

Г.О. БУЯНОВ, А.Р. КАРИМОВ

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, Россия

УРАВНЕНИЕ ЕРМАКОВА-ПИННИ И ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ЛЕНГМЮРОВСКИЕ ВОЛНЫ В ИЗОЭНТРОПИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

В рамках гидродинамического описания предложена простая аналитическая модель для нелинейных цилиндрических ленгмюровских волн в изоэнтропической плазме с неподвижными ионами. Исходя из обобщения частного, точного решения для изотермической плазмы [1], получено уравнение типа Ермакова-Пинни, которое используется для анализа динамики волн. Установлены условия, определяющие как регулярную, так и сингулярную динамику волн.

G.O. BUYANOV, A.R. KARIMOV

National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, Russia

ERMAKOV-PINNY EQUATION AND CYLINDRICAL LANGMUIR WAVES IN ISOENTROPIC PLASMA

In the framework of hydrodynamics description, a simple analytical model for nonlinear cylindrical langmuir waves in isoentropic plasma with immobile ions is proposed. Proceeding from generalization of partial, exact solution for isothermal plasma [1], we get the equation of Ermakov-Pinny type which is used for analyzing the wave dynamics. Conditions specifying the regular as well as singular wave dynamics are derived.

В рамках гидродинамического описания исследуется динамика нелинейных цилиндрических ленгмюровских волн, возбуждаемых в изоэнтропической плазме, где ионы образуют неподвижный фон. Задача рассматривается в электростатической, осесимметричной, двухмерной постановке для плазменного цилиндра, чья высота много меньше начального радиуса. Используя обобщение частного, точного аналитического решения уравнений гидродинамики для изотермической плазмы [1], получена система дифференциальных уравнений, описывающая динамику электронов с учетом конечной температуры электронов. В настоящей модели использовался параболический по радиусу, вогнутый/выпуклый температурный профиль, связанный с меняющейся только по времени электронной плотностью. Показано, что данная система обыкновенных дифференциальных уравнений сводится к обобщенному уравнению Ермакова-Пинни:

$$\frac{d^2W}{dt^2} + \frac{W}{2} = \frac{D_T}{W} + \frac{B_0^2}{W^3} \quad (1)$$

относительно $W = n^{-1/2}$, здесь n – плотность электронов, B_0 – начальное значение азимутальной скорости электронов, параметр $D_T = 1 \mp 4\beta_T^2/2$ отражает вид теплового слоя (знак минус в этом выражении соответствует вогнутому температурному профилю, знак плюс – выпуклому профилю) и влияние безразмерного теплового фактора β_T , представляющий собой отношение тепловой скорости электронов к характерной скорости задачи, выраженной через начальный радиус плазменного цилиндра и характерную ленгмюровскую частоту.

В случае $D_T = 0$ уравнение (1) сводится к классическому уравнению Ермакова-Пинни, имеющему элементарное аналитическое решение, с помощью которого и теоремы сравнения Чаплыгина об априорных оценках обыкновенных дифференциальных уравнений [2] удалось установить условия реализации регулярной и сингулярной динамики цилиндрической ленгмюровской волны.

Список литературы

1. Каримов А.Р., Буянов Г.О. Нелинейная динамика цилиндрических волн в изотермической плазме. Вестник НИЯУ МИФИ. 2024;13(6):373-379
2. Чаплыгин С.А. Избранные труды, Наука, М. – 1976.