакции (47), когда частица Z совпадает с частицей X :



Примером таких реакций являются реакции $(p, 2p)$, (p, pd) , $(p, p\alpha)$, $(\alpha, 2\alpha)$, $(\pi, \pi p)$ и др. Реакции типа (48) часто называют реакциями квазиупругого выбивания (или квазиупругого рассеяния). Более точно, однако, называть квазиупругим выбиванием определенный механизм реакций $A(x, xy)B$, наиболее часто применяющийся при их теоретическом описании. В диаграммном подходе этому механизму отвечает полюсная диаграмма рис. I4.

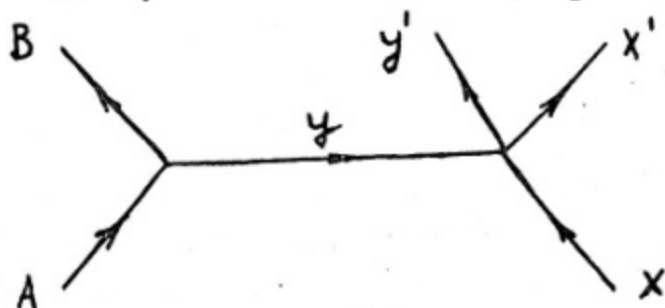


Рис. I4. Полюсная диаграмма для реакции $A(x, xy)B$

Амплитуда этой диаграммы имеет вид:

$$M_{Ax \rightarrow Bxy} = \sum_{M_y} M_{A \rightarrow By} M_{xy \rightarrow x'y'} / \sigma_y \quad (49)$$

где $M_{A \rightarrow By}$ - матричный элемент виртуального распада $A \rightarrow B+y$
 $M_{xy \rightarrow x'y'}$ - амплитуда виртуального рассеяния x на y ,
 M_y - проекция спина виртуальной частицы y , через x' ,
 и y' обозначены частицы x и y в конечном состоянии.

Заметим, что аналогичный механизм используется и в обычном формализме волновых функций. При этом используются две формы матричного элемента (т.н. "post" и "prior" формализмы), которые фактически отвечают заменам $E_{xy} \rightarrow \vec{q}_{xy}^2 / 2\mu_{xy} (A)$ и $E_{xy} \rightarrow \vec{q}_{x'y'}^2 / 2\mu_{xy} (B)$ в аргументах амплитуды потенциального рассеяния x на y . Эти две замены дают разные результаты и до сих пор продолжают споры о том, что, какой из них надо пользоваться. В то же время в диаграммном формализме сразу видно, что следует использовать замену (Б), так как именно в конечном состоянии обе частицы x и y находятся на массовой поверхности и для них имеет место обычная связь между энергией и импульсом.

В формуле (49) амплитуда виртуального рассеяния $M_{xy \rightarrow x'y'}$ зависит, вообще говоря, от переменных $s_{x'y'}$ и $t_{xx'}$ (от которых зависела бы и амплитуда реального рассеяния), а также от переменной σ_y , линейно связанной с t_{AB} :

$$\sigma_y = \frac{t_{AB}}{2m_y} - \epsilon_A^{By}, \quad t_{AB} = -\vec{q}^2 = -\frac{(m_A + m_B)^2}{m_A m_B} \vec{q}_{AB}^2 = -\frac{m_B + m_y}{m_B} \vec{q}_{By}^2 \quad (50)$$

Амплитуда $M_{A \rightarrow By}$ зависит от $\vec{q}_{By}^2 = -\frac{m_B t_{AB}}{m_B + m_y}$. Таким образом, в целом амплитуда $M_{Ax \rightarrow Bxy}$ (49) зависит от трех

инвариантных переменных t_{AB} , $t_{xx'}$ и $s_{x'y'}$. Для всех практически важных случаев полюс $\sigma_y = 0$ выражения (49) является ближайшей к физической области ($t_{AB} \leq 0$) особенностью амплитуды реакции $A(x, xy)B$ по переменной t_{AB} . При этом знаменатель минимален при $t_{AB} = 0$ ($\vec{q}^2 = 0$) и быстро возрастает с ростом $\vec{q}^2$. Поэтому применять полюсной механизм для реакций квазиупругого выбивания следует в первую очередь в области малых $\vec{q}^2$ ($\vec{q}^2 \leq 2m_y \varepsilon_A^{By}$). При больших $\vec{q}^2$ заведомо становится существенным учет диаграмм с более далекими от физической области особенностями.

Дифференциальное сечение реакции $A(x, xy)B$ для неполяризованных частиц определяется формулой:

$$d^3\sigma / dE_x d\Omega_x d\Omega_y = D \overline{|M|^2} \quad (51)$$

где

$$\overline{|M|^2} = (2J_A + 1)^{-1} (2J_x + 1)^{-1} \sum_{M_A M_x M_B M_{x'} M_{y'}} |M_{Ax \rightarrow Bxy}|^2 \quad (52)$$

D - некоторая величина, определяемая кинематикой процесса и зависящая от масс, энергий и углов вылет частиц. Если некоторые из частиц, участвующих в реакции, поляризованы, то в выражении (52) для $\overline{|M|^2}$ следует убрать суммирование (или усреднение по проекциям спинов соответствующих частиц.

Так как в выражение (49) входит когерентная сумма по проекции спина промежуточной частицы y , то соотношение

$$\overline{|M|^2} = \overline{|M_{A \rightarrow By}|^2} \overline{|M_{xy \rightarrow x'y'}|^2} / \sigma_y^2$$

$$\begin{aligned} |M_{A \rightarrow B\gamma}|^2 &= (2J_A + 1)^{-1} \sum_{M_A, M_B, M_\gamma} |M_{A \rightarrow B\gamma}|^2 |M_{xy \rightarrow x'y'}|^2 \\ &= (2J_x + 1)^{-1} (2J_y + 1)^{-1} \sum_{M_x, M_y, M_{x'}, M_{y'}} |M_{xy \rightarrow x'y'}|^2 \quad (53) \end{aligned}$$

тривиальным образом выполняющееся при $J_y = 0$, в общем случае может нарушаться. Однако это соотношение (факторизация сечения реакции $A(x, y) B$) помимо случая $J_y = 0$, как оказалось, выполняется еще в ряде случаев. В работе /32/ было показано, что для порелятивистских частиц A, B, γ формула (53) имеет место, если выполняется хотя бы одно из следующих условий:

1. $J_y = 0$ или $J_y = 1/2$
2. $J_{By} = 0$ или $J_{By} = 1/2$
3. $L_{By} = 0$

Здесь J_{ik} и L_{ik} - соответственно суммарный спин и орбитальный момент относительного движения частиц i и k :

$$\vec{J}_{ik} = \vec{J}_i + \vec{J}_k, \quad \vec{L}_{By} = \vec{J}_A - \vec{J}_{By}$$

Если частицы x, y, x' также нерелятивистские, то возникают дополнительные случаи факторизации:

4. $J_{xy} = 0$ или $J_{xy} = 1/2$
5. $L_{xy} = 0$

Указанные условия факторизации имеют место и для полюсных диаграмм более общего вида, когда частицы x' и y' не тождественны частицами x и y .

Так как величины т.па $|M|^2$ могут зависеть только от

инвариантных переменных, то в случае факторизации $\overline{|M_{Ax \rightarrow Vxy}|^2}$ зависит лишь от трех переменных s_{xy} , t_{xx} , t_{AB} и не зависит от s_{By} и s_{Ax} . Экспериментально зависимость или независимость $\overline{|M|^2}$ от s_{By} может быть проверена с помощью так называемого критерия Тримена-Янга /33/. Суть этого критерия состоит в следующем. Рассмотрим антилабораторную систему, т.е. систему, в которой налетающая частица X покоится ($\vec{p}_x = 0$). В этой системе при вращении плоскости $(\vec{p}_x, \vec{p}_y)$ вокруг направления импульса виртуальной частицы $\vec{p}_y$ кинематические инварианты s_{xy} , t_{xx} и t_{AB} (а также, разумеется, и s_{Ax}) остаются постоянными; поэтому величина $\overline{|M|^2}$ в случае факторизации не должна меняться при таком вращении. Переходя от системы $\vec{p}_x = 0$ к Л-системе ($\vec{p}_A = 0$) можно установить, какие изменения энергий и углов вылета частиц в Л-системе отвечают вращению плоскости $(\vec{p}_x, \vec{p}_y)$ на угол φ в антилабораторной системе, и таким образом проверить, обладает ли величина $\overline{|M|^2}$ указанной инвариантностью.

Если механизм реакции $A(x, xy)B$ полюсной, но условия факторизации не выполняются, то $\overline{|M|^2}$ будет полиномом некоторой степени по $\cos \varphi$ /34/. Если же механизм реакции не полюсной, то зависимость $\overline{|M|^2}$ от $\cos \varphi$ может носить сложный характер. Подчеркнем, что при выполнении условий факторизации критерий Тримена-Янга является необходимым, но недостаточным признаком полюсного механизма. В работе /35/ показано, что при определенных условиях критерий Тримена-Янга может выполняться и в случае, когда матричный элемент реакции $A(x, xy)B$ является амплитудой не полюсной, а треугольной диаграммы. Однако эти условия на практике, по-видимому, осуществляются редко.

Экспериментальная проверка критерия Тримена-Янга является

весьма сложной задачей, так как для этого надо проводить опыт с полной кинематикой, позволяющий установить энергию и углы вылета всех частиц в конечном состоянии. Эта программа была выполнена в работе /35/, в которой исследовалась реакция $C^{12}(\pi^-, \pi^- p) B^{11}$ на пучке пионов с импульсом 1,04 Гэв/с. Оказалось, что в этой реакции критерий Тримена-Янга приближенно выполняется лишь для малых импульсов ядра отдачи B^{11} : $P_B < 130$ Мэв/с (в Л-системе). При больших P_B наблюдается явная зависимость $|M|^2$ от тримен-янговского угла ϑ . Отсюда следует вывод, что при $P_B > 130$ Мэв/с заведомо существенна примесь неполюсных механизмов.

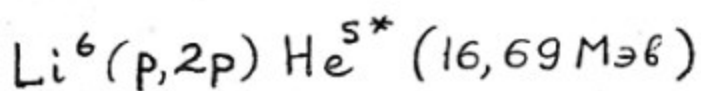
Из реакций квазиупругого выбивания наиболее часто экспериментально исследуется реакция $(p, 2p)$. При этом обычно экспериментаторы ограничиваются т.н. симметричным компланарным случаем, когда два конечных протона вылетают с равными энергиями и под одинаковыми углами θ и импульсу падающего протона, причем импульсы всех трех протонов лежат в одной плоскости (угол разлета конечных протонов равен 2θ). Такая кинематика исключает возможность применения критерия Тримена-Янга; можно лишь сравнивать теоретические распределения по θ (или, что то же самое, по энергии протонов E_p) с экспериментальными. Реакции $(p, 2p)$ рассматривались теоретически в рамках полюсного механизма в работах /36, 37/. Расчеты проводились для легких ядер (от He^4 до O^{16}) при энергиях налетающих протонов 155, 185 и 460 Мэв. Величина $|M_{xy \rightarrow x'y'}|^2$, входящая в формулу (53), выражалась через экспериментальное сечение реального pp -рассеяния, отвечающее данному значению E_p x' . Вершинная часть $M_{A \rightarrow B\gamma}$

x' Заметим, что при выбивании сложных ядер (например, для реакций (p, pd)) могут оказаться существенными особенности $M_{xy \rightarrow x'y'}$ по σ_y ; в этом случае вывод виртуальной частицы на массовую поверхность может привести к заметным погрешностям для $|M_{xy \rightarrow x'y'}|^2$ /38/.

описывалась бетлеровским фактором (42); входящий в него параметр τ_{β}^0 брался из данных по реакциям (n, d) и (d, n) . Приведенная ширина θ^2 подгонялась путем нормировки максимумов в теоретических кривых по экспериментальным данным. Полученные таким способом значения θ^2 по порядку величины совпадают с соответствующими θ^2 , найденными из реакций (n, d) и (d, n) . На рис.15, взятом из работы /36/, показано сравнение теоретических распределений по углу ϑ (в Л-системе), полученных в указанных выше предположениях, с экспериментальными данными для реакции $Li^6(p, 2p)He^5$ при энергии налетающих протонов 185 Мэв. Рис.15а отвечает выбиванию ζ - протонов (He^5 образуется в возбужденном состоянии с энергией возбуждения 16,69 Мэв); рис.15б отвечает выбиванию p - протонов (He^5 образуется в основном состоянии). Мы видим, что теория хорошо описывает форму экспериментального углового распределения. Заметим, однако, что не всегда согласие оказывается таким хорошим.

Помимо расчетов с чисто полюсным механизмом проводились такие расчеты /37/, в которых к амплитуде полюсной диаграммы для реакции $(p, 2p)$ прибавлялась константа, аппроксимирующая вклад неполюсных механизмов, имеющих более далекие от физической области особенности по t_{AB} . Добавление константы позволяет улучшить согласие теории с экспериментом; при этом однако подогнанные значения приведенных ширин θ^2 могут сильно измениться.

До сих пор мы ограничивались рассмотрением полюсного механизма тригарных реакций. Очевидные отклонения от этого механизма могут быть связаны с тем, что какая-либо из конечных частиц (X или Y) может перед вылетом виртуального про-



$d\sigma/d\Omega_1 d\Omega_2 dE_p \mu\text{б/стерад}^2 \cdot \text{МэВ}$

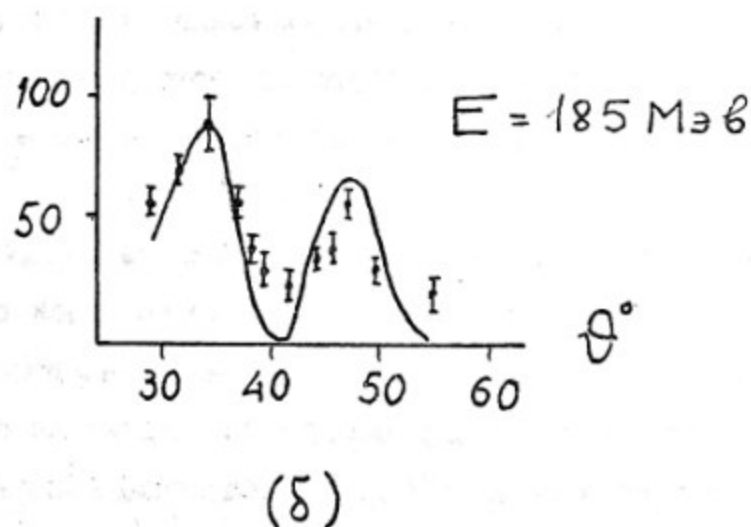
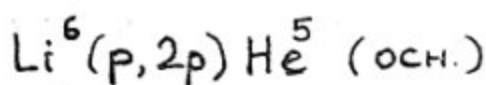
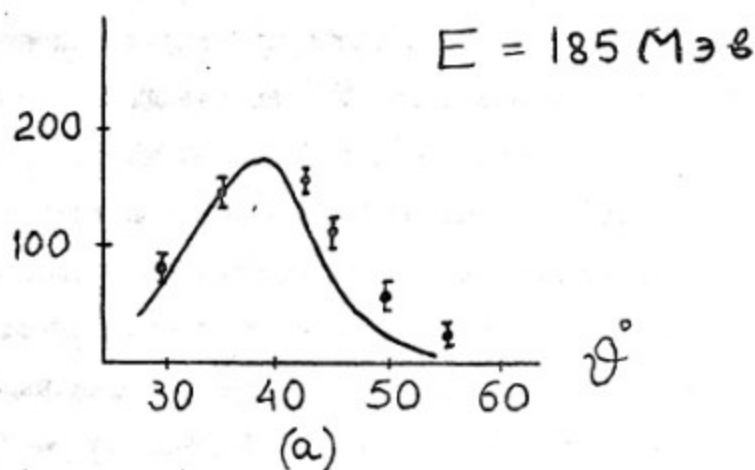


Рис.15. Сравнение теоретических угловых распределений протонов, рассчитанных в полюсном приближении, с экспериментом для реакции $\text{Li}^6(p, 2p) \text{He}^5$:
(а) - выбивание S - протонов, (б) - выбивание p - протонов.

взаимодействовать с остаточным ядром. Такому механизму взаимодействия с остаточным ядром. Такому механизму взаимодействия в конечном состоянии отвечает треугольная диаграмма рис.16.

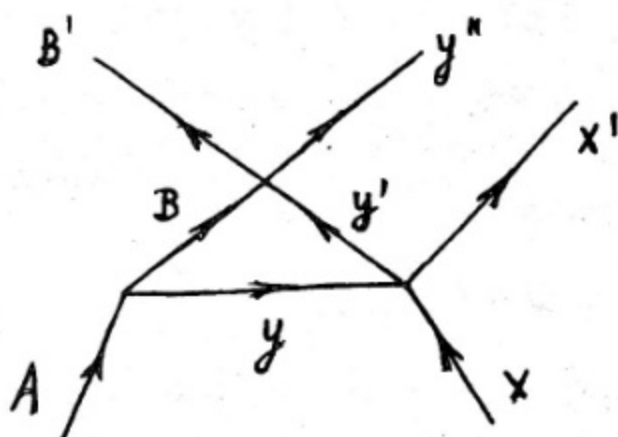


Рис.16. Треугольная диаграмма, отвечающая взаимодействию в конечном состоянии.

Чтобы учесть возможность неупругих процессов при взаимодействии y с B , мы не будем считать частицы B и y' на этой диаграмме тождественными частицами B' и y'' соответственно; примем однако по-прежнему, что процесс $xy \rightarrow x'y'$ есть упругое рассеяние. Амплитуда такой диаграммы даже в пренебрежении зависимостью вершинных функций от своих аргументов является функцией двух инвариантных переменных $s_{B'y'}$ и $t_{xx'}$. Следуя работам /39,40/ введем переменные

$$\xi = \frac{E_{B'y''} - Q}{E_A^{By}}, \quad \lambda = - \frac{m_B}{2m_A m_y} \cdot \frac{t_{xx'}}{E_A^{By}}$$

$$E_{B'y''} = s_{B'y'}/2(m_{B'} + m_{y''}); \quad Q = m_B + m_{y'} - m_{B'} - m_{y''} \quad (54)$$

В этих переменных амплитуда M_Δ диаграммы рис.16 для случая постоянных вершинных функций может быть записана в виде:

$$M_{\Delta} = \text{const} \cdot f_{\Delta}(\xi, \lambda)$$

$$f_{\Delta}(\xi, \lambda) = \frac{i}{\sqrt{-\lambda}} \ln \frac{1 + \sqrt{-\xi} + \sqrt{-\lambda}}{1 + \sqrt{-\xi} - \sqrt{-\lambda}} \quad (55)$$

Амплитуда M_{Δ} имеет следующие особенности по переменной ξ :

- 1) корневую особенность $\xi = 0$ (нормальный порог)
- 2) логарифмическую особенность

$$\xi = \xi_{\Delta} = \lambda - 1 + 2i\sqrt{\lambda} \quad (\lambda > 0) \quad (56)$$

Поведение $f_{\Delta}(\xi, \lambda)$ исследовалось в работах /39, 40/. Оказалось, что наличие особенности ξ_{Δ} может приводить к максимумам в кривой зависимости дифференциального сечения тринарной реакции от $E_{B'y''}$; эти максимумы могут имитировать резонансы Брейта-Вигнера в системе $B'y''$. Однако ввиду зависимости ξ_{Δ} от λ эти максимумы в отличие от истинных резонансов Брейта-Вигнера должны смещаться при изменении t_{x1} .

Что касается корневой особенности $\xi = 0$, то она может обуславливать характерные пики - "каспы" - в дифференциальных сечениях /41/.

Говоря о треугольных диаграммах для тринарных реакций, следует упомянуть еще реакцию $\pi^+ \pi^- n$ $\pi^+ \pi^- n$. В работе /42/, в рамках полюсного механизма была рассчитана кривая возбуждения для этой реакции (т.е. зависимость полного сечения от энергии падающих пионов E_{π}); при этом предполагалось, что рассеяние пиона на виртуальном нейтроне идет через образование нуклонной изобары Δ_{33} (масса 1236 Мэв, спин 3/2, изоспин 3/2) (см. рис.17).

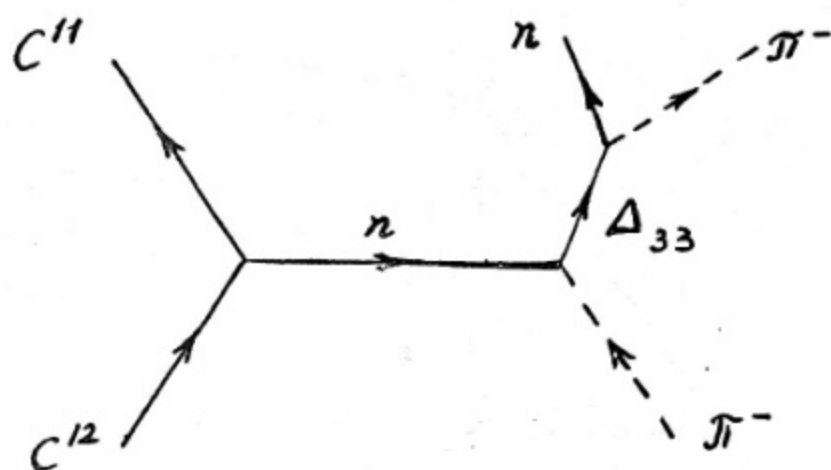


Рис.17. Полюсная диаграмма для реакции $C^{12}(\pi^-, \pi^-) n$, идущей через образование изобары Δ_{33} .

Для $E_\pi > 200$ Мэв было получено хорошее согласие с экспериментом, однако при меньших энергиях теоретическая кривая шла заметно ниже экспериментальной. В работе /43/ было сделано предположение, что в этой области значений E_π может быть существенен вклад треугольной диаграммы рис.18, описывающей упругое перерассеяние изобары на ядре C^{11} . Суммарный вклад полюсной (рис.17) и треугольной (рис.18) диаграмм для низкоэнергетической части кривой возбуждения реакции $C^{12}(\pi^-; \pi^-) n$ показан на рис.19 (сплошная кривая). Пунктирная кривая отвечает чисто полюсной диаграмме. Вершинные функции треугольной диаграмм считались константами, причем неизвестная величина амплитуды рассеяния изобары на ядре C^{11} рассматривалась как подгоночный параметр. Мы видим, что учет треугольной диаграммы рис.18 значительно улучшает согласие теории с экспериментом.

Более подробно применение диаграммных методов к тринарным реакциям изложено в обзорах /44,45/.

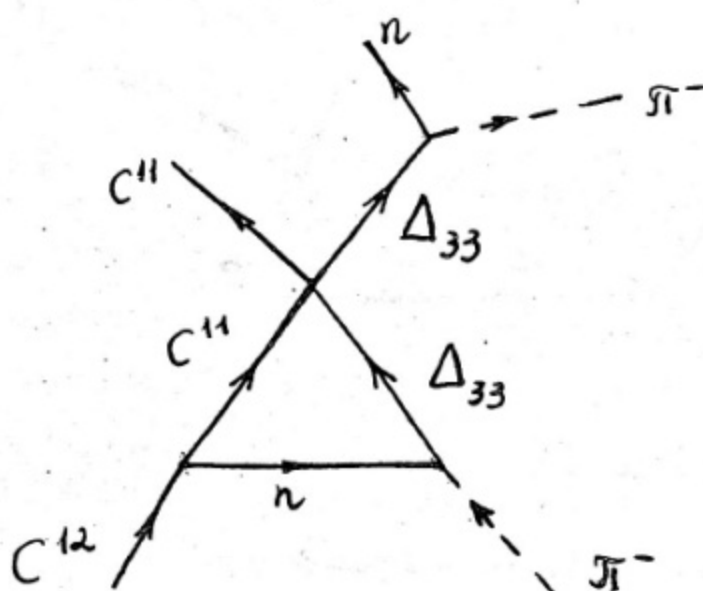


Рис.18. Диаграмма с перерассеянием изобары для реакции $C^{12}(\pi^-, \pi^- n) C^{11}$.

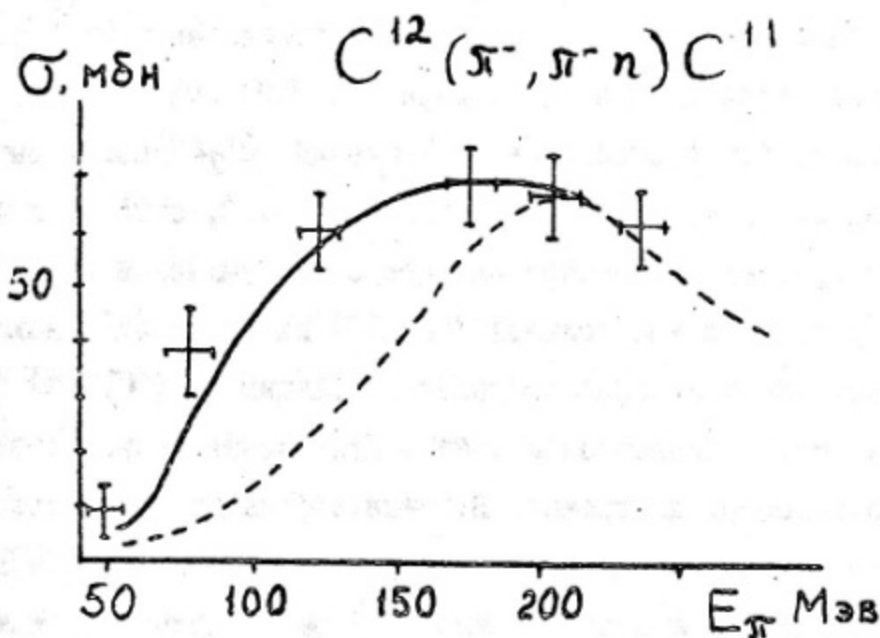


Рис.19. Кривая возбуждения для реакции $C^{12}(\pi^-, \pi^- n) C^{11}$. Сплошная кривая - суммарный вклад полюсной (рис.17) и треугольной (рис.18) диаграмм; пунктирная кривая - вклад только полюсной диаграммы рис.17.

ЛИТЕРАТУРА

1. И.С.Шапиро, ЖЭТФ, 41, 1616, 1961.
2. И.С.Шапиро, Теория прямых ядерных реакций. Госатомиздат, М., 1963.
3. Л.Д.Блохинцев, Э.И.Долинский, ЯФ, 5, 797, 1967.
4. Л.Д.Блохинцев, Э.И.Долинский, В.С.Попов, ЖЭТФ, 42, 1636, 1962; *Nucl. Phys.* 40, 117, 1963.
5. Л.Д.Блохинцев, Э.И.Долинский, В.С.Попов, ЖЭТФ, 43, 1914, 1962.
6. Л.Д.Блохинцев, Э.И.Долинский, В.С.Попов, ЖЭТФ, 43, 2290, 1962.
7. R.J. Eden, P.V. Landshoff, D.I. Olive, J.C. Polkinghorne
The Analytic S-matrix, Cambridge University Press, 1966.
8. Л.Д.Ландау, ЖЭТФ, 37, 62, 1959; *Nucl. Phys.*, 13, 181, 1959.
9. Л.Б.Окунь, А.П.Рудик, *Nucl. Phys.* 15, 261, 1960.
10. J.C. Taylor, *Phys. Rev.* 117, 261, 1960.
11. J.C. Polkinghorne, G.R. Screation, *Nuovo. Cim* 15, 289, 925, 1960.
12. Л.Д.Блохинцев, Э.Труглик, ЖЭТФ, 53, 2176, 1967.
13. В.Б.Берестецкий, УФН, 76, 25, 1962.
14. И.С.Шапиро, С.Ф.Тимашев, ЯФ, 1, 445, 1965.
15. М.М.Аль-Бейдови, Л.Д.Блохинцев, Э.И.Долинский, В.В.Туров-
цев, Вестник Моск. Ун-та, сер. физ.-естр., № 6, 3, 1967.
16. S.M. Bilenky, L.I. Lapidus, L.D. Pusikov,
R.M. Ryndin, *Nucl. Phys.* 7, 646, 1958.
17. R.D. Amado, *Phys. Rev. Lett.*, 2, 399, 1967.

18. Л.Д.Блохинцев, Э.И.Долинский, В.В.Туровцев, Вестник Моск. Ун-та, сер. физ.-астр., № I, 49, 1967.
19. С.Батлер, Ядерные реакции срыва, ИЛ, М., 1960.
20. И.Борбей, Э.И.Долинский, В.В.Туровцев, ЯФ, 8, 492, 1968.
21. Э.И.Долинский, В.В.Туровцев, ЯФ, 9, 515, 1969.
22. Э.И.Долинский, В.В.Туровцев, ЯФ, 9, 765, 1969.
23. И.Борбей, Э.И.Долинский, ЯФ, 10, 299, 1969.
24. Э.Долинский, Изв. АН СССР, сер. физ., 34, 167, 1970.
25. В.С.Попов, ЖЭТФ, 47, 2229, 1964.
26. E.M. Henley, D.H.L. Yu, Phys. Rev. 155, 81152, 1964.
27. A. Dar, Nucl. Phys. 82, 354, 1966.
28. K. J. Standing, Phys. Rev. 101, 152, 1956.
- R.L. Kosub, L.A. Kull, E. Kashy, Nucl. Phys. A99, 540, 1967.
- D. Bachelier et al. Nucl. Phys. 88, 307, 1966.
29. R. J. Johnson, F.D. Sartor, Phys. Rev. Lett. 19, 364, 1967.
30. H.E. Weyner, W.S. Hall, Phys. Rev. 119, 1654, 1960.
- J.R. Priest et al.
- Phys. Rev. 119, 1295, 1966.
31. И.С.Шапиро, С.Ф.Тимошев, ЯФ, 1, 445, 1965.
32. I. S. Shapiro et al.
- Nucl. Phys. 61, 353, 1965.
33. S. B. Treiman, C.N. Yang, Phys. Rev. Lett. 8, 140, 1962.
34. И.С.Шапиро, В.М.Колыбасов, Письма ЖЭТФ, 4, 329, 1966.
35. А.О.Аганьянц и др. Письма ЖЭТФ, 8, 366, 1968.
- VII, 79, 1969.
36. В.М.Колыбасов, Н.Я.Смородинская, ЯФ, 5, 777, 1967.
37. V.M. Kolybasov, N.Ya. Smorodinskaya, Nucl. Phys. A136, 165, 1969.
38. Л.Д.Блохинцев, Э.И.Долинский, ЯФ, 5, 115, 1967.

- 39. Э.И.Дубовой, И.С.Шапиро, ЖЭТФ, 51, 1251, 1966.
- 40. Э.И.Дубовой, И.С.Шапиро, ЖЭТФ, 53, 1395, 1967.
- 41. А.И.Базь, ЖЭТФ, 33, 923, 1957.
- 42. В.М.Колыбасов, ЯФ, 2, 144, 1965.
- 43. *O. D. Dalkarov, Phys. Lett.* B26, 610, 1968.
- 44. И.С.Шапиро, УФН, 92, 549, 1967.
- 45. И.С.Шапиро, В.М.Колыбасов, Препринт ИТЭФ, № 591, Москва, 1968.

Л-61344 Подписано к печати 25/III.71 г. Зак. 442, тир. 200

Типография МИФИ М.Пионерская, 12