



Е. Е. Городничев, С. Л. Дударев,
Д. Б. Рогозкин, М. И. Рязанов

025-87

ЭФФЕКТЫ КОГЕРЕНТНОСТИ
ПРИ ОБРАТНОМ РАССЕЯНИИ ВОЛН
ОТ СРЕДЫ СО СЛУЧАЙНЫМИ
НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

МОСКВА 1987

Министерство высшего и среднего специального
образования СССР

Московский ордена Трудового Красного Знамени
инженерно-физический институт

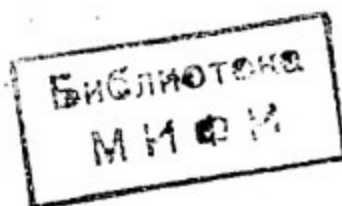
Городничев Е.Е., Дударев С.Л., Рогозкин Д.Б.
Рязанов И.И.

ЭФФЕКТЫ КОГЕРЕНТНОСТИ ПРИ ОБРАТНОМ РАССЕЯНИИ
ВОЛН ОТ СРЕДЫ СО СЛУЧАЙНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

Препринт 025-87

БИБЛИОТЕЧНЫЙ
ФОНД
ИИЯУ МИФИ

Утверждено
редсоветом института



Москва 1987

УДК 539.12.04, 535.36, 539.125.5

Городничев Е.Е., Дударев С.Л., Rogozkin Д.Б., Рязанов М.И.
Эффекты когерентности при обратном рассеянии волн от среды со
случайными неоднородностями-М.: Препринт/МИФИ, 025-87, 1987.-24с.

Найдено решение кинетического уравнения для многократного
рассеяния в неупорядоченном веществе с учетом эффектов преломле-
ния и отражения волн на границе среды. Сделан вывод о возмож-
ности существования явления аномального отражения для излучения
любого типа.

© Московский инженерно-физический институт, 1987 г.

ВВЕДЕНИЕ

При движении частицы в среде ее волновая функция есть результат интерференции волн, рассеянных различными атомами вещества. В зависимости от расположения атомов может происходить когерентное или некогерентное сложение рассеянных волн.

В глубине рассеивающей среды с хаотическим расположением атомов при $n\lambda^3 \ll 1$, где n — число атомов в единице объема, λ — длина волны частицы, волны складываются некогерентно, и сечение рассеяния малым объемом вещества пропорционально числу содержащихся в нем атомов. Исключение составляет лишь малая область телесных углов вблизи направления "назад", в которой проявляются эффекты когерентности волн, прошедших в рассеивающей среде одинаковые пути в прямом и обратном направлениях [1-7].

Напротив, вблизи поверхности среды ситуация существенно иная, так как само наличие границы раздела между веществом и вакуумом может изменить условие интерференции рассеянных атомами волн. Если эта граница является достаточно резкой по сравнению с длиной ℓ свободного пробега частиц (или фотонов) в веществе, происходит нарушение условия квазиоднородности волнового поля частиц [8], и переход от волновых уравнений к уравнению переноса для интенсивностей, вообще говоря, оказывается невозможным [9]. Другими словами, вблизи резкой границы раздела вакуум-среда функцию взаимной когерентности волнового поля частиц (фотонов)

$\rho(\vec{r}, \vec{r}') = \langle \Psi(\vec{r}) \Psi^*(\vec{r}') \rangle$ не удастся представить в виде [8]

$$\rho(\vec{r}, \vec{r}') \equiv \Phi\left(\vec{r} - \vec{r}'; \frac{\vec{r} + \vec{r}'}{2}\right),$$

где характерный масштаб изменения Φ по разностной переменной $\vec{r} - \vec{r}'$ значительно меньше масштаба ее изменения по $(\vec{r} + \vec{r}')/2$ [10]. В результате угловое распределение частиц, рассеянных в случайно-неоднородной среде с резкой границей, сильно отличается от решения соответствующей задачи теории переноса.

Наличие у среды резкой границы приводит к зеркальному отражению и преломлению падающей и рассеянных волн и, как ре-

зультат, к дифракционной деформации углового спектра выходящего из вещества некогерентно рассеянного излучения вблизи малых углов скольжения к поверхности.

Теоретический анализ углового распределения рассеянных частиц с учетом эффектов отражения и преломления волн на границе вещества представляет интерес при изучении взаимодействия нейтронов с твердыми телами [11], в электронной спектроскопии с угловым разрешением [12], в задачах рентгеновской и γ -оптики поверхности [13-15].

Ниже на основе решения кинетического уравнения для матрицы плотности (функции взаимной когерентности) найден угловой спектр вылетающих из вещества частиц. Полученное решение учитывает как эффекты преломления и отражения волн на границе раздела среда-вакуум, так и обычное некогерентное многократное рассеяние. Предполагается, что длина волны падающих частиц (фотонов) во много раз больше характерного размера рассеивающих центров, и дифференциальное сечение однократного рассеяния является изотропным. Рассматриваемый случай реализуется на практике при взаимодействии нейтронов с атомными ядрами, электромагнитных волн с атомами и молекулами, мелкими оптическими неоднородностями среды, или медленных электронов с примесными центрами.

1. КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ ВОЛН В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Рассмотрим движение нерелятивистской бесспиновой частицы в веществе с хаотическим расположением атомов (приведенные ниже рассуждения остаются справедливыми и при рассеянии электромагнитных волн в случайно-неоднородных средах). Если пренебречь отдачей атомов при столкновении с налетающей частицей, то задача расчета углового распределения и других характеристик волнового поля рассеянных частиц сводится к нахождению усредненного по расположению атомов решения уравнения

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\vec{r}}^2 + E \right) \rho(\vec{r}, \vec{r}'; \vec{R}_1 \dots \vec{R}_N) - \\ & - \left(\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\vec{r}'}^2 + E \right) \rho(\vec{r}, \vec{r}'; \vec{R}_1 \dots \vec{R}_N) = \\ & = \left(\sum_{\alpha} U_{\alpha}(\vec{r}) - \sum_{\alpha'} U_{\alpha'}(\vec{r}') \right) \rho(\vec{r}, \vec{r}'; \vec{R}_1 \dots \vec{R}_N), \end{aligned} \quad (1)$$

где операция усреднения представляет собой интегрирование матрицы плотности из (1) с координатной функцией распределения атомов вещества

$$\bar{\rho} = \rho(\bar{r}, \bar{r}') = \int d\bar{R}_1 \dots d\bar{R}_N \rho(\bar{r}, \bar{r}'; \bar{R}_1 \dots \bar{R}_N) \times F(\bar{R}_1 \dots \bar{R}_N). \quad (2)$$

В формуле (1) $E = \hbar^2 p_0^2 / 2m$ - полная энергия налетающей частицы, суммирование по $a = 1, 2, \dots, N$ производится по всем атомам среды, U_a - оператор взаимодействия частицы с отдельным атомом. Для некоррелированного расположения рассеивающих центров функция распределения (2) имеет вид

$$F(\bar{R}_1 \dots \bar{R}_N) = \frac{1}{V^N} \theta(\bar{R}_1) \dots \theta(\bar{R}_N), \quad (3)$$

где $\theta(\bar{R})$ равно единице в пределах объема V , занимаемого рассеивающей средой, и равна нулю вне этого объема. При выполнении условия $(N/V)\lambda^3 = n\lambda^3 \ll 1$, если не интересоваться отражением в узкий интервал углов $\Delta\vartheta \sim \lambda/l$ в направлении "назад" [1,7], усреднение (1) с функцией распределения (3) приводит к кинетическому уравнению для $\rho(\bar{r}, \bar{r}')$, которое в операторной форме имеет вид [16,17] (чертой обозначена операция усреднения (2)):

$$\bar{\rho} = \rho_0 + \hat{G} \left(\overline{\sum_a \hat{J}_a \bar{\rho} \hat{J}_a^+} \right) \hat{G}^+ \quad (4)$$

где \hat{J}_a - матрица рассеяния на отдельном атоме [18]:

$$\hat{J}_a = \hat{U}_a + \hat{U}_a \frac{1}{E - \hat{K} + i0} \hat{J}_a; \quad (5)$$

$\hat{K} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2$ - оператор кинетической энергии, а \hat{G} - решение уравнения

$$\left(E - \hat{K} - \overline{\sum_a \hat{J}_a} \right) \hat{G} = \hat{1}. \quad (6)$$

В (4) ρ_0 описывает волновое поле частиц, не испытавших некогерентного рассеяния

$$(\hat{G}^{-1})\rho_0 - \rho_0(\hat{G}^{-1})^+ = 0. \quad (7)$$

На больших расстояниях от границы рассеивающей среды ρ_0 представляет собой суперпозицию падающей волны и волн, когерентно отраженных от поверхности вещества.

Если подействовать на (4) слева и справа операторами \hat{G}^{-1} и $(\hat{G}^{-1})^+$, можно получить кинетическое уравнение в дифференциальной форме

$$(\hat{G}_0^{-1})\bar{\rho} - \bar{\rho}(\hat{G}_0^{-1})^+ = \frac{\sum_a \hat{T}_a \bar{\rho} (1 + \hat{T}_a^+ \hat{G}^+)}{\sum_a (1 + \hat{G} \hat{T}_a) \bar{\rho} \hat{T}_a^+}, \quad (8)$$

где $\hat{G}_0 = \frac{1}{E - \hat{K} + i0}$.

Если в правой части выражения (8) положить $\hat{G} = \hat{G}_0$, получается квантовое кинетическое уравнение Мигдала и Полиевктова-Николадзе [19] для быстрых частиц. Физически переход от уравнения (8) к уравнению работы [19] означает пренебрежение влиянием среды на распространение рассеянных волн.

Уравнения вида (4), (8) позволяют описать многократное упругое рассеяние с учетом влияния неупругих столкновений. Если не принимать во внимание потери энергии частиц, единственным неупругим каналом рассеяния является поглощение.

Для случая S -рассеяния матричный элемент оператора \hat{T}_a в координатном представлении имеет вид

$$\langle \bar{r} | \hat{T}_a | \bar{r}' \rangle = -\frac{2\pi\hbar^2}{m} f \delta(\bar{r} - \bar{r}_a) \delta(\bar{r}' - \bar{r}_a), \quad (9)$$

где f - амплитуда рассеяния. Полное сечение рассеяния $\sigma_{tot} = (4\pi/P_0) \text{Im} f$ превышает упругое сечение $\sigma_{el} = 4\pi |f|^2$; их разность $\sigma_{in} = \sigma_{tot} - \sigma_{el}$ равна сечению поглощения частиц отдельным центром.

Подставляя (9) в (4), (6), получим интегральное уравнение для усредненной по расположению атомов матрицы плотности частицы (2):

$$\rho(\bar{r}, \bar{r}') = \rho_0(\bar{r}, \bar{r}') + n \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m} \right)^2 |f|^2 \times \quad (10)$$

$$\times \int d\bar{r}'' \theta(\bar{r}'') G(\bar{r}, \bar{r}'') \rho(\bar{r}'', \bar{r}'') G^*(\bar{r}', \bar{r}'')$$

и уравнение для функции Грина $G(\bar{r}, \bar{r}')$ из (6)

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \bar{r}^2} + p_0^2 + 4\pi n f \theta(\bar{r}) \right) G(\bar{r}, \bar{r}') = \frac{2m}{\hbar^2} \delta(\bar{r} - \bar{r}'). \quad (11)$$

Если квантовомеханическое состояние падающих на среду частиц является чистым [20], $\rho_0(\bar{r}, \bar{r}')$ можно представить в виде прямого произведения волновых функций

$$\rho_0(\bar{r}, \bar{r}') = \Psi_0(\bar{r}) \Psi_0^*(\bar{r}'), \quad (12)$$

каждая из которых, согласно (7), удовлетворяет уравнению

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \bar{r}^2} + p_0^2 + 4\pi n f \theta(\bar{r}) \right) \Psi_0(\bar{r}) = 0. \quad (13)$$

Для падающей на вещество из $z = -\infty$ плоской волны $\exp(i\bar{p}_0 \bar{r})$ граничное условие к (13) имеет вид

$$\Psi_0(\bar{r})_{\text{над}} \Big|_{z=-\infty} = \exp(i\bar{p}_0 \bar{r}). \quad (14)$$

Уравнения (10), (11), (13) с граничным условием (14) полностью определяют матрицу плотности $\rho(\bar{r}, \bar{r}')$ как внутри среды, так и за ее пределами, и позволяют вычислить распределение рассеянных частиц при произвольных углах падения и вылета из вещества.

2. КОГЕРЕНТНОЕ ВОЛНОВОЕ ПОЛЕ И ФУНКЦИЯ ГРИНА

Прежде чем решать уравнение для матрицы плотности (10), необходимо вычислить функцию Грина \hat{G} из (11) и найти когерентное волновое поле (13), (14).

Рассмотрим случай, когда рассеивающая среда занимает область пространства $z > 0$. Тогда (13) можно переписать в форме уравнения Шредингера

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial \bar{r}^2} + U_0 \theta(z) \right) \Psi_0(\bar{r}) = E \Psi_0(\bar{r}) \quad (15)$$

с оптическим потенциалом

$$U_0 = -\frac{2\pi\hbar^2 n f}{m}; \quad f = f_1 + i f_2. \quad (I6)$$

Мнимая часть U_0 связана с полным сечением рассеяния на отдельном атоме оптической теоремой

$$\text{Im } U_0 = -\frac{\hbar^2 p_0}{2m} \sigma_{\text{tot}}.$$

Учитывая непрерывность $\psi_0(\vec{r})$ и ее производных при $z=0$, а также используя граничное условие (I4), нетрудно получить:

$$\begin{aligned} \psi_0(\vec{r}) &= \varphi(z) \exp(i\vec{p}_{0\perp} \vec{r}_\perp), \quad \vec{r}_\perp = (x, y), \\ \varphi(z) &= \exp(ikz) + \frac{k-\alpha}{k+\alpha} \exp(-ikz), \quad z < 0, \quad (I7) \\ \varphi(z) &= \frac{2k}{k+\alpha} \exp(i\alpha z), \quad z > 0, \end{aligned}$$

где $k = (p_0)_z = p_0 \cos \theta$; $\alpha = \sqrt{k^2 + 4\pi n f}$.

Второе слагаемое в (I7) при $z < 0$ описывает волну, зеркально отраженную от поверхности рассеивающей среды.

Решение уравнения (II) для функции Грина можно найти преобразованием Фурье по координатам, параллельным поверхности:

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \int \frac{d^2 \vec{q}}{(2\pi)^2} e^{i\vec{q}(\vec{r}_\perp - \vec{r}'_\perp)} g_{\vec{q}}(z, z'),$$

где

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + p_0^2 - q^2 + 4\pi n f \theta(z) \right) g_{\vec{q}}(z, z') &= \\ &= \frac{2m}{\hbar^2} \delta(z - z'), \quad z' > 0. \end{aligned} \quad (I8)$$

Использование условий непрерывности при $z=0$ дает [9]:

$$g_{\vec{q}}(z, z') = -\frac{2im}{\hbar^2} \frac{1}{k+\alpha} e^{i\alpha z z' - ikz}, \quad z < 0, \quad (I9)$$

$$g_{\vec{q}}(z, z') = \frac{im}{\hbar^2 \alpha} \left\{ \frac{k-\alpha}{k+\alpha} e^{i\alpha(z+z')} - e^{i\alpha|z-z'|} \right\}, \quad z > 0,$$

где

$$k = \sqrt{p_0^2 - q^2}; \quad \alpha = \sqrt{k^2 + 4\pi n f}.$$

Сравнивая выражения (18) и (19) с функцией Грина бесконечной среды

$$G_{\text{БС}}(\bar{r}, \bar{r}') = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \frac{1}{|\bar{r} - \bar{r}'|} e^{i\sqrt{p_0^2 + 4\pi n f} |\bar{r} - \bar{r}'|}$$

Нетрудно убедиться, что наличие поверхности сильно влияет на движение частицы на глубинах

$$z \lesssim (4\pi n |f|)^{-1/2} \quad (20)$$

лишь при скользких углах падения или вылета из вещества

$$|\mu|, \mu_0 \lesssim \frac{(4\pi n |f|)^{1/2}}{p_0} \ll 1. \quad (21)$$

В соотношении (21) $\mu_0 = \cos \vartheta_0$, $\mu = \cos \vartheta$, где ϑ_0 и ϑ — соответственно углы между направлениями влета и вылета частиц из среды и внутренней нормалью к поверхности.

3. УГЛОВОЙ СПЕКТР ОБРАТНОРАССЕЯННЫХ ЧАСТИЦ И ПОЛНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ

Как известно, угловое и энергетическое распределение вылетающих из вещества частиц в квантовой механике дают диагональные элементы матрицы плотности в импульсном представлении [20.]

$$\rho(\bar{p}, \bar{p}) = \int d^3\bar{r} d^3\bar{r}' e^{-i\bar{p}\bar{r} + i\bar{p}\bar{r}'} \rho(\bar{r}, \bar{r}'). \quad (22)$$

Вычисление этих элементов в общем случае требует интегрирования (2) по всем трем пространственным координатам. Однако в рассматриваемой постановке задачи, когда все вылетающие из вещества частицы обладают одной и той же энергией E , для вычисления углового распределения достаточно знать распределение частиц по компонентам импульса, параллельным поверхности $\bar{q} = (q_x, q_y)$, при $z \rightarrow -0$:

$$\rho(\bar{q}, z; \bar{q}, z) \Big|_{z \rightarrow -0} = \int d^2\bar{r}_\perp d^2\bar{r}'_\perp e^{-i\bar{q}\bar{r}_\perp + i\bar{q}\bar{r}'_\perp} \rho(\bar{r}_\perp, z; \bar{r}'_\perp, z) \Big|_{z \rightarrow -0} \quad (23)$$

Диагональные элементы (23) простым соотношением связаны с угловым спектром обратно рассеянных частиц:

$$\rho(\bar{q}, 0; \bar{q}, 0) \frac{d^2 \bar{q}}{(2\pi)^2} = S(\mu, \varphi) d|\mu| d\varphi \quad (24)$$

или

$$S(\mu) = \int_0^{2\pi} S(\mu, \varphi) d\varphi = \frac{P_0^2 |\mu|}{(2\pi)} \rho(q, 0; q, 0), \quad (25)$$

где $|\mu| = |\cos \vartheta| = \sqrt{1 - q^2/P_0^2}$ ($q < P_0$); $S(\mu)$ - плотность потока частиц, вылетающих в элемент телесного угла $2\pi d|\mu|$.

Интегрируя уравнения (10) в соответствии с (23), находим:

$$\rho(\bar{q}, 0; \bar{q}', 0) = \Psi_0(\bar{q}, 0) \Psi_0^*(\bar{q}', 0) + (2\pi)^2 \delta(\bar{q} - \bar{q}') \times \\ \times n \left(\frac{2\pi \hbar^2}{m} \right)^2 |f|^2 \int_0^\infty dz g_{\bar{q}}(0, z) \rho(z, z) g_{\bar{q}'}^*(z, 0), \quad (26)$$

откуда можно получить распределение некогерентно рассеянных частиц:

$$\rho_{in}(\bar{q}, 0; \bar{q}, 0) = n \left(\frac{2\pi \hbar^2}{m} \right)^2 |f|^2 \int_0^\infty dz |g_{\bar{q}}(0, z)|^2 \rho(z, z). \quad (27)$$

Из соотношения (27) следует, что для расчета углового распределения вылетающих из вещества частиц необходимо предварительно найти плотность частиц $\rho(z, z) \equiv \rho(z)$ в рассеивающей среде при $z > 0$. Замкнутое уравнение для плотности $\rho(z)$ можно получить, если в (10) положить $\bar{\Gamma} = \bar{\Gamma}'$:

$$\rho(z) = |\Psi_0(z)|^2 + n \left(\frac{2\pi \hbar^2}{m} \right)^2 |f|^2 \int_0^\infty dz' A(z, z') \rho(z'), \quad (28)$$

где

$$A(z, z') = \int \frac{d^2 \bar{q}}{(2\pi)^2} |g_{\bar{q}}(z, z')|^2. \quad (29)$$

Явное выражение для ядра $A(z, z')$ нетрудно найти, подставив в интеграл (29) соотношения (19).

Как показывает анализ, учет эффектов преломления и отражения некогерентно рассеянных волн на границе среды мало меняет решение уравнения (28) (соответствующие поправки имеют величину порядка отношения ширины угловой области, в которой

существенны дифракционные эффекты (21), к 4π :

$\Delta\vartheta/4\pi \sim (n|f|\lambda^2)^{1/2} \ll 1$. В связи с этим решение уравнения (28) можно искать в виде разложения по малому параметру $\xi = (n|f|\lambda^2)^{1/2}$;

$$\rho(z) = \rho^{(0)}(z) + \xi \rho^{(1)}(z) + \dots \quad (30)$$

Выражение для углового спектра обратнорассеянных частиц (27) также имеет вид ряда по параметру ξ . При этом в ведущем (по ξ) приближении угловой спектр выражается только через $\rho^{(0)}(z)$.

Пренебрегая при вычислении интеграла (29) слагаемыми порядка $(n|f|\lambda^2)^{1/2} \ll 1$, для ядра уравнения (28) можно написать:

$$A(z, z') \approx \left(\frac{m}{\hbar^2}\right)^2 \int_{q < p_0} \frac{d^2 \vec{q}}{(2\pi)^2} \frac{\exp(-n\sigma_{tot} |z - z'| / \sqrt{1 - q^2/p_0^2})}{p_0^2 - q^2} = \quad (31)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m}{\hbar^2}\right)^2 E_1(n\sigma_{tot} |z - z'|),$$

где $E_1(x) = \int_1^\infty (dt/t) e^{-xt}$

-интегральная показательная функция [21].

С помощью соотношения (31) уравнение (28) приводится к виду

$$\rho(z) = |\psi_0(z)|^2 + \frac{n\sigma_{tot}}{2} \int_0^\infty dz' E_1(n\sigma_{tot} |z - z'|) \rho(z'). \quad (32)$$

Уравнение (32) отличается от уравнения для плотности частиц обычной теории переноса [22] лишь функцией источников

$|\psi_0(z)|^2$. Поэтому решение уравнения (32) можно записать, используя выражение для функции Грина уравнения (32), найденное в [22]. Однако интересующие нас величины - угловой спектр обратнорассеянных частиц и полный коэффициент отражения - проще получить путем сравнения (32) с соответствующим уравнением транспортной теории, в котором функция источников задана в виде

$$I_0(z) = \exp(-n\sigma_{tot} z / N_0). \quad (33)$$

Решение уравнения (32) с функцией источников (33) хорошо известно [23]. Угловой спектр обратнорассеянных частиц в этом случае определяется выражением

$$S_0(\mu) = \frac{n\sigma_{el}}{2} \frac{1}{|\mu|} \int_0^{\infty} dz \exp(-n\sigma_{tot} z/|\mu|) \rho_0(z) = \quad (34)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}} \frac{\mu_0}{|\mu| + \mu_0} H(|\mu|, \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}}) H(\mu_0, \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}})$$

а полный коэффициент отражения (отношение числа обратнорассеянных частиц к числу падающих) равен

$$R_0(\mu) = \frac{2\pi}{\mu_0} \int_0^{\infty} d|\mu| |\mu| S_0(|\mu|) = 1 - \sqrt{1 - \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}}} H(\mu_0, \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}}) \quad (35)$$

В (34-35) $H(\mu, \lambda)$ - функция Чандрасекара [23]. Для $H(\mu, \lambda)$ в квадрате $0 \leq \mu \leq 1, 0 \leq \lambda \leq 1$ с погрешностью не более 1% справедлива приближенная формула [24]

$$H(\mu, \lambda) = \frac{1 + \sqrt{3}\mu}{1 + \sqrt{3(1-\lambda)}\mu} \left[1 - \frac{\lambda}{4} (1 + \lambda^3)\mu \times \right. \quad (36)$$

$$\left. \times (\ln \mu + 1,33 - 1,158 \mu^{0,62}) \right].$$

В классической теории переноса когерентное отражение излучения от поверхности не учитывается. Поэтому соотношения (34-35) описывают угловой спектр и коэффициент обратного рассеяния некогерентного волнового поля в условиях, когда эффектами когерентности волн можно пренебречь.

Подставляя теперь в уравнение (32) квадрат модуля волновой функции когерентного поля (17), а в соотношение (27) квадрат модуля функции Грина $g_{\vec{q}}(0, z)$ (19), непосредственным сравнением с (34) можно получить выражение для углового распределения некогерентно рассеянных частиц:

$$S(\mu) = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}} \frac{4k_0^2}{|k_0 + \alpha_0|^2} \frac{4k_1}{|k_1 + \alpha_1|^2} \times \quad (37)$$

$$\times \frac{\text{Re } \alpha_0 \text{ Re } \alpha_1}{\text{Re } \alpha_0 + \text{Re } \alpha_1} H\left(\frac{\text{Re } \alpha_0}{\rho_0}, \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}}\right) H\left(\frac{\text{Re } \alpha_1}{\rho_0}, \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}}\right),$$

где индексы 0 и 1 относятся соответственно к падающим и вылетающим из вещества частицам;

$$k_0 = \rho_0 \mu_0, k_1 = \rho_0 |\mu|, \alpha_i = \sqrt{k_i^2 + 4\pi n f}.$$

При больших углах падения и вылета ($\mu_0, |\mu| \gg (n|f|\lambda^2)^{1/2}$) выражение (37) переходит в классический результат (34). При скользких углах ($\mu_0 \ll 1$ или $|\mu| \ll 1$) отличие $S(\mu)$ от $S_0(\mu)$ порядка самой величины $S_0(\mu)$.

Если проинтегрировать выражение (37) по углам, то с учетом неравенства $(n|f|\lambda^2)^{1/2} \ll 1$ для полного коэффициента некогерентного отражения можно получить:

$$R_{in} = 4 \frac{k_0 \operatorname{Re} \alpha_0}{|k_0 + \alpha_0|^2} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}}} H\left(\frac{\operatorname{Re} \alpha_0}{\rho_0}, \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}}\right) \right]. \quad (38)$$

Учитывая далее, что коэффициент когерентного отражения от поверхности есть (см. (17))

$$R_{coh} = \left| \frac{k_0 - \alpha_0}{k_0 + \alpha_0} \right|^2, \quad (39)$$

нетрудно найти величину полного коэффициента отражения частиц

$$R_{tot} = R_{coh} + R_{in} = 1 - 4 \frac{k_0 \operatorname{Re} \alpha_0}{|k_0 + \alpha_0|^2} \sqrt{1 - \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}}} H\left(\frac{\operatorname{Re} \alpha_0}{\rho_0}, \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}}\right). \quad (40)$$

Если рассеяние в среде происходит чисто упругим образом ($\sigma_{el} = \sigma_{tot}$), число обратнорассеянных частиц просто равно числу падающих и $R_{tot} = 1$.

В соответствии со сказанным выше, поправки следующего порядка к (37), (38) имеют малость $(n|f|\lambda^2)^{1/2} \ll 1$. Для их корректного вычисления, вообще говоря, необходим учет членов более высокой степени по $n\lambda^3 \ll 1$ в исходном кинетическом уравнении (4).

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полученные выше выражения (37) и (40) дают соответственно дифференциальное распределение некогерентно рассеянных частиц по углам и величину полного коэффициента обратного рассеяния при произвольных углах падения начального потока на поверхность вещества и для любого соотношения между сечениями упругого и неупругого взаимодействия с отдельным атомом.

Для качественного анализа полученных формул удобно использовать соотношения

$$\operatorname{Re}\left(\frac{\alpha_j}{\rho_0}\right) = \left[\frac{1}{2} \left(\mu_j^2 + \frac{4\pi n f_1}{\rho_0^2} + \left\{ \left(\mu_j^2 + \frac{4\pi n f_1}{\rho_0^2} \right)^2 + \left(\frac{4\pi n f_2}{\rho_0^2} \right)^2 \right\}^{1/2} \right)^{1/2} \right]; \quad (41)$$

$$\left| \frac{\alpha_j}{\rho_0} \right| = \left[\left(\mu_j^2 + \frac{4\pi n f_1}{\rho_0^2} \right)^2 + \left(\frac{4\pi n f_2}{\rho_0^2} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (42)$$

где $f = f_1 + i f_2$; $j = 0, 1$.

Выражения (41) и (42) показывают, что наибольший интерес анализ зависимостей (37) и (40) представляет для скользящих углов падения и вылета $|\mu_j| \sim (4\pi n |f_1|)^{1/2} / \rho_0$.

Начнем с анализа формулы (40) для полного коэффициента обратного рассеяния. При очень малых скользящих углах падения $\mu_0 \ll (4\pi n |f_1|)^{1/2} / \rho_0$ согласно (40), $R_{tot} = 1$, что совпадает с известным результатом электродинамики сплошных сред [25]. Обращение R в единицу связано с тем, что при очень малых углах скольжения практически все частицы отражаются от поверхности когерентным образом, а сам коэффициент когерентного отражения стремится к единице. Соответствующее значение, найденное исходя из классической теории переноса излучения [23], когерентное отражение вообще не учитывает и поэтому не дает правильного предела при $\mu_0 \rightarrow 0$ [23]:

$$R_{tot}(tr) \Big|_{\mu_0 \rightarrow 0} = 1 - \sqrt{1 - \frac{\sigma_{al}}{\sigma_{tot}}} < 1.$$

При $\mu_0 \gg (4\pi n |f_1|)^{1/2} / \rho_0$ (40) совпадает с выражением (35), полученным путем решения транспортного уравнения. Вычисленная по формулам (40), (41), (42) зависимость полного коэффициента обратного рассеяния частиц от угла падения $\mu_0 = \cos \vartheta_0$ приведена на рисунке I. В соответствии со сказанным найденная из решения кинетического уравнения (4) величина R_{tot} в области малых μ_0 в несколько раз превосходит соответствующий результат теории переноса. Из рисунка также видно, что эффект обратного рассеяния сильнее выражен для $f_1 < 0$, чем для $f_1 > 0$. Такое поведение $R_{tot}(\mu_0)$ ясно из уравнений (15), (16). В случае $f_1 < 0$ рассеивающая среда является оптически менее плотной, чем вакуум, т.е. $\operatorname{Re} \mathcal{U}_0 > 0$ (потенциальная стенка) и коэффициент зеркального отражения волн (39)

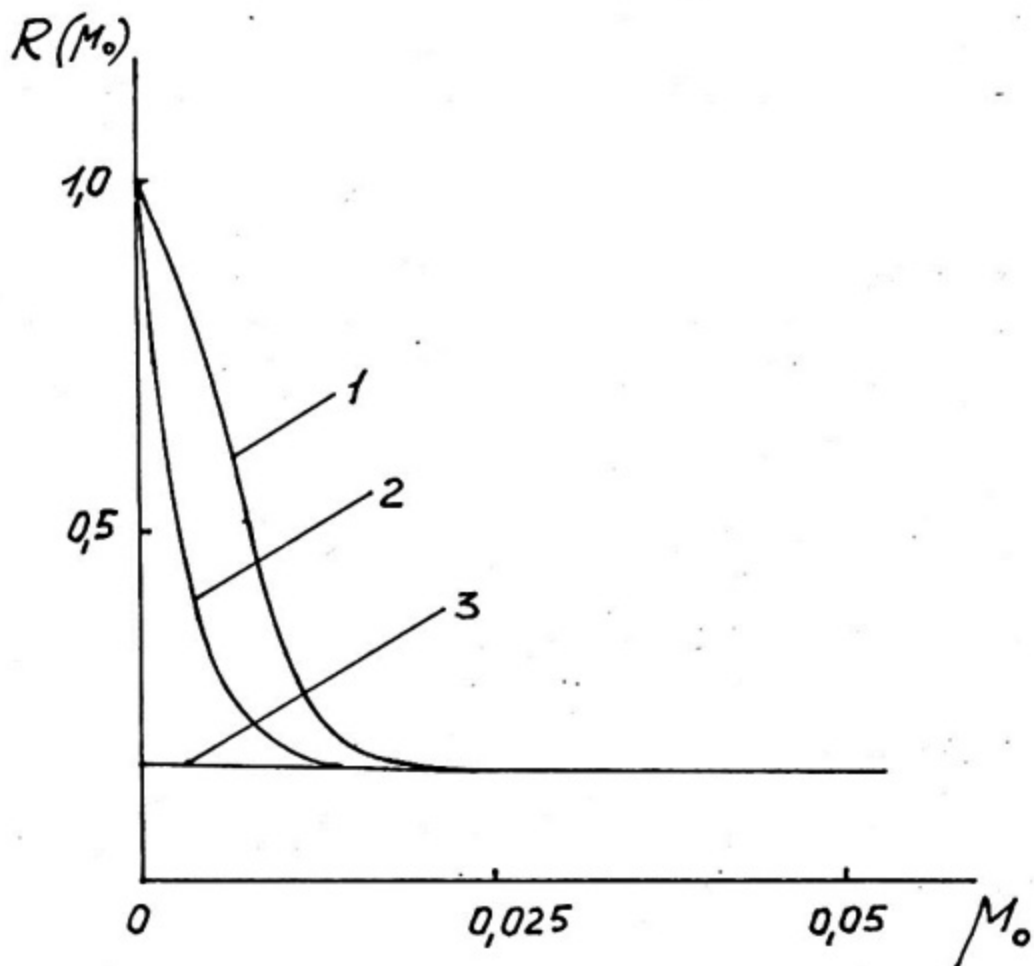


Рис. I. Зависимость полного коэффициента отражения от направления падения частиц на поверхность вещества. Параметры рассеивающей среды:

$$\frac{n_1 f_1 \lambda^2}{\pi} = 10^{-4}, \quad \frac{n_2 f_2 \lambda^2}{\pi} = 3 \cdot 10^{-5}, \quad \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}} = 0.3.$$

1, 2 - результат расчета по формуле (40) (1 - $f_1 < 0$
 2 - $f_1 > 0$) ; 3 - результат классической теории переноса

от поверхности в этом случае выше, чем для $\text{Re } U_0 < 0$.

Рассмотрим теперь дифференциальный угловой спектр частиц, вылетающих из вещества в результате многократных столкновений с атомами.

Анализ дифференциального углового распределения частиц - важен в связи с обнаружением в 1963г. эффекта аномального отражения рентгеновских лучей [26], который представляет собой явление возникновения дополнительного незеркального пика в распределении интенсивности излучения, рассеянного под скользящими углами от вещества с нарушенным поверхностным слоем. Как отмечено в работах [14, 15], этот эффект до настоящего времени не получил последовательного теоретического объяснения.

Выражение для дифференциального коэффициента обратного рассеяния $R(\mu) = |M| S(\mu)$, согласно (37), имеет вид

$$R(\mu) = \frac{4k_0^2}{|k_0 + \alpha_0|^2} \frac{4k_1^2}{|k_1 + \alpha_1|^2} \frac{\sigma_{el}}{2 \cdot \sigma_{tot}} \quad (43)$$

$$\times \frac{\text{Re}(\alpha_0/\rho_0) \text{Re}(\alpha_1/\rho_0)}{\text{Re}(\alpha_0/\rho_0) + \text{Re}(\alpha_1/\rho_0)} H\left(\text{Re} \frac{\alpha_0}{\rho_0}, \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}}\right) + 1\left(\text{Re} \frac{\alpha_1}{\rho_0}, \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}}\right).$$

Симметрия (43) относительно перестановки μ_0 и μ_1 показывает, что теорема взаимности остается справедливой даже при наличии преломления и отражения волн на границе среды. Сравнивая (43) с $R_0(\mu)$ из (34), можно заметить, что с точностью до множителя формула для углового спектра (43) получается из классического выражения (34) заменой угловых аргументов μ_j на $\text{Re}(\alpha_j/\rho_0)$. Такому преобразованию при $f_2 = 0$ можно дать простое объяснение: в направлении $|\mu| = |\cos \vartheta|$ в вакууме мы наблюдаем волны, которые в среде распространялись в другом направлении $\mu = \alpha_1/\rho_0$ и испытали преломление при прохождении через границу вещества. Отсюда можно сделать важный вывод: при $f_1 > 0$ (среда оптически более плотная, чем вакуум) часть некогерентно рассеянных волн, падающих изнутри на границу раздела под скользящими углами, отражается от поверхности в глубину вещества и не наблюдается. С другой стороны, при $f_1 < 0$ (среда оптически менее плотная, чем вакуум) волны, падающие на границу раздела изнутри в направлении $\cos \vartheta \rightarrow 0$, выходят из вещества под конечным углом

$$(|\mu_c| = |\cos \vartheta_c| = (4\pi n |f_1|)^{1/2} / \rho_0).$$

Внутри среды плотность потока обратнорассеянных частиц при $\mu_0 \ll 1$ всегда имеет пик в направлении $\mu = 0$ (см. соотношение (34)). В случае оптически менее плотного вещества преломление будет приводить к сдвигу этого пика на величину критического угла $\vartheta_c = \alpha \sqrt{\cos \mu_c}$. В результате при скользящем падении частиц на поверхность оптически менее плотной, чем вакуум, рассеивающей среды, помимо зеркального пика, в угловом распределении некогерентно рассеянного излучения будет наблюдаться максимум вблизи критического угла полного отражения ϑ_c . В случае $f_1 > 0$, напротив, отмеченный пик не проявляется, так как движущиеся в направлении $\mu = 0$ внутри среды частицы из-за отражения от границы не могут вылететь из вещества. Поэтому угловой спектр некогерентно рассеянного излучения при $f_1 > 0$ монотонно зависит от угла вылета μ .

Рассчитанные по формулам (41)-(43) угловые спектры рассеянных частиц, подтверждающие описанную выше качественную картину, изображены на рис. 2. В частности, на кривой $R(\mu)$, соответствующей случаю $f_1 < 0$, ясно виден пик вблизи $\mu_c = (4\pi n |f_1|)^{1/2} / \rho_0$.

Несмотря на то, что использованная модель изотропного рассеяния неприменима для описания рассеяния рентгеновского излучения в веществе с нарушенным поверхностным слоем, следует отметить качественное подобие углового распределения рассеянных частиц (43) в случае $f_1 < 0$ и наблюдаемых экспериментально [26, 13-15]. Это и изложенная выше картина многократного рассеяния волн вблизи поверхности позволяют сделать вывод о том, что эффект аномального отражения рентгеновских лучей и γ -квантов [26, 13-15] возникает в результате преломления некогерентно рассеянных волн при переходе из вещества в вакуум.

Интересно отметить, что по своей природе такой эффект аномального отражения оказывается аналогом явления образования картин Кикучи, возникающих в результате дифракции неупруго рассеянных электронов в толстых кристаллах [10] или линий Коссея при дифракции γ -квантов и нейтронов [27].

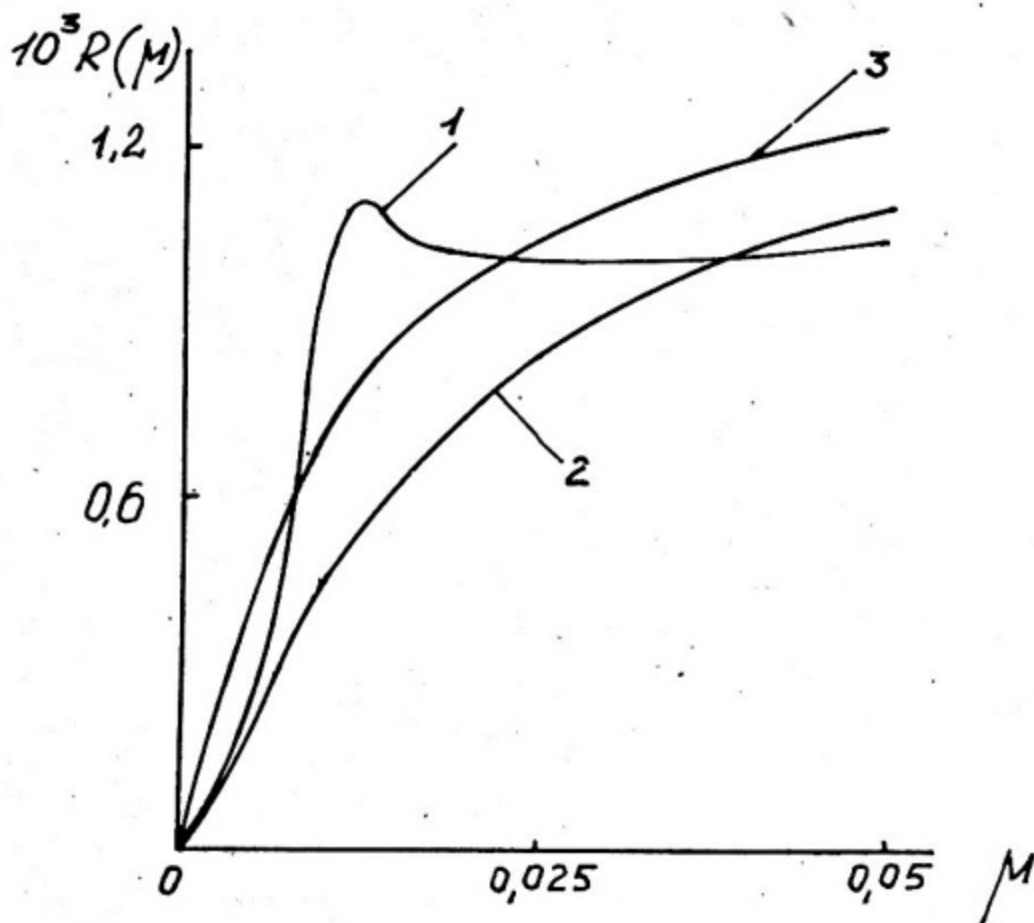


Рис. 2. Зависимость дифференциального коэффициента обратного рассеяния от направления вылета частиц из среды. Параметры рассеивающей среды:

$$\frac{n|f_1|\lambda^2}{\pi} = 10^{-4}, \quad \frac{nf_2\lambda^2}{\pi} = 3 \cdot 10^{-5}, \quad \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}} = 0,3$$

Направление влета частиц в среду $M_0 = 0,01$.
 1,2 - результат расчета по формуле (43) ($1 - f_1 < 0$;
 2 - $f_1 > 0$); 3 - результат классической теории переноса.

Как следует из проведенного анализа, эффект аномального отражения связан с преломлением и отражением волн на границе раздела сред и имеет общий характер. По-видимому, указанное явление может быть обнаружено для излучений любого типа, например, фотонов, нейтронов и заряженных частиц, при скользящем падении на поверхность раздела между "прозрачной" и рассеивающей средами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выше найдено решение кинетического уравнения для многократного рассеяния в неупорядоченном веществе с учетом эффектов отражения и преломления волн на границе среды. Для случая изотропного рассеяния рассчитаны зависимость полного коэффициента отражения от угла падения излучения на поверхность среды и угловой спектр вылетающих из вещества частиц. Полученное решение позволяет сделать вывод о возможности существования явления аномального отражения для излучения любого типа, например, световых квантов или нейтронов.

Список литературы

1. Watson K.M. Multiple scattering of electromagnetic waves in an underdense plasma - Journ. Math. Phys., 1969, v. 10, No 4, p. 688 - 702.
2. Барабаненков Ю.Н. О волновых поправках к уравнению переноса для направления рассеяния "назад". - Изв. вузов, радиофизика, 1973, т.16, № 1, с.88-96.
3. Виноградов А.Г., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Эффект усиления обратного рассеяния на телах, помещенных в среду со случайными неоднородностями. - Изв.вузов, радиофизика, 1973, т.16, № 7, с.1064-1070.
4. Кравцов Ю.А., Саичев А.И. Эффекты двукратного прохождения волн в случайно-неоднородных средах. - УФН, 1982, т.137, № 3, с.501-527.
5. Голубенцев А.А. Подавление интерференционных эффектов при многократном рассеянии света. - ЖЭТФ, 1984, т.86, № 1, с.47-59.
6. Van Albada M.P., Lagendijk A. Observation of weak localization of light in a random media - Phys. Rev. Lett., 1985,

v.55, No 24, p. 2692 - 2695.

7. Wolf P.E., Maret G. Weak localization and coherent backscattering of photons in disordered media - Phys. Rev. Lett., 1985, v.55, No 24, p. 2696 - 2699.
8. Апресян Л.А., Кравцов Ю.А. Теория переноса излучения.- М.: Наука, 1983, гл.2, § 4.
9. Барабаненков Ю.Н. К спектральной теории уравнения переноса излучения. - ЖЭТФ, 1969, т.56, № 4, с.1262-1272.
10. Дударев С.Л., Рязанов М.И. Решение квантового кинетического уравнения в локально-эйкональном приближении.- ЖЭТФ, 1985, т.88, № 2, с.631-641.
11. Александров Ю.А. Фундаментальные свойства нейтрона.- М.: Энергоиздат, 1982.
12. Гомоюнова М.В. Электронная спектроскопия поверхности твердого тела. - УФН, 1982, т.136, № 1, с.105-148.
13. Киселева К.В., Турьянский А.Г. Исследование природы аномального отражения рентгеновских лучей. Препринт ФИАН, № 34, 1979 .
14. Андреев А.В. Рентгеновская оптика поверхности (отражение и дифракция при скользящих углах падения).- УФН, 1985, т.145, № 1, с.113-136.
15. Глебов В.И. Денисов Э.И. Жеваго Н.К., Пшонкин Ю.Н., Циноев В.Г. Отражение гамма-излучения от границы раздела двух сред. - ЖТФ, 1985, т.55, № 9, с.1785-1792.
16. Барабаненков Ю.Н., Финкельберг В.М. Уравнение переноса излучения для коррелированных рассеивателей.- ЖЭТФ, 1967, т.53, № 3, с. 978-986.
17. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах.- М.: Мир, 1981, т.2, гл.14.
18. Гольдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений .- М.: Мир, 1967.
19. Мигдал А.Б., Полиевктов-Николадзе Н.М. Квантовое кинетическое уравнение для парных соударений. - Докл. АН СССР, 1955, т.105, № 2, с.233-235.
20. Блум К. Теория матрицы плотности и ее приложения.- М.: Мир, 1983.

21. Справочник по специальным функциям / Ред. Абрамовиц М., Стиган И. - М.: Наука, 1979.
22. Кейз К., Цвайфель П. Линейная теория переноса. - М.: Мир, 1972.
23. Чандрасекар С. Перенос лучистой энергии. - М.: ИИЛ, 1953, гл.3.
24. Лapidус И.И., Суняев Р.А., Титарчук Л.Г. Угловое распределение и поляризация рентгеновского излучения барстеров. - Астрофизика, 1985, т.23, № 3, с.503-520.
25. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. - М.: Наука, 1982, § 86.
26. Yoneda Y. Anomalous surface reflection of X-rays. - Phys.Rev., 1963, v.131, No 5, p. 2010 - 2013.
27. Глазков В.П., Иродова А.В., Соменков В.А., Шильштейн С.Ш. Дифракция нейтронов в широко расходящихся пучках - нейтронный аналог эффекта Косселя. - Письма в ЖЭТФ, 1986, т.44, № 4, с.169-172.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Введение	3
1. Кинетическое уравнение для многократного рассеяния волн в случайно-неоднородной среде	4
2. Когерентное волновое поле и функция Грина	7
3. Угловой спектр обратнорассеянных частиц и полный коэффициент отражения	9
4. Обсуждение результатов	13
Заключение	19
Список литературы	19

Городничев Евгений Евгеньевич
Дударев Сергей Львович
Рогозкин Дмитрий Борисович
Рязанов Михаил Иванович

Эффекты когерентности при обратном рассеянии волн от среды со случайными неоднородностями

Рукопись поступила в издательский отдел 03.04.87 г.

Ответственный за выпуск Городничев Е.Е.

Л. - 59787	Подписано в печать 29/IV-87г.	Формат 60x24	I/16
П.л. 1,5	Уч.-изд.л. 1,5	Тираж 120	экз.
Изд. № 025-87	Заказ 1539	Цена 10	коп.

Типография МИФИ, Каширское шоссе, д.31