

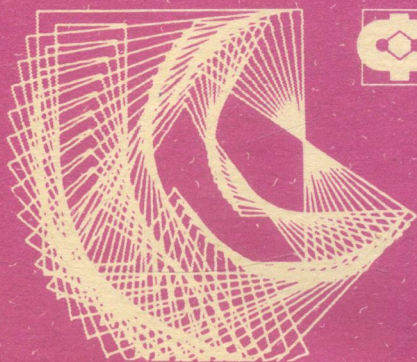
НБ МИФИ

621.039

П64

ИИ Ордена Трудового Красного Знамени
Физический институт

Ю. Е. Похвалов В. И. Деев А. С. Корсун



ФАКУЛЬТЕТ
ТЕХНИЧЕСКОЙ
ФИЗИКИ

РАСХОДНЫЕ И ИСТИННЫЕ
ТЕПЛОГИДРАВЛИЧЕСКИЕ
ХАРАКТЕРИСТИКИ
ПАРОВО-, ГАЗОЖИДКОСТНЫХ ПОТОКОВ
В КАНАЛАХ

Москва 1990

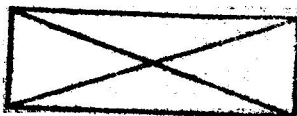
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР
ПО НАРОДНОМУ ОБРАЗОВАНИЮ

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Ю.Е. Похвалов В.И. Деев А.С. Корсун

РАСХОДНЫЕ И ИСТИННЫЕ
ТЕПЛОГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
ПАРО-, ГАЗОЖИДКОСТНЫХ ПОТОКОВ
В КАНАЛАХ

*Утверждено
редсоветом института
в качестве учебного пособия*



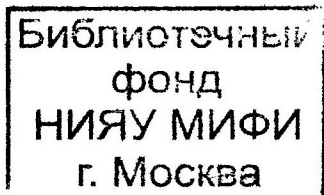
Москва 1990

Похвалов Ю.Е., Деев В.И., Корсун А.С. Расходные и истинные теплогидравлические характеристики паро-, газожидкостных потоков в каналах: Учебное пособие. М.: МИФИ, 1990. — 20 с.

Составлено в соответствии с программами курсов "Гидродинамика ЯЭУ", "Теория тепломассопереноса", "Теория теплообмена", "Гидродинамика и теплообмен".

Рассмотрены теплогидравлические характеристики парожидкостных потоков, используемые при одномерных описаниях с учетом неравномерных распределений локальных характеристик по сечению канала, эффекты термической неравновесности в потоке.

Для студентов, специализирующихся в области физики и теплофизики ЯЭУ.



© Московский
инженерно-физический
институт, 1990 г.

1. ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКОВ

Наиболее широко двухфазные потоки используются в современном энергетическом, химическом и газонефтяном оборудовании. Это объясняется и технологией процессов, и высокой теплоаккумулирующей способностью вещества при переходе в парообразное состояние.

С другой стороны, для новой техники чрезвычайно важными оказались возможности двухфазных потоков эффективно охлаждать теплонапряженные конструкции и обеспечивать высокую интенсификацию массообменных процессов за счет развитой межфазной поверхности.

Технико-экономические показатели, эффективность и безопасность функционирования такого оборудования существенно зависят от совершенствования расчетных методов на базе использования истинных теплогидравлических характеристик паро-, газожидкостных потоков. Основной трудностью изучения двухфазных потоков является чрезвычайная сложность физических взаимодействий фаз, происходящих, как правило, в условиях турбулентного течения. Такие потоки характеризуются разнообразием форм распределения фаз по потоку, существенной механической и тепловой неравновесностью.

1.1. Особенности двухфазных потоков

Наличие двух фаз в потоке (газовой и жидкой) и различные формы распределения фаз по сечению канала (структуры), обуславливают многочисленные режимы движения двухфазных потоков, которые могут существенно зависеть от ориентации оси канала в поле сил тяжести. Возможно движение газожидкостной смеси в виде: пузырьков в жидкости (пузырьковый режим); капель в газе (дисперсно-капельный режим); длинных "снарядов" газа, занимающих все сечение канала и разделенных пузырьковыми жидкостными пробками (снарядный режим); расслоенных режимов (в горизонтальных каналах); комбинаций движений жидкости: капельного в ядре газового потока и пленочного по стенке канала (дисперсно-кольцевой режим) и др. Под режимом движения понимается совокупность распределения фаз по сечению канала (структуры) и характера их течения.

Движение двухфазных потоков отличается от однофазных тепло-гидравлическим взаимодействием фаз друг с другом и со стенкой канала, влиянием на гидродинамику фазового превращения. Эти процессы обуславливают механическую и тепловую неравновесности в потоке. Последняя может наблюдаться даже в потоке в адиабатном канале (без теплообмена).

В отличие от однофазных потоков объектом исследования, кроме полей скоростей и гидравлического сопротивления, является еще истинное газосодержание в потоке, от которого зависят как гидравлическое сопротивление канала, так и интенсификация тепло-, массообменных процессов. Газосодержание в потоке является также одной из важнейших характеристик, определяющих режим течения двухфазной смеси.

1.2. Использование феноменологического метода

Этот метод также широко используется для изучения двухфазных потоков как и однофазных. Предполагается, что газ и жидкость — сплошные среды и возможность применения к ним дифференциального математического аппарата, если число Кнудсена (отношение свободного пробега молекул к минимальному размеру дисперсной фазы) $K_H \leq 0,01 \div 0,1$.

Наиболее простой моделью двухфазного потока является представление двухфазной смеси в виде некоей гомогенной среды. При этом обычно пользуются одномерным описанием двухфазного потока и средними по сечению канала характеристиками потока (см. разд. 2). Однако такая модель не учитывает влияние структуры потока в написании дифференциальных уравнений сохранения массы, количества движения и энергии.

Более перспективно составление дифференциальных уравнений сохранения отдельно для каждой из фаз. Однако при этом возникают трудности с записью условий сшивки двух систем уравнений. Это обусловлено неопределенностью межфазных поверхностей (поверхностей сшивки), зависящих от режима течения, а также недостаточной изученностью физики межфазных взаимодействий. Если уравнения записаны раздельно для фаз, то возможно учесть неравномерность распределения фаз по сечению канала. При этом обычно используются "локальные" характеристики фаз (см. разд. 3) и средние по сечению канала (см. разд. 2).

Двухфазные потоки имеют статистическую природу, поэтому даже в стационарных процессах характеристики газожидкостных потоков могут считаться постоянными лишь в среднем по времени \bar{t} или в среднем по результатам ансамбля из N проб (измерений)

$$\bar{\alpha} = \begin{cases} \frac{1}{T} \int_T \alpha d\tau \\ \text{или} \\ \frac{1}{N} \sum_N \alpha_i \end{cases} . \quad (1)$$

Интервал времени осреднения T должен быть существенно больше временного масштаба флуктуаций характеристики α двухфазного потока. Он также должен быть достаточно малым по сравнению со временем, в течение которого могут произойти заметные изменения этой осредненной характеристики в нестационарном процессе.

В дальнейшем изложении все характеристики двухфазного потока будут предполагаться подвергнутыми осреднению в соответствии с (1). Следует заметить, что по [1] операторы осреднения по времени и пространству (сечению канала) обладают свойством коммутативности.

2. ИСТИННЫЕ И РАСХОДНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО ТЕРМИЧЕСКИ РАВНОВЕСНОГО ПАРОЖИДКОСТНОГО ПОТОКА

2.1. Расходные характеристики

Описание двухфазного потока, оперирующее средними по сечению канала характеристиками, называют одномерным.

Ниже предполагается, что температуры пара и жидкости равны температуре насыщения t_H (термическое равновесие), движение фаз (с плотностями ρ_1 и ρ_2 , энтальпиями i_{1H} , i_{2H}) установившееся, фазовый переход не происходит, жидкая и паровая фазы несжимаемы.

Представим стационарный ток через канал с площадью сечения $F = \text{const}$ с массовым расходом M (кг/с) (жидкости M_1 и пара M_2) или массовой скоростью $W_D = M/F$ (кг/м²с). Индексы 1 и 2 в дальнейшем используются для жидкости и пара соответственно. Обозначения без индекса относятся к характеристикам двухфазной смеси в целом.

Соответствующие массовым расходам объемные расходы V (м³/с) ($V_1 = \frac{M_1}{\rho_1}$; $V_2 = \frac{M_2}{\rho_2}$) определяют линейную скорость смеси и приведенные скорости жидкости и пара:

$$u_{CM} \equiv \frac{V}{F} ; \quad (2)$$

$$u_{01} \equiv \frac{V_1}{F} \quad ; \quad (3)$$

$$u_{02} \equiv \frac{V_2}{F} \quad . \quad (4)$$

Приведенной скоростью (с индексом 0) называется средняя скорость, которую имела бы данная фаза, если бы заполняла при движении все сечение канала. Скорость смеси имеет реальный смысл в том случае, если двухфазную смесь представлять гомогенной гипотетической средой, в которой пар и жидкость движутся с одинаковыми средними скоростями. Очевидно:

$$u_{CM} = u_{01} + u_{02} \quad . \quad (5)$$

В технических расчетах широко используется понятие скорости циркуляции u_0 , которую можно представить как скорость жидкости при отсутствии в потоке пара

$$u_0 = \frac{M}{F \cdot \rho_1} = \frac{W_0}{\rho_1} \quad . \quad (6)$$

Из уравнения массового баланса

$$M = M_1 + M_2 \quad (7)$$

и уравнений (5), (6) можно установить связь скорости смеси и скорости циркуляции:

$$u_{CM} = u_0 \left[1 + \frac{u_{02}}{u_0} \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1} \right] \quad . \quad (8)$$

Характеристики, полученные с использованием массового баланса, принято называть **р а с х о д н ы м и**. Таким образом определяются расходные объемное и массовое паросодержания:

$$\beta \equiv \frac{V_2}{V_1 + V_2} = \frac{u_{02}}{u_{01} + u_{02}} = \frac{u_{02}}{u_{CM}} \quad ; \quad (9)$$

$$X_p \equiv \frac{M_2}{M_1 + M_2} \quad . \quad (10)$$

Учитывая уравнения (9) и (10), а также $M_i = V_i \cdot \rho_i$, можно получить связь объемного и массового расходных паросодержаний

$$X_p = \frac{1}{1 + \frac{1-\beta}{\beta} \frac{\rho_1}{\rho_2}} \quad \text{или} \quad \beta = \frac{1}{1 + \frac{1-X_p}{X_p} \frac{\rho_2}{\rho_1}} \quad (11)$$

Если представить, что двухфазная смесь является некоей гипотетической однородной жидкостью с расходными плотностью ρ_{CM} , удельной энтальпией i_{CM} (Дж/кг) при массовом M и объемном V расходах, то:

$$\rho_{CM} = \frac{M}{V} = \frac{\rho_2 V_2 + \rho_1 V_1}{V} = \rho_2 \beta + \rho_1 (1-\beta) \quad (12)$$

или, учитывая (11),

$$\rho_{CM} = \frac{1}{\left[1 + X_p \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1\right)\right]} ; \quad (13)$$

$$i_{CM} = \frac{M_2 i_2 + M_1 i_1}{M} \quad \text{или} \quad i_{CM} = X_p i_{2H} + (1-X_p) i_{1H} \quad (14)$$

Расходная скорость смеси согласно определению (5)

$$\begin{aligned} u_{CM} = u_{01} + u_{02} &= \frac{W_p (1-X_p)}{\rho_1} + \frac{W_p X_p}{\rho_2} = \frac{W_p}{\rho_1} \left[1 + X_p \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1\right)\right] = \\ &= u_0 \left[1 + X_p \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1\right)\right] \end{aligned} \quad (15)$$

Заметим, что, исходя из $u_{CM} = \frac{M}{F \cdot \rho_{CM}}$ и используя (13) или (12), можно для u_{CM} получить выражение аналогичное (15) или выражение

$$u_{CM} = \frac{u_0}{1 - \beta \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)} \quad (16)$$

2.2. Истинные характеристики

В реальных парожидкостных потоках средние скорости пара и жидкости, вообще говоря, различны, так как различны их физические параметры и прежде всего плотности. Эта разница исчезает лишь вблизи термо-

динамического кризиса вещества. Так, например, в подъемных и опускаемых вертикальных потоках пар соответственно обгоняет жидкость или отстает от нее. В результате доли сечения канала, реально занятые фазами при движении, не соответствуют расходным характеристикам (β и $1-\beta$). Последние не дают поэтому полного представления о потоке, и приходится использовать истинные характеристики, основанные на понятии истинного объемного паросодержания:

$$\langle \psi \rangle = \frac{\Omega_2}{\Omega_1 + \Omega_2}, \quad (17)$$

где Ω_1 и Ω_2 (м^3) – объемы, занятые фазами в контрольном объеме $\Omega = \Omega_1 + \Omega_2$; $\langle \rangle$ – знак осреднения по пространству.

Для двухфазных потоков в каналах обычно используют следующее определение истинного объемного паросодержания

$$\langle \psi \rangle \equiv \frac{F_2}{F_1 + F_2}, \quad (18)$$

где F_1 и F_2 (м^2) – площади сечения канала, занятые при движении жидкостью и паром ($F = F_1 + F_2$). И несмотря на то, что в этом случае употребление слова "объемное" несколько условно, связь между определениями (17) и (18) можно проследить на примере канала с контрольным объемом длиной l (по оси), на которой истинное паросодержание по определению (17) неизменно ($\Omega_i = l F_i$).

В отличие от расходного β истинное паросодержание $\langle \psi \rangle$ не может быть легко установлено по заданным условиям однозначности процесса, хотя именно оно является предпочтительным для теплогидравлических расчетов. В соответствии с наличием двух определений объемного паросодержания (9) и (18) наблюдается дуализм определения некоторых других характеристик двухфазных потоков. Например, истинная плотность и скорость смеси выражаются аналогично (12) и (16) соотношениями:

$$\rho_{см}^{ист} = \langle \psi \rangle \rho_2 + (1 - \langle \psi \rangle) \rho_1; \quad (19)$$

$$u_{см}^{ист} = \frac{u_0}{1 - \langle \psi \rangle \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)}. \quad (20)$$

Истинные скорости фаз оказываются разными и отличными от u_{CM} и $u_{CM}^{ист}$:

$$u_2 \equiv \frac{M_2}{\rho_2 F_2} = \frac{V_2}{F_2} = \frac{u_{02}}{\langle \varphi \rangle} ; \quad (21)$$

$$u_1 \equiv \frac{M_1}{\rho_1 F_1} = \frac{V_1}{F_1} = \frac{u_{01}}{1 - \langle \varphi \rangle} . \quad (22)$$

С учетом (21) и (22) и данных выше соотношений можно также получить несколько других выражений для истинных скоростей фаз:

$$u_2 = \frac{W_p X_p}{\rho_2 \langle \varphi \rangle} = \frac{u_{CM} \beta}{\langle \varphi \rangle} = \frac{u_0 \rho_1 X_p}{\rho_2 \langle \varphi \rangle} ; \quad (23)$$

$$u_1 = \frac{W_p (1 - X_p)}{\rho_1 (1 - \langle \varphi \rangle)} = \frac{u_{CM} (1 - \beta)}{1 - \langle \varphi \rangle} = \frac{u_0 (1 - X_p)}{1 - \langle \varphi \rangle} . \quad (24)$$

Разность между истинными скоростями пара и жидкости называется относительной скоростью или скоростью скольжения (дрейфа)

$$u_{отн} \equiv u_2 - u_1 . \quad (25)$$

Отношение истинной скорости пара к истинной скорости жидкости называется коэффициентом скольжения

$$S \equiv \frac{u_2}{u_1} . \quad (26)$$

Связь между $\langle \varphi \rangle$ и β может быть установлена из (18)

$$\langle \varphi \rangle = \frac{F_2}{F_1 + F_2} = \frac{\frac{V_2}{u_2}}{\frac{V_1}{u_1} + \frac{V_2}{u_2}} = \frac{1}{\frac{V_1}{u_1} \frac{u_2}{V_2} + 1} ,$$

но $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1 - \beta}{\beta}$ из (9), откуда

$$\langle \varphi \rangle = \frac{1}{1 + \frac{1 - \beta}{\beta} \frac{u_2}{u_1}} = \frac{1}{1 + \frac{1 - \beta}{\beta} S} \quad (27)$$

или

$$\beta = \frac{1}{1 + \frac{1 - \langle \psi \rangle}{\langle \psi \rangle} \frac{u_1}{u_2}} = \frac{1}{1 + \frac{1 - \langle \psi \rangle}{\langle \psi \rangle} \frac{1}{S}} \quad (28)$$

В восходящих потоках: $u_2 > u_1 (S > 1)$ и $\langle \psi \rangle < \beta$; в нисходящих потоках: $u_2 < u_1 (S < 1)$ и $\langle \psi \rangle > \beta$. Если $u_1 = u_2$, то $S = 1$, $\langle \psi \rangle = \beta$, $\rho_{CM} = \rho_{CM}^{ист}$.
С помощью (11) и (27) можно получить полезную связь истинного объемного и расходного массового паросодержаний:

$$\langle \psi \rangle = \frac{1}{1 + \frac{1 - X_p}{X_p} \frac{\rho_2}{\rho_1} S} \quad \text{или} \quad X_p = \frac{1}{1 + \frac{1 - \langle \psi \rangle}{\langle \psi \rangle} \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{1}{S}} \quad (29)$$

3. ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕРМИЧЕСКИ НЕРАВНОВЕСНЫХ ПАРОЖИДКОСТНЫХ ПОТОКОВ

В описаниях парожидкостного потока используется еще понятие относительной энтальпии, определяемое отношением разности энтальпии смеси i_{CM} и жидкости i_1 к скрытой теплоте парообразования r и называемое балансным паросодержанием

$$X_B \equiv \frac{i_{CM} - i_1}{r} \quad (30)$$

Здесь

$$i_{CM} = i_1 (1 - X_p) + i_2 X_p \quad , \quad (31)$$

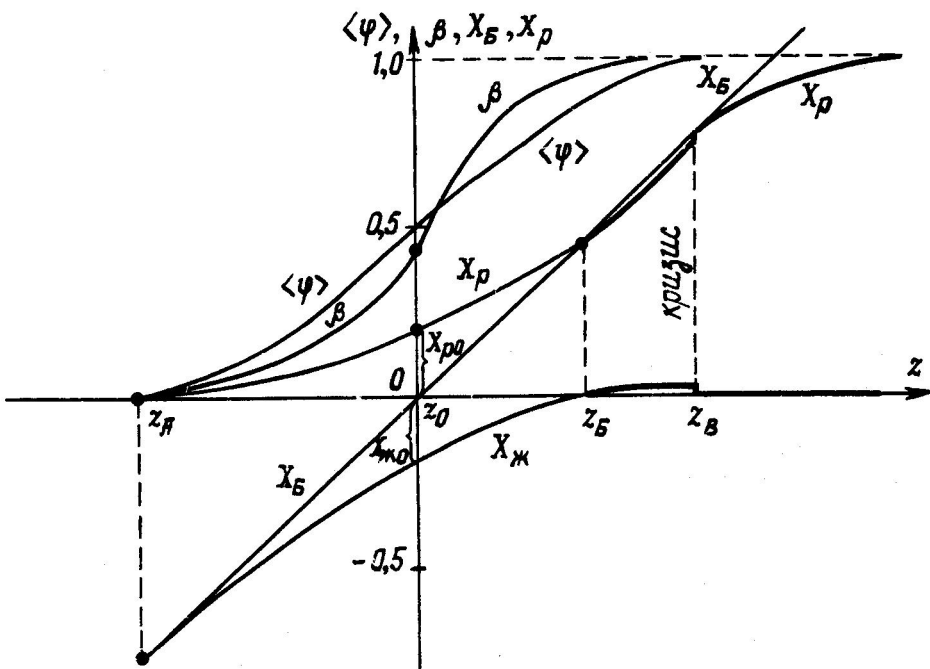
причем i_1 и i_2 могут существенно отличаться от своих величин на линии насыщения.

В двухфазном потоке, также как и в однофазном, давление поперек канала меняется намного меньше, чем вдоль оси. Поэтому, если поток термически равновесный ($t_1 = t_2 = t_H$), то $i_1 = i_{1H}$, $i_2 = i_{2H}$, $i_{2H} - i_{1H} = r$ и по (14) $i_{CM} = i_{1H} (1 - X_p) + i_{2H} X_p$, тогда

$$X_B = \frac{i_{1H} (1 - X_p) + i_{2H} X_p - i_{1H}}{r} = X_p \quad .$$

Таким образом, в условиях термического равновесия фаз расходное массовое и балансное паросодержания совпадают ($X_p = X_B \equiv X$).

При анализе теплогидравлики обогреваемых каналов X_B определяется по длине канала обычно из теплового баланса и используется как режимная характеристика для описания теплообмена, кризиса теплообмена, гидравлического сопротивления, режима течения и т.п. Однако при высоких тепловых нагрузках термодинамическое равновесие нарушается. Так, сильно недогретая (в среднем по сечению канала) до кипения жидкость ($\bar{t}_ж < \bar{t}_н$, $i_1 < i_{1H}$) может кипеть на стенке канала. Образующийся пар находится в соприкосновении с холодной жидкостью, так как конденсируется не мгновенно. Таким образом, термическая неравновесность в потоке оказывается значительной. На рисунке качественно показана



зано изменение вдоль оси канала z истинного объемного $\langle \psi \rangle$, балансного X_B и расходного X_p массовых паросодержаний при кипении поднимающейся недогретой жидкости в вертикальном канале с постоянной тепловой нагрузкой, массовым расходом W_D , заданным давлением P и с постоянным сечением F . Уравнение теплового баланса для неравновесного потока имеет вид

$$X_B r W_D = -\bar{c}_p (\bar{t}_H - \bar{t}_K) W_D (1 - X_D) + X_D r W_D \quad (32)$$

или

$$X_B = -\frac{\bar{c}_p (\bar{t}_H - \bar{t}_K)}{r} (1 - X_D) + X_D \quad (33)$$

Здесь \bar{c}_p — средняя в интервале температур от \bar{t}_K до \bar{t}_H теплоемкость жидкости; $(\bar{t}_H - \bar{t}_K)$ — недогрев жидкости до насыщения.

Если обозначить $X_K = -\frac{c_p (\bar{t}_H - \bar{t}_K)}{r}$ относительную энтальпию жидкости, то получим связь расходного и балансного паросодержаний:

$$X_D = \frac{X_B - X_K}{1 - X_K} \quad (34)$$

Расходное объемное паросодержание может быть найдено из (34) и (11). В сечении z , где $X_B = 0$, по (34)

$$X_{D.0} = -\frac{X_{K.0}}{1 - X_{K.0}} \quad (35)$$

Чем значительнее $X_{D.0}$ и $X_{K.0}$ отличаются от нуля, тем больше термическая неравновесность в потоке. Практически неравновесность существует от сечения z_A , где возможно первое появление пузырей пара (точка начала генерации пара) до z_B , где $X_B = X_D$ и $X_K = 0$. В области $z_B - z_B$ парожидкостный поток практически равновесен (хотя за счет перегрева тонкой пленки жидкости на стенке канала X_D незначительно меньше X_B , а X_K чуть больше нуля). Термическая неравновесность наблюдается в обогреваемом канале и в зоне $z > z_B$ за кризисом теплообмена при кипении. Слой перегретого относительно температуры насыщения пара находится вблизи стенки канала в то время как капли жидкости в дисперсном потоке имеют температуру насыщения. В этом случае в потоке $i_2 > i_{2H}$, $X_D < X_B$ и капли жидкости могут сохраняться в паре даже при $X_B > 1$.

Причинами тепловой неравновесности являются ограниченная интенсивность переноса тепла и конечная скорость фазовых превращений, что становится весьма заметным либо при обогреве каналов высокой тепловой нагрузкой, либо в быстропротекающих нестационарных

процессах (аварийные ситуации, критическое истечение и т.п.).

Таким образом, в парожидкостном потоке может наблюдаться одновременно и механическая ($u_2 \neq u_1$, $S \neq 1$), и тепловая ($t_1 \neq t_H$, $t_2 \neq t_H$) неравновесности, при этом весьма сложно определить не только истинное паросодержание $\langle \varphi \rangle$, но и расходные паросодержания X_p и β .

4. ТЕПЛОГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОПИСАНИЯ ТЕРМИЧЕСКИ РАВНОВЕСНОГО ПАРОЖИДКОСТНОГО ПОТОКА С УЧЕТОМ НЕРАВНОМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФАЗ И СКОРОСТЕЙ ФАЗ ПО СЕЧЕНИЮ КАНАЛА

Использование одномерных представлений двухфазного потока позволяет существенно упростить математический аппарат описания двухфазного потока, однако при этом теряется часть информации о нем и соответственно не удастся объяснить ряд свойств, характерных для двухфазной смеси. В частности, одному и тому же истинному газосодержанию $\langle \varphi \rangle$ может соответствовать множество распределений концентрации газа по сечению канала, т.е. разные структуры или режимы потока. Описание двухфазного потока с учетом реального распределения его характеристик по сечению канала (двумерное и более) обладает безусловно более высоким уровнем информативности и позволяет вскрыть ряд важных физических закономерностей в потоке, однако при этом резко возрастает сложность математического аппарата.

4.1. Локальное (вероятностное) газосодержание

В газожидкостном потоке в определенное мгновение и в каждой точке пространства может присутствовать либо газовая, либо жидкостная фаза, то есть мгновенное локальное газосодержание $\varphi(F, \tau) \equiv \varphi$ может быть равно 1 или 0 [2]. Появление той или иной фазы в точке является случайным, стохастическим процессом.

Среднее по времени локальное газосодержание $\bar{\varphi}(F)$ можно рассматривать как вероятность (математическое ожидание) нахождения в точке газовой фазы в стационарном стохастическом процессе

$$\bar{\varphi}(F) \equiv \frac{1}{T} \int_T \varphi(F, \tau) d\tau \quad (36)$$

или при статистическом осреднении дискретно-зафиксированных в разные мгновения в точке значений $\varphi_i(F)$ с объемом "выборки" N

$$\bar{\varphi}(F) \equiv \frac{1}{N} \sum_N \varphi_i(F). \quad (37)$$

Употребление F в качестве аргумента функции (36), (37) или в dF условно подразумевает совокупность координат, характеризующих точку в поперечном сечении канала ($F = \int dF$). По типу осреднений (36) и (37):

$$F_1 = \frac{1}{T} \int_T F_1(\tau) d\tau ;$$

$$F_2 = \frac{1}{T} \int_T F_2(\tau) d\tau ; \quad (38)$$

$$F_1 = \frac{1}{N} \sum_N F_{1i} ;$$

$$F_2 = \frac{1}{N} \sum_N F_{2i} . \quad (39)$$

Определения (36), (37) локального газосодержания означают осреднение по статистической временной и пространственной структуре двухфазного потока и не исключают использования этого понятия для нестационарных процессов, то есть в виде функции, зависящей от времени

$$\bar{\psi}(F, \tau) = \frac{1}{T} \int_{\tau - \frac{T}{2}}^{\tau + \frac{T}{2}} \psi(F, \tau) d\tau .$$

Это возможно в том случае, если за интервал времени T , достаточный для осреднения по временным колебаниям в дискретной структуре газожидкостного потока (или за время получения достаточной по объему выборки N), осредненные параметры нестационарного процесса изменяются несущественно.

В противном случае локальное газосодержание утрачивает смысл для описания быстротекущих нестационарных процессов.

Среднее по сечению канала мгновенное газосодержание определяется с помощью оператора

$$\langle \dots \rangle = \frac{1}{F} \int_F \dots dF ; \quad (40)$$

$$\langle \psi \rangle \equiv \frac{1}{F} \int \psi(F, \tau) dF \quad \text{или} \quad \langle \psi \rangle = \frac{F_2(\tau)}{F} . \quad (41)$$

Среднее по сечению канала и по времени газосодержание определяется:

$$\langle \bar{\psi} \rangle \equiv \frac{1}{F} \int \left[\frac{1}{T} \int \psi(F, \tau) d\tau \right] dF \quad (42)$$

или

$$\langle \bar{\psi} \rangle \equiv \frac{1}{F} \int \left[\frac{1}{N} \sum_N \psi_i(F) \right] dF . \quad (43)$$

Заметим, что результат вычисления осредненных величин не зависит от очередности интегрирования по времени и пространству (сечению) в силу закона о коммутативности операторов осреднения:

$$\frac{1}{F} \int \left(\frac{1}{T} \int \psi(F, \tau) d\tau \right) dF = \frac{1}{T} \int \left[\frac{1}{F} \int \psi(F, \tau) dF \right] d\tau = \frac{1}{T} \int \langle \psi \rangle d\tau; \quad (44)$$

$$\frac{1}{F} \int \left[\frac{1}{N} \sum_N \psi_i(F) \right] dF = \frac{1}{N} \sum_N \left[\frac{1}{F} \int \psi(F, \tau) dF \right] = \frac{1}{N} \sum_N \langle \psi_i \rangle . \quad (45)$$

Однако среднее по сечению канала мгновенное газосодержание $\langle \psi \rangle$ в силу статистичности процесса не совпадает с выражениями (42) и (43) даже в стационарных двухфазных потоках.

4.2. Локальные характеристики полей скоростей и объемных потоков

Обозначим через \vec{v}_1 и \vec{v}_2 осредненные за время существования фазы в точке локальные истинные скорости фаз. Тогда соответствующие локальные плотности объемных потоков фаз и смеси определяются следующими соотношениями [3]:

$$\vec{j}_2 \equiv \bar{\psi} \vec{v}_2 ; \quad (46)$$

$$\vec{j}_1 \equiv (1 - \bar{\varphi}) \vec{v}_1 ; \quad (47)$$

$$\vec{j} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2 = (1 - \bar{\varphi}) \vec{v}_1 + \bar{\varphi} \vec{v}_2 . \quad (48)$$

Локальные относительные скорости фаз \vec{v}_{21} и \vec{v}_{12} , дрейфовые скорости фаз \vec{v}_{ij} ; выразятся через плотность объемного потока смеси \vec{j} :

$$\vec{v}_{21} \equiv \vec{v}_2 - \vec{v}_1 ; \quad (49)$$

$$\vec{v}_{12} \equiv \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = -\vec{v}_{21} ;$$

$$\vec{v}_{2j} \equiv \vec{v}_2 - \vec{j} ; \quad (50)$$

$$\vec{v}_{1j} \equiv \vec{v}_1 - \vec{j} . \quad (51)$$

Из уравнений (46) – (51) следует:

$$\vec{v}_{2j} = \vec{v}_{21} (1 - \bar{\varphi}) ; \quad (52)$$

$$\vec{v}_{1j} = -\vec{v}_{21} \bar{\varphi} = \vec{v}_{12} \bar{\varphi} . \quad (53)$$

Относительным и дрейфовым скоростям соответствуют плотности таких же объемных потоков. Из (46) – (53) можно получить:

$$\vec{j}_{21} \equiv \bar{\varphi} (\vec{v}_2 - \vec{j}) = \vec{v}_{21} (1 - \bar{\varphi}) \bar{\varphi} ; \quad (54)$$

$$\vec{j}_{12} \equiv (1 - \bar{\varphi}) (\vec{v}_1 - \vec{j}) = -\vec{v}_{21} (1 - \bar{\varphi}) \bar{\varphi} ; \quad (55)$$

$$\vec{j}_{21} = -\vec{j}_{12} . \quad (56)$$

Предположим, что в двухфазном потоке не происходит фазовый переход (испарение, конденсация, химическая реакция и т.п.). В этом случае уравнения сплошности для фаз имеют вид:

$$\frac{\partial(1 - \bar{\varphi})\rho_1}{\partial \tau} + \text{div} [\rho_1 (1 - \bar{\varphi}) \vec{v}_1] = 0 ; \quad (57)$$

$$\frac{\partial(\bar{\varphi} \rho_2)}{\partial \tau} + \operatorname{div} [\rho_2 \bar{\varphi} \vec{v}_2] = 0. \quad (58)$$

Полагая несжимаемость фаз ($\rho_1 = \text{const}$, $\rho_2 = \text{const}$), с помощью (46) и (47) преобразуем уравнения (57) и (58):

$$\frac{\partial(1-\bar{\varphi})}{\partial \tau} + \operatorname{div} \vec{j} = 0; \quad (59)$$

$$\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \tau} + \operatorname{div} \vec{j}_2 = 0. \quad (60)$$

При сложении уравнений (59) и (60) получается

$$\operatorname{div}(\vec{j}_1 + \vec{j}_2) = \operatorname{div} \vec{j} = 0. \quad (61)$$

Из этого следует независимость плотности объемного потока от пространственных координат и зависимость только от времени

$$\vec{j}_1 + \vec{j}_2 = \vec{j}(\tau), \quad (62)$$

что справедливо для потоков с несжимаемыми фазами и без фазового перехода.

Из уравнений (52) и (53) видно, что, если отсутствует локальное скольжение фаз ($\vec{v}_{21} = 0$), то обе дрейфовые скорости равны нулю, а скорости фаз совпадают с плотностью объемного потока смеси

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 = \vec{j}. \quad (63)$$

4.3. Связь локальных и одномерных (гидравлических) расходных характеристик

Для выяснения этой связи можно воспользоваться для прямых каналов скалярными выражениями локальных характеристик (46) – (51).

В силу балансных расходных соотношений очевидно:

$$\int_F (1-\bar{\varphi}) v_1 dF = \int_F j_1 dF = V_1 \quad (64)$$

Библиотечный
фонд
НИЯУ МИФИ
г. Москва

или с учетом (40)

$$\langle (1-\bar{\varphi}) v_1 \rangle = \langle j_1 \rangle = \frac{V_1}{F} = u_{01} ; \quad (65)$$

аналогично

$$\int_F \bar{\varphi} v_2 dF = \int_F j_2 dF = V_2 \quad (66)$$

или

$$\langle \bar{\varphi} v_2 \rangle = \langle j_2 \rangle = \frac{V_2}{F} = u_{02} .$$

Сложив (65) и (67), получим с учетом (5)

$$\frac{1}{F} \int_F j dF = \langle j \rangle = u_{CM} . \quad (68)$$

Используя соотношения (21) и (22) совместно с (61) и (62), получим выражения для истинных скоростей фаз:

$$u_1 = \frac{\langle v_1 (1-\bar{\varphi}) \rangle}{\langle 1-\bar{\varphi} \rangle} = \frac{\frac{1}{F} \int_F [(1-\bar{\varphi}) v_1] dF}{\frac{1}{F} \int_F (1-\bar{\varphi}) dF} ; \quad (69)$$

$$u_2 = \frac{\langle v_2 \bar{\varphi} \rangle}{\langle \bar{\varphi} \rangle} = \frac{\frac{1}{F} \int_F \bar{\varphi} v_2 dF}{\frac{1}{F} \int_F \bar{\varphi} dF} . \quad (70)$$

Эти определения идентичны определениям, используемым в кинетической теории газов и жидкостей. Скорости u_1 и u_2 называются средневзвешенными скоростями и в общем случае, если распределение фаз $\bar{\varphi}(F)$ неравномерно по сечению канала, средневзвешенные величины не равны средним по (40)

$$\frac{\langle \bar{\varphi} v_i \rangle}{\langle \bar{\varphi} \rangle} \neq \langle v_i \rangle . \quad (71)$$

Аналогично определяются средневзвешенные дрейфовые скорости:

$$u_{2j} = \frac{\langle \bar{\varphi} v_{2j} \rangle}{\langle \bar{\varphi} \rangle} = u_2 - u_{CM} ; \quad (72)$$

$$u_{1j} = \frac{\langle (1-\bar{\varphi}) v_{1j} \rangle}{\langle (1-\bar{\varphi}) \rangle} = u_1 - u_{cm} \quad . \quad (73)$$

Список использованной литературы

1. Делайе Дж., Гюо М., Ритмюллер М. Теплообмен и гидродинамика двухфазных потоков в атомной и тепловой энергетике. М.: Энергоатомиздат, 1984.
2. Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения. М.: Мир, 1972.
3. Зубер, Финдлей. Средняя объемная концентрация фаз в системах с двухфазным потоком // Труды Американского общества инженеров механиков: Теплопередача. 1965, № 4, с. 29–47.