

К.В. БРУШЛИНСКИЙ<sup>1,2</sup>, В.В. КРЮЧЕНКОВ<sup>2</sup>, Е.В. СТЕПИН<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва, Россия

<sup>2</sup>Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Москва, Россия

## ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СТРОГОГО РАВНОВЕСИЯ ПЛАЗМЫ В ДВУМЕРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ МАГНИТНЫХ ЛОВУШЕК

Исследованы вопросы устойчивости равновесных плазменных конфигураций в магнитных ловушках относительно малых возмущений. Конкретно рассмотрены двумерные математические модели магнитных ловушек на примере ловушки «Пояс» из класса галатей, предложенных А. И. Морозовым. Конфигурации оказались устойчивы относительно двумерных возмущений в классическом смысле Ляпунова, однако было определено, что характер устойчивости связан с плотностью плазмы: с уменьшением плотности на внешней границе конфигурации возмущения скорости могут достигать сколь угодно больших значений. В случае трёхмерных возмущений конфигурации неустойчивы, а скорость и начало экспоненциального роста связаны с частотой фурье-гармоник возмущений.

K.V. BRUSHLINSKI<sup>1,2</sup>, V.V. KRIUCHENKOV<sup>2</sup>, E.V. STEPIN<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Federal Research Center Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

<sup>2</sup>National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, Russia

## ON THE STABILITY OF STRICT EQUILIBRIUM OF PLASMA IN TWO-DIMENSIONAL MATHEMATICAL MODELS OF MAGNETIC TRAPS

The issues of stability of equilibrium plasma configurations in magnetic traps with respect to small perturbations are investigated. Two-dimensional mathematical models of magnetic traps are considered specifically on the example of the "Belt" trap from the Galatea class proposed by A. I. Morozov. The configurations turned out to be stable with respect to two-dimensional perturbations in the classical Lyapunov sense but it was determined that the character of stability is related to the plasma density: as the density at the outer boundary of the configuration decreases, the velocity perturbations can reach any large values. In the case of three-dimensional perturbations, the configurations are unstable, and the rate and the onset of exponential growth are related to the Fourier-harmonic frequency of the perturbations.

Вопросы устойчивости представляют большой интерес в прикладных задачах программ управляемого термоядерного синтеза. Исследование устойчивости посредством построения математических моделей конфигураций плазмы и расчётов их возмущений представляется эффективным и ресурсоёмким. Тут рассматривается двумерная модель магнитоплазменных конфигураций в случае их строгого идеализированного равновесия, которая строится решением краевой задачи с уравнением Грэда-Шафранова. Эта идеализация модели влечёт за собой недоопределённость, поскольку решение задачи и уравнение состояния позволяют определить лишь две из трёх термодинамических величин: температуры, энтропии и плотности. Оставшаяся функция задаётся из каких-либо физических соображений. Типичным вариантом является задание плотности быстро убывающей к границам ловушки с целью их изоляции от плазмы.

В случае двумерных возмущений экспоненциальный рост во времени отсутствует, что означает устойчивость в смысле Ляпунова. Однако с убыванием плотности равновесных конфигураций возмущения скорости растут и, в случае типичного убывания плотности до нуля к границам ловушки, они достигают сколь угодно больших значений. Это явление, по-видимому, также является проявлением некой неустойчивости, но, во-первых, не в общепотребимом смысле, во-вторых, оно проявляет себя в области фактически отсутствия плазмы и потому не представляется опасным для равновесия. Исследована зависимость устойчивости от поведения плотности плазмы. Рассмотрены варианты плотности, связанные с изэнтропичностью и температурой плазменных конфигураций: «горячая» (постоянная температура) и «холодная» (быстро убывающая к границам температура) плазма, а также промежуточный вариант между ними. Расчёты показали, что случай «холодной» плазмы более устойчив чем случай «горячей», то есть в той же геометрической области значения возмущений скорости меньше по величине. Любопытным представляется то, что во всех расчётах с уменьшением плотности на границе конфигураций увеличиваются возмущения только скорости. Возмущения давления, магнитного поля и потока массы остаются практически неизменными с уменьшением плотности и сосредоточены в центре конфигураций. Это ещё раз демонстрирует факт устойчивости в привычном понимании. Далее исследовалось поведение трёхмерных возмущений. Установлено, что они экспоненциально растут со временем, а скорость и начало этого роста зависит от частоты возмущений. Таким образом исследуемые конфигурации оказались неустойчивы относительно трёхмерных возмущений в общепринятом смысле Ляпунова.

Содержание доклада только что опубликовано авторами в статье в «Докладах РАН. Математика, информатика, процессы управления.», 2024, том 519, с. 3-7.