С.А. ЛАДЫГИН, Р.Н. КАРАЧУРИН, К.Е. ШИЛЬНИКОВ, П.Н. РЯБОВ
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, Россия

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ПОСТРОЕНИЯ НЕРЕГУЛЯРНЫХ СЕТОК ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ КОНВЕКЦИИ-ДИФФУЗИИ

В данной работе исследуется задача с уравнением конвекции-диффузии в многомерном пространстве. Авторы представляют алгоритм построения нерегулярной сетки, который использует свойства квазислучайной последовательности для удовлетворения условия монотонности. Этот алгоритм позволяет эффективно генерировать сетки для различных коэффициентов конвекции и диффузии, и может быть обобщён для нестационарных уравнений.

S.A. LADYGIN, R.N. KARACHURIN, K.E. SHILNIKOV, P.N. RYABOV
National Research Nuclear University MEPhI, Moscow, Russia

ON A METHOD OF CONSTRUCTING IRREGULAR GRIDS FOR SOME CONVECTION-DIFFUSION PROBLEMS

This work investigates a problem with a convection-diffusion equation in multidimensional space. The authors present an algorithm for constructing an irregular grid that uses the properties of a quasi-random sequence to satisfy the monotonicity condition. This algorithm allows for efficient generation of grids for various convection and diffusion coefficients and can be generalized for non-stationary equations.

Рассмотрим задачи с уравнением конвекции-диффузии:

$$\begin{cases} (D+C)u(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}), \mathbf{x} = (x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(d)}) \in \Omega \in \mathbb{R}^d, \\ u(\mathbf{x}) = 0, \qquad x \in \partial\Omega. \end{cases}$$

Здесь $Du = -\nabla \cdot (k(\mathbf{x})\nabla u)$ – оператор диффузионного переноса, C – оператор конвективного переноса, который рассматривается в двух формах: недивергентная $C_1 u = \mathbf{v}(\mathbf{x}) \cdot \nabla u$ и дивергентная $C_2 u = \nabla \cdot (\mathbf{v}(\mathbf{x})u)$. В качестве расчётной области $\boldsymbol{\Omega}$ выбирается d-мерный прямоугольный параллелепипед.

Существует известное достаточное условие монотонности (которое представляет собой более строгое требование, чем простая устойчивость) для классической разностной схемы, полученной методом конечных объемов [1]:

$$\mathrm{Pe} \equiv \frac{|\mathbf{v}_{ij}| d_{ij}}{k_{ij}} < 2, \qquad (i,j) \in E. \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{v}_{ij}$ и k_{ij} – значения коэффициентов конвективного и диффузионного переносов в середине отрезка, соединяющего узлы i и j, d_{ij} – евклидово расстояние между узлами i и j, E – множество рёбер сетки. Слева в данном неравенстве представлено так называемое сеточное число Пекле.

С использованием свойств квазислучайной последовательности R_d[2] был разработан алгоритм построения нерегулярной сетки, удовлетворяющей достаточному условию монотонности (1) (см. Рис. 1). Алгоритм построения использует условие, которое либо принимает, либо отсекает следующую точку последовательности, что делает данный алгоритм эффективным с точки зрения времени выполнения.

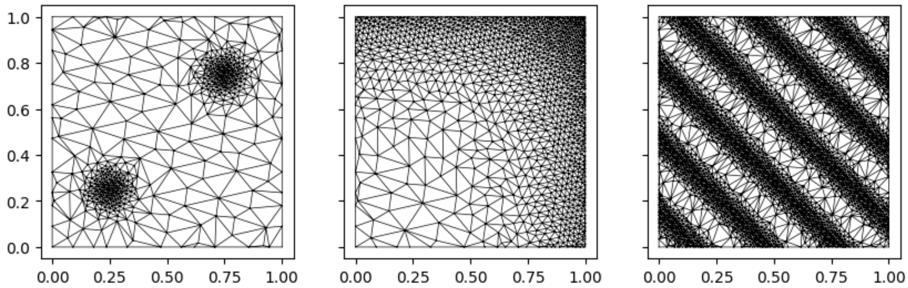

Рис. 1. Примеры сеток для разных коэффициентов конвекции и диффузии.

Следует отметить, что данный алгоритм легко обобщается на нестационарные уравнения, где сетка строится отдельно для каждого временного слоя.

Список литературы

1. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Численные методы решения задач конвекции-диффузии. — 2003.
2. Roberts M. The unreasonable effectiveness of quasirandom sequences //Extreme Learning. — 2018. — С. 04–25