УДК 514.112
ГРНТИ 27.01.45

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ПОСТРОЕНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Ананьина Е. В.

Озёрский технологический институт – филиал НИЯУ МИФИ,
г. Озёрск, Челябинская область

EVAnanyina@mephi.ru

В статье рассмотрена одна из идей решения геометрических задач, которая заключается в преобразовании чертежа путём выполнения дополнительных построений. На примере решения задач продемонстрированы два основных вида дополнительных построений – дополнение и разбиение фигур.

Ключевые слова: геометрия, планиметрия, дополнительное построение.

ADDITIONAL CONSTRUCTIONS WHEN SOLVING GEOMETRIC PROBLEMS

Ananyina E. V.

OTI NRNU MEPhI, Ozersk

EVAnanyina@mephi.ru

The article considers one of the ideas for solving geometric problems, which is to transform the drawing by performing additional constructions. On the example of solving problems, two main types of additional constructions are demonstrated - addition and splitting of figures.

Keywords: geometry, planimetry, additional construction.

Как показывает статистика, геометрия как предмет является одним из самых сложных в школе. Об этом же говорит низкий процент решённых задач по геометрии с развёрнутым ответом при прохождении обучающимися ГИА. Это означает, что геометрия становится все менее популярной у большинства обучающихся. Школьники отождествляют алгебру с математикой. Нередко, беседуя со вчерашними школьниками, можно услышать: «Не люблю геометрию», «Не буду даже читать сложные задачи по геометрии на экзамене» и т.д.

Школьный курс геометрии всегда был и остаётся одной из проблемных «точек» методики преподавания математики. Однако геометрия является одной из важных составляющих образовательного процесса. Целью обучения геометрии является развитие абстрактного мышления у детей. Одной из основных задач учителей, наставников на современном этапе – вернуть геометрию в школу, зажечь у ребят интерес к ней, показать всю многогранную красоту геометрии.

Большинство планиметрических задач невозможно решить с помощью определённого алгоритма. Для каждой задачи необходимо подобрать свой подход, но всё же при изучении геометрии учителю вместе с учениками следует сформировать определённый «банк идей», которыми можно пользоваться при решении различных задач. Рассмотрим одну из таких идей, которая полезна при решении задач планиметрии.

Решение планиметрической задачи всегда начинается с построения чертежа. Идея, которую мы рассмотрим, заключается в преобразовании этого чертежа путём выполнения дополнительных построений. Это означает, что чертеж к задаче, на котором трудно заметить связи между данными и искомыми величинами, дополняется новыми (вспомогательными) элементами, после чего эти связи становятся более ощутимыми или даже очевидными. Это позволяет свести задачу к ранее решенной или к более простой задаче, так как появляются другие фигуры, свойства которых известны учащимся, а также увеличивается число теорем, которые можно использовать при решении данной задачи.

Выполнить нужное дополнительное построение не всегда просто. В одних случаях построения очевидны, в других требуют большого опыта того, кто решает задачу. Приобретая опыт в решении задач под руководством учителя, обучающиеся начинают осознавать, что выбор дополнительного построения часто обусловлен условием задачи. Однако для различных геометрических фигур существуют стандартные дополнительные построения, и задача учителя – научить ребят выполнять их.

Приёмы дополнительных построений, которые используются при решении геометрических задач, можно разделить на два основных вида – это дополнение и разбиение фигур. Можно рассмотреть более подробную классификацию каждого вида дополнительных построений. Но в рамках данной статьи мы рассмотрим две задачи, которые демонстрируют эффективность применения дополнительных построений каждого из заявленных видов.

Дополнение.

Задача

В выпуклом шестиугольнике ABCDEF (Рисунок 1) все внутренние углы при вершинах равны. Известно, что AB=3, BC=4, CD=5 и EF=1. Найдите длины сторон DE и AF [1].

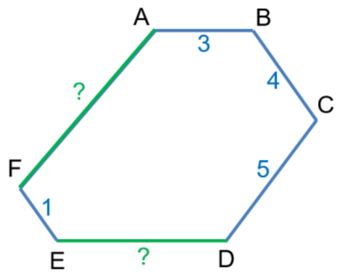

Рисунок 1

Решение.

Обозначим DE=x, AF=y.

Выполним **дополнительное построение**: продолжим стороны BC, DE и AF (Рисунок 2) до пересечения друг с другом в точках K, M и N.

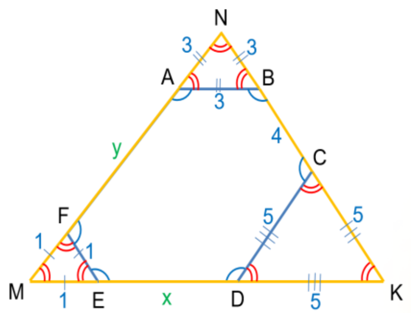

Рисунок 2

Так как все внутренние углы шестиугольника ABCDEF равны 120°, внешние его углы равны 60°.

Тогда ΔNBA, ΔCKD и ΔFEM, а с ними и ΔMNK, – равносторонние.

Поэтому, NK=KM=MN.

3+4+5=5+x+1=1+y+3.

$$\begin{cases} 4+y=12 \\ 6+x=12 \end{cases} \quad \begin{cases} x=6 \\ y=8 \end{cases}.$$

Тогда DE=6, AF=8.

Разбиение фигур.

Задача.

В трапеции ABCD с основаниями AD и BC известно (Рисунок 3), что BC=10, AB=5, CD=11. Точки E и F – середины оснований AD и BC соответственно. Найти AD, если известно, что EF=8 и AD>BC.

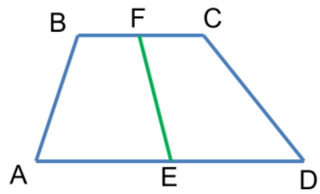

Рисунок 3

Решение.

F – середина BC, BC=10. Следовательно, BF=FC=5.

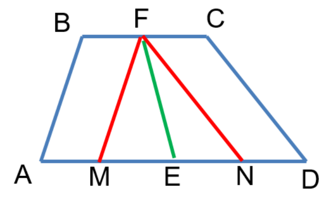

Рисунок 4

Выполним **дополнительное построение**: на основании AD отметили точки M и N так, что AM=5 и ND=5 (Рисунок 4).

Рассмотрим четырёхугольник ABFM: BF||AM, BF=AN=5.

Значит, ABFM – параллелограмм. Следовательно, AB=FM=5.

Рассмотрим четырёхугольник NFCD: ND||FC, ND=FC=5.

Значит, NFCD – параллелограмм. Следовательно, CD=FN=11.

Рассмотрим ΔMFN: FM=5, FN=11.

E – середина MN, т.к. ME=AE-AM=AE-5, NE=DE-ND=DE-5, AE=DE(E - середина AD).

Тогда FE - медиана ΔMFN и FE=8

Воспользуемся формулой для вычисления длины медианы:

$FE = \frac{1}{2}\sqrt{2(MF^2 + FN^2) - MN^2}$,

$8 = \frac{1}{2}\sqrt{2(25 + 121) - MN^2}$.

Отсюда $MN = 6$.

Тогда AD=AM+MN+ND=5+6+5=16.

Библиографический список

1. Вступительные экзамены в ВУЗы. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова. Химический факультет. // Математика в школе. Научно-теоретический и методический журнал. – 2002. – №2. – С.28.

УДК 514.112
ГРНТИ 27.21

ТЕОРЕМА НАПОЛЕОНА

Береговая И. С.

Научный руководитель: Ананьина Е. В.

МБОУ Лицей №39,
г. Озёрск, Челябинская область

ivanna.ozr@gmail.com

В статье рассмотрена история возникновения теоремы Наполеона, доказательство теоремы Наполеона для треугольника, а также обобщение теоремы Наполеона для различных многоугольников.

Ключевые слова: треугольник, многоугольник, теорема Наполеона.