



А.В. Кошелкин

001-2005

**Излучение быстрых частиц
в рассеивающей среде
с плоской границей**

Москва 2005

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

А.В. Кошелкин

**ИЗЛУЧЕНИЕ БЫСТРЫХ ЧАСТИЦ
В РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЕ
С ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЕЙ**

Препринт 001-2005

МИФИ

Москва 2005

УДК 539.122
ББК 22.336
К 76

Кошелкин А.В. Излучение быстрых частиц в рассеивающей среде с плоской границей. М.: Препринт/МИФИ, 001-2005. – 16 с.

Исследовано тормозное излучение ультрарелятивистских частиц, испытывающих многократные упругие столкновения в рассеивающей среде с плоской границей. Проведено сравнение полученных результатов с данными экспериментов.

Рекомендовано к изданию редсоветом МИФИ

© *А.В. Кошелкин, 2005*

© *Московский инженерно-физический институт
(государственный университет), 2005.*

ВВЕДЕНИЕ

В работе рассмотрено излучение ультрарелятивистской заряженной частицы, испытывающей многократные упругие столкновения в рассеивающей среде с плоской границей.

Изучение такого рода вопросов играет важную роль при исследовании различных физических объектов, имеющих как естественную природу происхождения (атомные ядра, нейтронные звезды), так и генерируемых искусственно (например, кварк-глюонная плазма или адронный газ), при столкновениях тяжелых ионов высоких энергий. При этом экспериментальная ситуация, как правило, отвечает случаю испускания фотонов в достаточно плотной среде. Поэтому при исследовании формирования излучения необходимо учитывать коллективные эффекты, определяемые многократными столкновениями частиц в веществе. Кроме того, вследствие развития современного физического эксперимента в последние годы оказалось возможным [1 – 3] оценить пределы применимости ставших классическими моделей формирования электромагнитных проб в веществе при высоких энергиях [4, 5], что в свою очередь является стимулом для их дальнейшего совершенствования и развития.

Впервые влияние среды на излучение быстрых заряженных частиц рассмотрено в работах [4, 5], где указано на подавление тормозного излучения (ТИ) в длинноволновой области спектра вследствие многократного упругого рассеяния таких частиц в веществе (эффект Ландау – Померанчука). Мигдалом [6] для случая бесконечной рассеивающей среды построена количественная теория указанного эффекта (эффект Ландау – Померанчука – Мигдала). В [7, 8] указано, что наличие границы среды приводит к существенным изменениям как в зависимости спектрального распределения энергии ТИ от частоты излучения, так и от времени наблюдения. Однако для сравнения полученных в [7, 8] результатов с данными экспериментов [1 – 3], необходимо более строго указать границы

применимости предложенной в работах [7, 8] модели расчета спектра ТИ в среде с плоской границей.

В настоящей работе указаны пределы применимости развитой в [7, 8] модели вычисления спектрального распределения ТИ в среде и проведено сравнение полученных результатов с данными экспериментов [1 – 3].

1. СПЕКТРАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Рассмотрим ультрарелятивистскую ($E \gg m$) заряженную частицу (E и m – энергия и масса частицы, $\hbar = c = 1$), пересекающую в момент времени $t = 0$ плоскую границу рассеивающей среды. Пусть скорость частицы в момент влета перпендикулярна границе среды и равна $\bar{v}_0$. Будем предполагать, что частица испытывает в веществе многократные малоугловые упругие соударения, а толщина среды такова, что влиянием второй границы на формирование излучения можно пренебречь¹. Тогда спектральное распределение энергии $\frac{dE_\omega}{d\omega}$ тормозного излучения определяется формулами работ [7, 8]:

$$\begin{aligned} \frac{dE_\omega}{d\omega} = & \frac{2\alpha s}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ (1-i) \int_0^{z_0} dx \int_0^{z_0} dy \exp[-is(x-y)] \times \right. \\ & \times \left[\frac{2}{[\tanh(1+i)x - (1+i)y] \cosh^2(1+i)x} - \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{[\tanh(1+i)x - i \tanh(1-i)y] \cosh^2(1+i)x} \right] + \right. \\ & \left. + \frac{i}{s} \int_0^{z_0} dx \exp[-isx] \cdot \left(\frac{1}{(1+i)x} - \frac{1}{\sinh((1+i)x \cdot \cosh(1+i)x)} \right) \right\}. \quad (1) \end{aligned}$$

¹ Количественный критерий рассматриваемого приближения будет указан в разд. 2.

В формуле (1) введены следующие обозначения:

$$z_0 = \frac{\sqrt{q\omega}}{2} T; \quad s = \frac{1}{\gamma^2} \sqrt{\frac{\omega}{q}}; \quad \gamma = \frac{E}{m}, \quad (2)$$

где ω – частота излучения; q – средний квадрат угла многократного рассеяния частицы на единице пути; T – время наблюдения; α – постоянная тонкой структуры. При получении формулы (1) предполагалось, что $\omega \ll E$.

Анализ спектрального распределения (1) дает следующее.

В случае $q \ll \omega \ll qT^{-1}$ энергия излучения определяется формулой:

$$\frac{dE_\omega}{d\omega} = \frac{\alpha T}{\pi} \sqrt{q\omega}. \quad (3)$$

Последнее выражение совпадает с формулой Мигдала [8] в длинноволновой области спектра. Это связано с тем, что предельно мягкие фотоны ($\omega \rightarrow 0$) формируются фактически со всей траектории движения частицы в веществе. Поэтому влияние рассеяния в среде в течение времени, предшествующему рождению фотона пренебрежимо мало, а энергия ТИ, как и в [8], пропорциональна времени наблюдения T : $\frac{dE_\omega}{d\omega} \propto T$.

В промежуточной области спектра $q^{-1}T^{-2} \ll \omega \ll q\gamma^4$ получаем:

$$\frac{dE_\omega}{d\omega} = -\frac{2\alpha}{\pi} \ln \left(\frac{1}{\gamma^2} \sqrt{\frac{\omega}{q}} \right). \quad (4)$$

Если частота излучения $\omega \gg q\gamma^4$, то плотность энергии ТИ определяется следующим выражением:

$$\frac{dE_\omega}{d\omega} = \frac{3\alpha}{8\pi} + \left(\frac{16\alpha q \gamma^4}{\pi \omega} \right). \quad (5)$$

Из формул (3) – (5) следует, что спектр излучения ультрарелятивистской частицы в среде с плоской границей перестраивается по сравнению с ситуацией, имеющей место для бесконечной рассе-

вающей среды. Это проявляет себя в зависимости энергии ТИ как от частоты, так и от времени движения частицы в веществе. А именно: энергия излучения оказывается существенно нелинейной функцией времени наблюдения T , а $\frac{dE_\omega}{d\omega}$ убывает в области достаточно малых длин волн, в то время как в бесконечной среде $\frac{dE_\omega}{d\omega}$ является монотонно возрастающей функцией частоты излучения. Графики зависимостей энергии излучения от частоты для различных толщин слоя вещества и в бесконечной рассеивающей среде представлены на рис. 1.

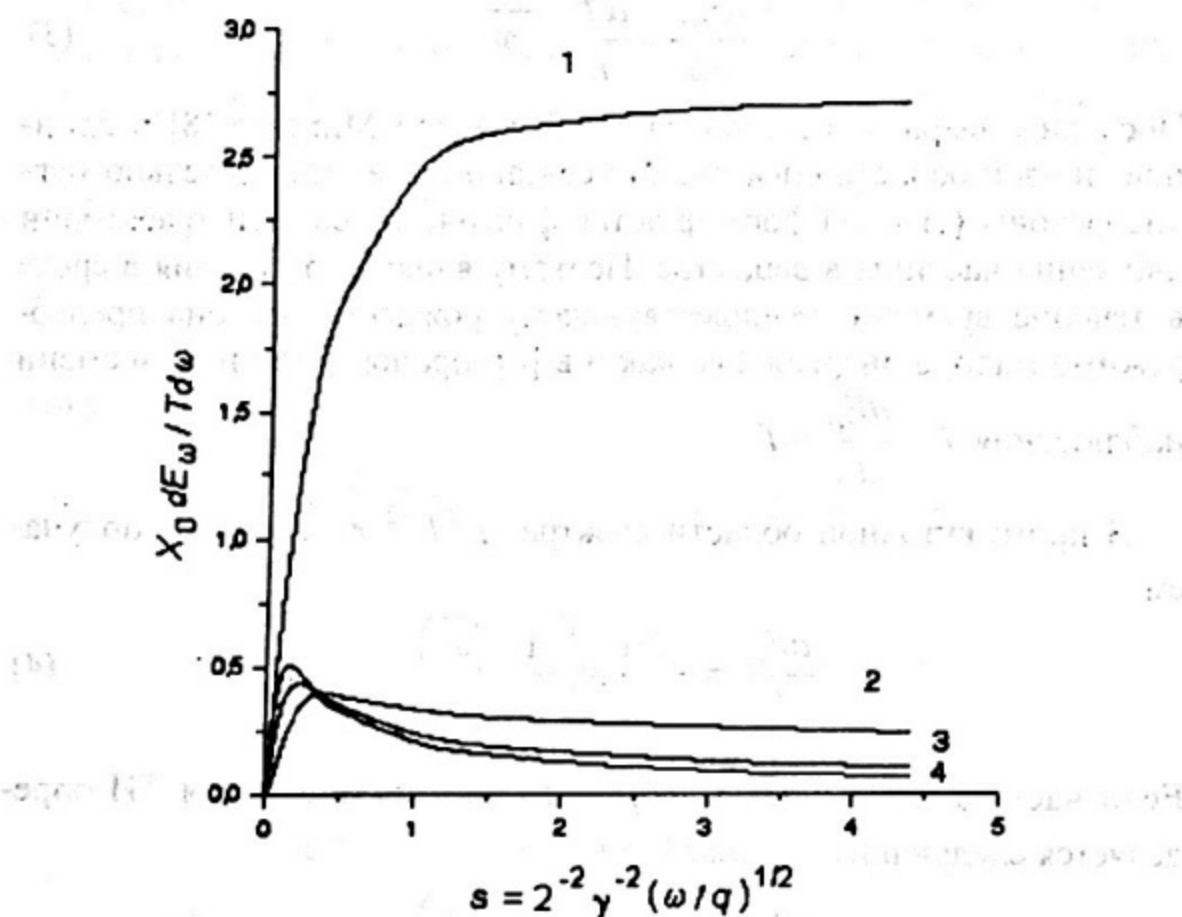


Рис. 1. Спектральное распределение энергии ТИ в среде (^{12}C) при энергии электронов 25 ГэВ: 1) спектральное распределение [6]; 2) $T = 0,02X_0$; 3) $T = 0,05X_0$; 4) $T = 0,1X_0$

2. ПРЕДЕЛЫ ПРИМЕНИМОСТИ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Необходимо отметить, что помимо указанных выше неравенств для энергии частицы и частоты излучения ($E \gg m$, $E \gg \omega$) на полученные в работе результаты налагаются дополнительные ограничения, связанные с характером рассеяния частицы в среде.

Основное приближение, используемое в работе, – малоугловое многократное рассеяние частиц. Поэтому всегда должно быть выполнено неравенство $qt \ll 1$, где t – любое характерное время задачи. В случае, когда T – время наблюдения, указанное ограничение означает, что

$$qT \ll 1. \quad (6)$$

При малоугловом рассеянии ультрарелятивистских частиц T – толщина слоя вещества (в единицах скорости частицы v_0), в котором происходит движение частицы. Вследствие неравенства (6) величину T нельзя считать сколь угодно большой, а среду – полубесконечной. Поскольку полученные соотношения не учитывают наличие второй границы, то необходимо указать, в каких случаях возможно пренебречь влиянием второй границы на величину энергии ТИ.

Вклад в поле излучения $\vec{H}$ на передней границы имеет порядок:

$$|\vec{H}| \propto \frac{[\vec{n}, \vec{v}_0]}{1 - \vec{n}\vec{v}_0} \propto \gamma. \quad (7)$$

Поле излучения, формируемое при пересечении задней границы, порядка

$$|\vec{H}| \propto \frac{[\vec{n}, \vec{v}(T)]}{1 - \vec{n}\vec{v}(T)} \propto (qT)^{-1/2}. \quad (8)$$

Тогда влияние второй границы пренебрежимо мало, если

$$qT\gamma^2 \gg 1. \quad (9)$$

Очевидно, что в случае движения ультрарелятивистской частицы, когда $\gamma \gg 1$, существует область изменения параметров задачи, в которой неравенства (6) и (9) не противоречат друг другу.

Таким образом, пределы применимости полученных результатов определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} \gamma^2 q T &\gg 1, \\ q T &\ll 1, \\ \gamma &= \frac{E}{m} \gg 1, \end{aligned} \quad (10)$$

где m и E – энергия и масса излучающей частицы; q – средний квадрат угла многократного рассеяния частицы на единице пути; T – толщина слоя вещества.

В экспериментально наблюдаемой ситуации, когда средний квадрат угла многократного рассеяния равен $q = \frac{4\pi\alpha}{\gamma^2} X_0^{-1}$ [9], неравенства (10) дают:

$$\frac{\alpha}{4\pi} \ll \frac{T}{X_0} \ll \frac{\alpha\gamma^2}{4\pi}, \quad (11)$$

где X_0 – радиационная длина [9].

Легко видеть, что последнее неравенство выполняется, начиная с $T \geq 10^{-2} X_0$, и отвечает условиям проведения экспериментов [1–3].

В заключение отметим, что спектральное распределение энергии (1) не переходит в формулы, полученные Мигдалом [6] вследствие выполнимости неравенства (6). А именно: в работе [6] исследовано ТИ в бесконечной однородной изотропной среде, в то время как в настоящей работе рассмотрено излучение частицей, многократно упруго рассеивающейся на малые углы в среде с плоской границей. При этом толщина среды такова, что, с одной стороны, в силу неравенства (6) $T \ll q^{-1}$. С другой стороны, для такой частицы среда становится бесконечной однородной и изотропной (а спектр ТИ совпадает с полученным ранее в [6]), когда $T \gg q^{-1}$.

3. СРАВНЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ДАНЫМИ ЭКСПЕРИМЕНТОВ [1 – 3]

Исследуем соответствие полученного спектра ТИ (1) в веществе с экспериментальными данными по излучению ультрарелятивистских электронов в среде [1 – 3]. В работах [1 – 3] измерялся выход γ -квантов с энергиями $\omega = k = 1 \div 500$ МэВ при прохождении ультрарелятивистских электронов ($E = 8$ ГэВ и $E = 25$ ГэВ) через различные материалы (С, Al, Fe, U) разной толщины.

В результате проведенных измерений было подтверждено наличие эффекта Ландау – Померанчука – Мигдала о подавлении интенсивности ТИ в далекой длинноволновой области спектра вследствие многократного упругого рассеяния излучающей частицы в веществе. Поскольку в работах [1 – 3] фиксировался выход фотонов для мишеней различной толщины, то представляется целесообразным сопоставить полученные результаты с данными эксперимента с точки зрения зависимости $dE_\omega/d\omega$ от T вследствие того, что формулы Мигдала не описывают экспериментальную ситуацию: энергия излучения в отличие от полученных в работе [6] результатов оказывается существенно нелинейной функцией толщины слоя вещества при фиксированной частоте излучения.

Заметим, что условия проведения экспериментов [1 – 3] были таковы, что неравенства (10), (11) выполняются для всех типов мишеней, используемых в экспериментах. Далее поскольку в реальной ситуации помимо многократного упругого рассеяния существуют другие факторы подавления ТИ в среде, такие как дисперсия среды, рождение электрон-позитронных пар, поглощение фотонов и т.д. Поэтому для сравнения полученных результатов с данными экспериментов необходимо выбрать такие частоты, для которых влияние всех эффектов, кроме многократного упругого рассеяния, пренебрежимо мало. В обзоре [9] показано, что в далекой длинноволновой области спектра $k = 1 \div 10$ МэВ существенное влияние на формирование ТИ оказывает дисперсия среды, в то время как для $k \gg 10$ МэВ решающую роль в подавлении ТИ в веществе играет именно многократное упругое рассеяние. Поэтому ниже будем сравнивать экспериментальные и теоретические зависимости энергии ТИ от толщины слоя вещества для $k = 100$ МэВ.

В формуле (1) для проведения численных расчетов удобно в явном виде вычислить действительную часть. Тогда из (1) для $sz_0 \gg 1$ получаем:

$$\begin{aligned} \frac{dE_\omega}{d\omega} = \frac{\alpha s}{\pi} & \left\{ \int_0^{z_0} dx \int_0^{z_0} dy \exp \left[-\frac{1}{2} s(x+y) \right] \times \right. \\ & + \frac{2 \left[\tanh x \left(\cos \left(\frac{s}{2} (x-y) \right) - \sin \left(\frac{s}{2} (x-y) \right) \right) \right]}{[\tanh^2 x + y^2] \cosh^2 x} + \\ & + \frac{2 \left[y \left(\cos \left(\frac{s}{2} (x-y) \right) + \sin \left(\frac{s}{2} (x-y) \right) \right) \right]}{[\tanh^2 x + y^2] \cosh^2 x} - \\ & - \frac{\tanh x \left(\cos \left(\frac{s}{2} (x-y) \right) - \sin \left(\frac{s}{2} (x-y) \right) \right)}{[\tanh^2 x + \tanh^2 y] \cosh^2 x} - \\ & - \frac{\tanh y \left(\cos \left(\frac{s}{2} (x-y) \right) + \sin \left(\frac{s}{2} (x-y) \right) \right)}{[\tanh^2 x + \tanh^2 y] \cosh^2 x} \left. \right\} + \\ & + \frac{1}{s} \int_0^{z_0} dx \exp \left[-\frac{1}{2} sx \right] \cdot \left(\cos \left(\frac{sx}{2} \right) + \sin \left(\frac{sx}{2} \right) \right) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sinh x \cdot \cosh x} \right) \left. \right\}. \quad (12) \end{aligned}$$

В экспериментах [1 – 3] измерялась средняя энергия, приходящаяся на один испущенный фотон, т.е. величина

$$\frac{dE_\omega}{\Delta N d\omega}, \quad (13)$$

где ΔN дается формулой:

$$\Delta N = \int_0^{\omega_{\max}} d\omega \frac{dE_{\omega}}{\omega d\omega}. \quad (14)$$

Величина $\omega_{\max}$ – максимальная частота излучения для рассматриваемого эксперимента, равная $\omega_{\max} = 500 \text{ МэВ}$ [1 – 3].

Результаты сравнения теоретических расчетов и данных экспериментов представлены на рис. 2 – 6. Анализ сравнения показывает, что расхождение результатов теории и эксперимента не превышает 15 %.

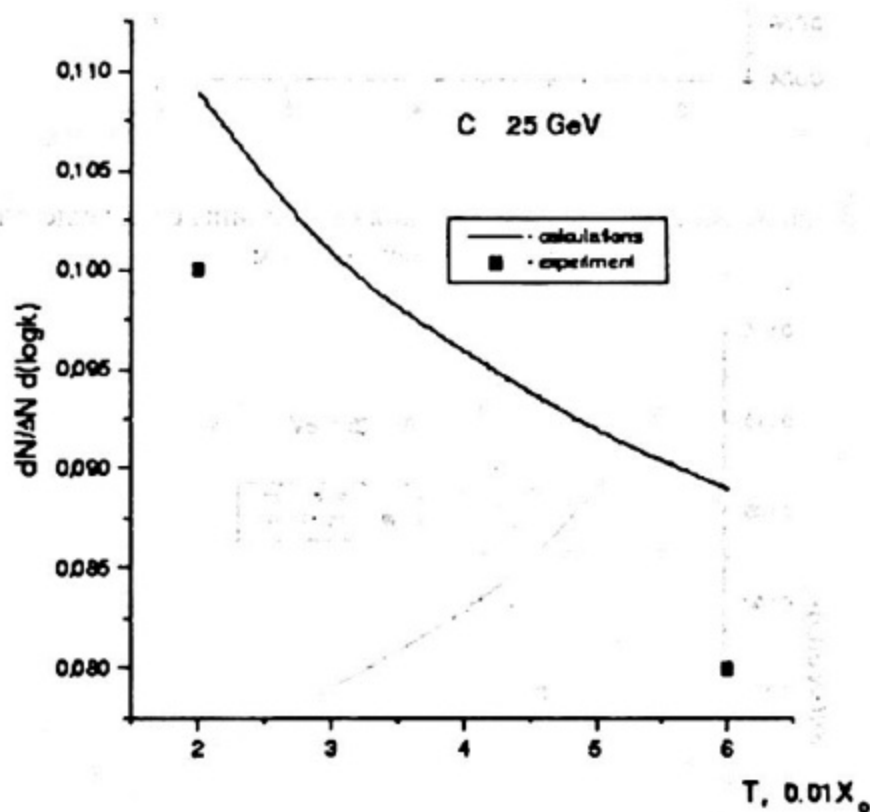


Рис. 2. Зависимость энергии излучения от толщины слоя вещества.
Сравнение с экспериментом

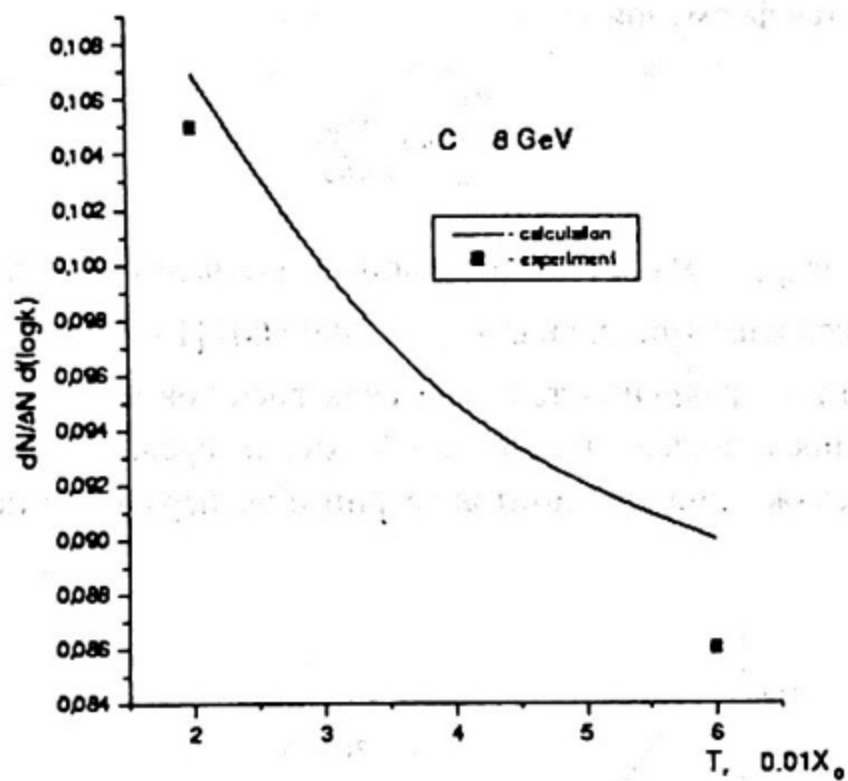


Рис. 3. Зависимость энергии излучения от толщины слоя вещества.
Сравнение с экспериментом

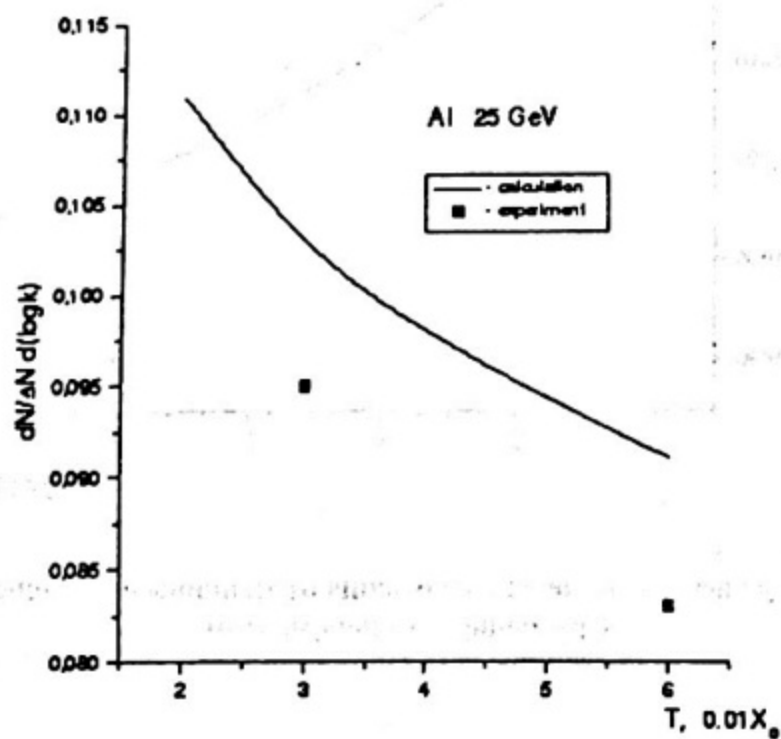


Рис. 4. Зависимость энергии излучения от толщины слоя вещества.
Сравнение с экспериментом

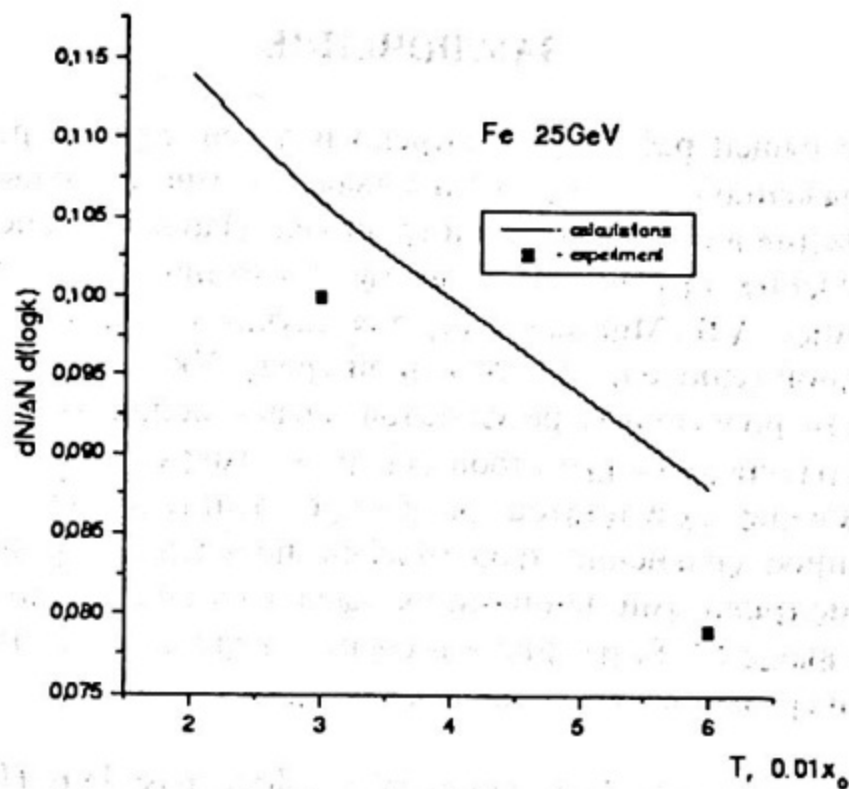


Рис. 5. Зависимость энергии излучения от толщины слоя вещества.
Сравнение с экспериментом

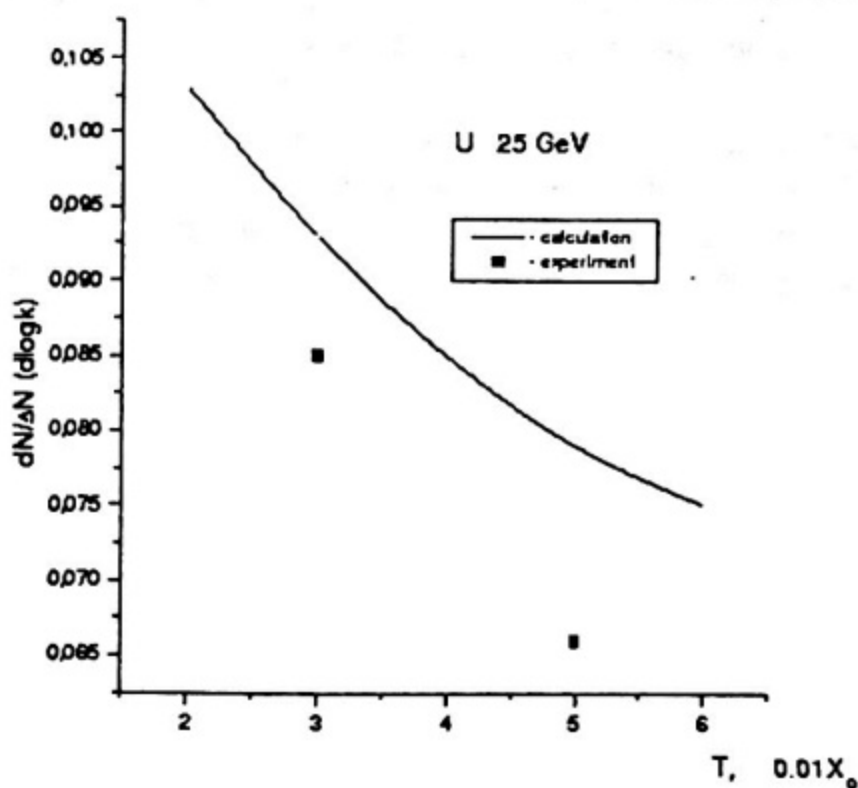


Рис. 6. Зависимость энергии излучения от толщины слоя вещества.
Сравнение с экспериментом

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассмотрено излучение ультрарелятивистской заряженной частицы, испытывающей многократные упругие столкновения в среде с плоской границей. Найденное спектральное распределение энергии ТИ существенно отличается от вычисленного ранее А.Б. Мигдалом [6] для случая излучения частицы в бесконечной однородной изотропной среде. Указаны пределы применимости полученных результатов, позволяющие установить интервалы изменения параметров задачи, в рамках которых возможно сопоставление результатов расчета с данными экспериментов. Проведенное сравнение теоретически полученных результатов с экспериментальными данными указывает на справедливость отмеченного выше [7, 8] различия в спектре излучения частицы в бесконечной среде и в среде с плоской границей.

Автор выражает благодарность профессорам Н.Б. Нарожному, В.Д. Муру и В.С. Ремизовичу за полезные замечания и обсуждения полученных результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Anthony P. et al. An Accurate Measurement of the Landau – Pommeranchuk – Migdal Effect // Phys. Rev. Lett. 1995. V. 75. P. 1949.
2. Anthony P. et al. Measurement of Dielectric Suppression of Bremsstrahlung // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76. P. 3550.
3. Anthony P. et al. Bremsstrahlung Suppression due to LPM and Dielectric Effects in a variety of Targets // Phys. Rev. 1997. V. D 56. P. 1373.
4. Ландау Л.Д., Померанчук И.Я. Пределы применимости теории тормозного излучения электронов и образования пар при больших энергиях. ДАН СССР, 1953. Т. 92. С. 535.
5. Ландау Л.Д., Померанчук И.Я. Электронно-лавинные процессы при сверхвысоких энергиях. ДАН СССР, 1953. Т. 92. С. 735.
6. Мигдал А.Б. Влияние многократного рассеяния на тормозное излучение при больших энергиях. ДАН СССР, 1954. Т. 96. С. 49.
7. Кошелкин А.В. К теории тормозного излучения в рассеивающих средах // ЖЭТФ. 2000. Т. 118. С. 302 – 311.
8. Koshelkin A.V. Bremsstrahlung by high energy particles in matter // J. Physics A: Math. Gen. 2002. V. 35. № 41. P. 8763 – 8778.
9. Klein S. Suppression of Bremsstrahlung and Pair Production due to Environmental Factors // Rev. Mod. Phys. 1999. V. 71. P. 1501 – 1585.

Андрей Васильевич Кошелкин

**ИЗЛУЧЕНИЕ БЫСТРЫХ ЧАСТИЦ
В-РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЕ
С ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЕЙ**

Препринт 001-2005

Рукопись поступила в редакционно-издательский отдел 07.02.2005

Редактор М.В. Макарова

Оригинал-макет изготовлен М.В. Макаровой

Подписано в печать 28.02.2005. Формат 60x84 1/16.

Печ.л. 1,0. Уч.-издл. 1,0. Тираж 100 экз.

Изд. № 001-2005. Заказ № 196

**Московский инженерно-физический институт
(государственный университет).**

Типография МИФИ.

115409, Москва, Каширское ш., 31