621.91
Ф 36

Профессор С. М. ФЕЙНБЕРГ

ТЕОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ

Часть II

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ ПО КУРСУ

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР
МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

620.91
Ф-36

Профессор С. М. ФЕЙНБЕРГ

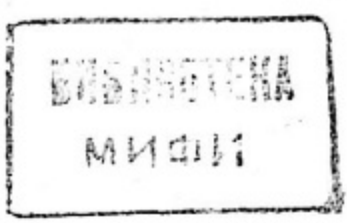
ТЕОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ

295946

Часть II

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ ПО КУРСУ

11 лекций



МОСКВА
1961

Конспект составлен ассистентом кафедры
профессора А. И. Лейпунского,
Т. Е. ПЕТРОВОЙ

Лекция 1

ГЛАВА V

КРИТИЧЕСКИЕ РАЗМЕРЫ РЕАКТОРА В ВОЗРАСТНОМ И МНОГОГРУППОВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

§ 1. Постановка задачи

Все встречающиеся в практике реакторы имеют сложный спектр нейтронов. Расчет таких реакторов можно произвести точно, если воспользоваться газокинетическим уравнением, или приближенно, основываясь на возрастной теории.

Рассмотрим гомогенный реактор без отражателя. Активная зона реактора — некоторое выпуклое тело, заполненное мультиплицирующим веществом. Под границей тела будем понимать экстраполированную границу, отстоящую от истинной на $0{,}71\ \lambda_{tr}$. Значение экстраполированной добавки, равное $0{,}71\ \lambda_{tr}$, справедливо, если поглощение в среде слабое и λ_{tr} мало меняется с энергией.

Сформулируем математически процесс цепной ядерной реакции. Будем исходить из представлений возрастной теории. Поток замедления j есть функция $\vec{r}$, E и t:

$$j = j(\vec{r},\ E,\ t).$$

Если размер реактора равен критическому, то реактор будет находиться в стационарном состоянии, т. е.

$j = j(\vec{r},\ \tau)$, где однозначная функция энергии

$$\tau = \int_{E}^{E_0} \frac{\lambda_s \lambda_{tr}}{3\xi} \frac{dE'}{E'}.$$

Таким образом, поток замедления j характеризует спектр нейтронов, т. е. показывает распределение нейтронов по энергиям в реакторе.

Кроме замедляющихся, в реакторе имеются тепловые нейтроны. Поток тепловых нейтронов Φ есть функция только координаты точки:

$$\Phi = \Phi(\vec{r}).$$

Для $\tau > 0$ поток замедления удовлетворяет уравнению замедления с учетом поглощения. Последнее предполагается «слабым»:

$$\Delta j - \frac{\partial j}{\partial \tau} - \frac{j}{L_\tau^2} = 0, \qquad (5,1)$$

где $L_\tau^2 = \frac{\lambda_s \lambda_c}{3}$, а $L_\tau = L_\tau(\tau)$, т. к. λ_s и λ_c зависят от E.

Поток тепловых нейтронов удовлетворяет уравнению диффузии с источниками

$$D\Delta\Phi - \Sigma_c^T \Phi + j(\vec{r}, \tau_T) = 0, \qquad (5,2)$$

где

$$\tau_T = \int_{E_T}^{E_0} \frac{\lambda_s \lambda_{tr}}{3\xi} \frac{dE'}{E'}.$$

Сформулируем уравнение для $\tau = 0$, которое будет начальным условием задачи. При составлении баланса замедляющихся нейтронов мы предполагали, что источники быстрых нейтронов моноэнергетические, т. е. все рождающиеся быстрые нейтроны имеют одну и ту же энергию, например среднюю энергию спектра деления. Для вновь родившихся нейтронов $\tau = 0$. При $\tau = 0$ число начинающих замедляться быстрых нейтронов $j = j(\vec{r}, 0)$, т. е. поток замедления $j(\vec{r}, 0)$ равен скорости генерации быстрых нейтронов.

Разобьем весь диапазон энергии на две области: тепловую и надтепловую. Каждый поглощенный тепловой нейтрон вызовет деление ядра и появление $k_T \Sigma_a^T \Phi(\vec{r})$ быстрых нейтронов. Но в реакторе возможно деление и на быстрых нейтронах. Скорость захвата быстрых нейтронов в интервале $d\tau$ равна

$$\frac{j(\vec{r}, \tau)}{L_\tau^2} d\tau.$$

Каждый поглощенный быстрый нейтрон приведет к возникновению k_τ новых быстрых нейтронов, причем k_τ есть функция энергии. Всего вторичных быстрых нейтронов при делении на быстрых нейтронах в интервале $d\tau$ появится

$$\frac{k_\tau \cdot j(\vec{r}, \tau)\, d\tau}{L_\tau^2}.$$

Так как захватываются быстрые нейтроны всех энергий, это выражение нужно проинтегрировать от 0 до τ_T:

$$\int_0^{\tau_T} \frac{k_\tau j(\vec{r}, \tau)\, d\tau}{L_\tau^2}.$$

Тогда окончательно

$$j(\vec{r}, 0) = k_T \Sigma_a^T \Phi(\vec{r}) + \int_0^{\tau_T} k_\tau(\tau) \frac{j(\vec{r}, \tau)}{L_\tau^2} d\tau. \qquad (5,3)$$

Индекс T означает, что значение физического параметра берется при тепловой энергии.

Мы получили начальное условие задачи, которое пригодно лишь в случае слабого поглощения. Однако в реакторе есть зоны с сильным резонансным поглощением. В этих зонах полученное условие неприменимо. При расчете реактора такие зоны выделяются и рассматриваются отдельно.

Пусть в i-й энергетической полосе происходит сильное резонансное поглощение. Полосе i соответствует энергия E_i и возраст τ_i. Тогда $j(\vec{r}, \tau_i - \varepsilon)$ есть поток замедления выше, а $j(\vec{r}, \tau_i + \varepsilon)$ — поток замедления ниже данного уровня энергии (см. рис. 59). Ширину области сильного поглощения характеризует ε. Если $2\varepsilon \ll \tau$, то пространственной диффузией

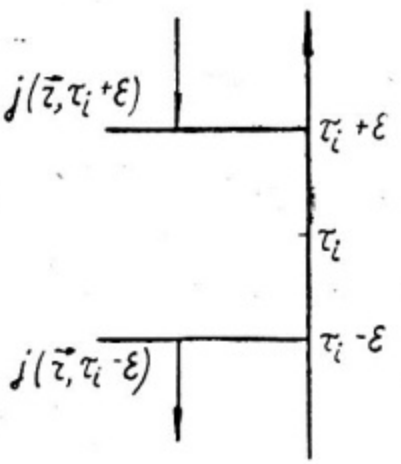


Рис. 59. Поток замедления

нейтронов в полосе сильного поглощения можно пренебречь. Тогда можно считать, что на резонансном уровне происходит скачок потока замедления в φ_i^* раз, где $\varphi_i^* \leqslant 1$ — вероятность избежать поглощения на интервале $(\tau_i \pm \varepsilon)$:

$$\varphi_i^* \cdot j(\vec{r}, \tau_i - \varepsilon) = j(\vec{r}, \tau_i + \varepsilon).$$

Кроме начальных условий, необходимо определить граничные условия задачи. Эти условия следующие

$$\left.\begin{aligned} j(\vec{R}, \tau) &= 0, \\ \Phi(\vec{R}) &= 0, \end{aligned}\right\} \tag{5,4}$$

где $\vec{R}$ — экстраполированный размер активной зоны.

Таким образом, мы получили математическую формулировку задачи в возрастном приближении.

§ 2. Решение задачи для гомогенной активной зоны без отражателя

В случае однородной активной зоны, граничащей с вакуумом, задачу можно решить методом разделения переменных. Это означает, что решения j и Φ можно представить в виде:

$$\left.\begin{aligned} j &= \psi(\vec{r})\,\chi(\tau), \\ \Phi &= a\psi(\vec{r}). \end{aligned}\right\} \tag{5,5}$$

Предположим, что j нормировано на единицу, т. е. $\chi(0) = 1$. Функция $\psi(\vec{r})$ удовлетворяет волновому уравнению $\Delta\psi + \varkappa^2\psi = 0$ при условии, что $\psi(\vec{R}) = 0$. Тогда для выбранного решения граничные условия (5, 4) выполняются автоматически для любого τ. Для доказательства возможности представления решений в виде (5, 5) подставим j и Φ в уравнения (5, 1) и (5, 2)

$$\chi\Delta\psi - \psi\frac{\partial\chi}{\partial\tau} - \frac{\psi\chi}{L_\tau^2} = 0.$$

Из волнового уравнения

$$\Delta\psi \equiv -\varkappa^2\psi.$$

Тогда

$$\left.\begin{aligned} &-\chi\varkappa^2\psi - \psi\frac{\partial\chi}{\partial\tau} - \frac{\psi\chi}{L_\tau^2} = 0 \\ \text{или}\quad &\varkappa^2\chi + \frac{\partial\chi}{\partial\tau} + \frac{\chi}{L_\tau^2} = 0. \end{aligned}\right\} \tag{5,6}$$

Это уравнение содержит лишь функцию χ, которая зависит от τ. Подставим j в уравнение для скачка потока замедления на уровне τ_i:

$$\varphi_i^*\,\psi(\vec{r})\,\chi(\tau_i - \varepsilon) = \psi(\vec{r})\,\chi(\tau_i + \varepsilon), \tag{5,7}$$

$$\varphi_i^*\,\chi(\tau_i - \varepsilon) = \chi(\tau_i + \varepsilon),$$

а Φ — в уравнение диффузии (5, 2):

$$-aD\varkappa^2\psi(\vec{r}) - \Sigma_a^\tau a\psi(\vec{r}) + \psi(\vec{r})\,\chi(\tau_\tau) = 0. \tag{5,8}$$

Преобразуем начальное условие (5, 3):

$$j(\vec{r},\ 0) = \psi(\vec{r}) = k_\tau \Sigma_a^\tau a\psi(\vec{r}) + \psi(\vec{r}) \int_0^{\tau_\tau} k_\tau(\tau) \frac{\chi(\tau)}{L_\tau^2} d\tau. \quad (5,9)$$

Мы получили систему из четырех уравнений, которые содержат функцию χ, зависящую только от τ. Если эта система уравнений совместна, то j и Φ действительно можно представить в виде произведений двух функций, одна из которых зависит только от τ, а другая зависит только от $\vec{r}$, т. е. переменные разделяются. Из уравнения (5, 8)

$$a = \frac{\chi(\tau_\tau)}{\Sigma_a^\tau (1 + \varkappa^2 L^2)}.$$

Подставим a в уравнение (5, 9)

$$1 = k_\tau \frac{\chi(\tau_\tau)}{(1 + \varkappa^2 L^2)} + \int_0^{\tau_\tau} k_\tau \frac{\chi(\tau)}{L_\tau^2} d\tau. \quad (5,10)$$

Найдем $\chi(\tau)$, решая уравнение (5, 6)

$$\chi\left(\varkappa^2 + \frac{1}{L_\tau^2}\right) + \frac{\partial\chi}{\partial\tau} = 0,$$

$$\chi(\tau) = e^{-\varkappa^2\tau - g_\tau},$$

где

$$g_\tau = \int_0^\tau \frac{d\tau}{L_\tau^2}.$$

Убедиться в правильности найденного решения можно, подставив его в уравнение (5, 6)

$$\varkappa^2 e^{-\varkappa^2\tau - g_\tau} - \left(\varkappa^2 + \frac{1}{L_\tau^2}\right) e^{-\varkappa^2\tau - g_\tau} + \frac{1}{L_\tau^2} e^{-\varkappa^2\tau - g_\tau} \equiv 0.$$

Получили тождество, т. е. решение найдено верно.

Полученное решение $\chi(\tau)$ справедливо до первого резонансного уровня. При переходе через первый резонанс $\chi(\tau)$ уменьшается в φ_1^* раз, при переходе через второй резонанс $\chi\varphi_1^*$ уменьшается в φ_2^* раз и так далее. Для $\tau > \tau_i$

$$\chi(\tau) = e^{-\varkappa^2\tau - g_\tau} \prod_{k=1}^{i} \varphi_k^*,$$

где $\prod_{k=1}^{i} \varphi_k^*$ — произведение φ_k^* для всех уровней выше j.

Обозначим $\prod_{k=1}^{i} \varphi_k^*$ через φ_i.

Тогда

$$\chi(\tau) = \varphi_i e^{-\varkappa^2\tau - g_\tau}$$

Отсюда видно, что φ_i есть вероятность нейтрону достичь уровня i, не претерпев резонансного поглощения. Итак, для j и Φ получены следующие выражения

$$\left.\begin{aligned} j &= \psi(\vec{r})\,\chi(\tau), \\ \Phi &= \psi(\vec{r})\,\frac{\chi(\tau)}{\Sigma_a^T(1+\varkappa^2 L^2)}, \end{aligned}\right\} \qquad (5{,}11)$$

где $\chi(\tau) = \varphi_i e^{-\varkappa^2\tau - g_\tau}$ для $\tau > \tau_i$, $g_\tau = \int_0^\tau \frac{d\tau}{L_\tau^2}$ и $L_\tau^2 = \frac{\lambda_s(E)\,\lambda_c(E)}{3}$.

§ 3. Критическое уравнение для реактора со сложным спектром нейтронов

Уравнение (5, 10) называют критическим, так как оно определяет критический размер реактора.

При наличии резонансных уровней интегрирование в этом уравнении от 0 до τ_T необходимо производить между уровнями и результаты сложить во всем диапазоне τ, т. е.

$$1 = k_T \frac{\chi(\tau_T)}{(1+\varkappa^2 L^2)} + \sum_i \varphi_i \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} k_\tau e^{-\varkappa^2\tau - g_\tau} \frac{d\tau}{L_\tau^2}. \qquad (5{,}12)$$

Рассмотрим некоторые предельные случаи критического уравнения.

1. $g_T \equiv g_{\tau_T} \ll 1$.

Это условие в пределе, т. е. при $g_T = 0$, описывает реактор на тепловых нейтронах.

В выражение для g_τ входит L_τ^2 — длина диффузии нейтрона до поглощения с энергией τ, т. е. g_τ характеризует поглощение надтепловых нейтронов. Если длина диффузии быстрых нейтронов до поглощения равна бесконечности, то $g_\tau \cong 0$ и, следовательно, поглощение надтепловых нейтронов отсутствует, реактор работает на тепловых нейтронах.

Выясним физический смысл членов критического уравнения. Первый член правой части уравнения (5,12) есть число быстрых нейтронов, генерируемых при поглощении нейтронов в тепловой области. Второй член уравнения (5,12) есть число быстрых нейтронов, генерируемых при поглощении нейтронов в надтепловой области. В случае, когда $g_\tau \ll 1$ и L_τ стремится

к бесконечности, второй член равен нулю, критическое уравнение принимает вид:

$$1 = \frac{k_т}{1 + \varkappa^2 L^2} \varphi e^{-\varkappa^2 \tau_т}. \qquad (5{,}13)$$

а) Рассмотрим большой ядерный реактор, для которого $\varkappa^2 \tau_т \ll 1$.

$$k_\infty = \varphi k_т \cong (1 + \varkappa^2 L^2)(1 + \varkappa^2 \tau_т) \cong 1 + \varkappa^2 (\tau_т + L^2).$$

Величина $(\tau_т + L^2)$ носит название квадрата длины миграции или площади миграции и обозначается через M^2.

$$M^2 = \tau_т + L^2.$$

Квадрат длины миграции можно определить, как $^1/_6$ среднего квадрата расстояния от точки рождения быстрого нейтрона до точки, где этот нейтрон поглощается тепловым. Окончательно,

$$k_\infty = 1 + \varkappa^2 M^2, \text{ или } \varkappa^2 = \frac{k_\infty - 1}{M^2}, \qquad (5{,}14)$$

где $\varkappa^2$ — геометрический параметр, который определяется критическим размером.

б) Для реактора с водяным замедлителем обычно $\tau_т \gg L^2_т$. Поэтому $\varkappa^2 L^2 \ll 1$ и приближенно $1 + \varkappa^2 L^2 \cong e^{\varkappa^2 L^2}$. Равенство (5,13) перепишем в виде

$$k_\infty \cong e^{\varkappa^2 L^2} \cdot e^{\varkappa^2 \tau_т} = e^{\varkappa^2 (L^2 + \tau_т)} = e^{\varkappa^2 M^2},$$

откуда

$$\varkappa^2 = \frac{\ln k_\infty}{M^2}. \qquad (5{,}15)$$

Эта формула пригодна также и для маленького реактора, в котором $\varkappa^2 M^2$ немало по сравнению с единицей.

Критерием размера реактора принято считать величину $(k_\infty - 1)$. Если она примерно равна единице, то реактор физически мал, если много меньше единицы, то реактор физически большой.

2. В качестве второго предельного случая рассмотрим реактор на тепловых и эпитепловых нейтронах.

Эпитепловыми принято называть нейтроны, имеющие энергию, лежащую ниже первого резонанса U^{238}, т. е. нейтроны с энергией выше тепловой, но ниже 6 *эв*. Для нейтронов с более высокой энергией L_τ предполагается очень большим и, следовательно,

$$g_r = \int_0^{\tau_r} \frac{d\tau}{L^2_\tau} \ll 1,$$

тогда, если пренебречь величиной g_r, критическое уравнение будет иметь вид:

$$1 = \frac{k_\tau \varphi e^{-\varkappa^2\tau - g_\tau}}{1 + \varkappa^2 L^2} + \varphi \int_{\tau_r}^{\tau_T} k_\tau \frac{d\tau}{L_\tau^2} \cdot e^{-\varkappa^2\tau - g_\tau}. \qquad (5{,}16)$$

Индекс r указывает на то, что данная физическая величина соответствует энергии резонанса $E_r = 6$ *эв*. Выражение τ_T соответствует значению энергии $\sim 0{,}1$ *эв*. Упростим уравнение (5, 16).

В интервале энергий $0{,}1 \div 5$ *эв* $e^{-\varkappa^2\tau}$ и k_τ слабо зависят от τ, поэтому среднее значение произведения $k_\tau e^{-\varkappa^2\tau}$ можно вынести из-под знака интеграла. Тогда

$$1 \cong \frac{k_T \varphi e^{-\varkappa^2\tau - g_r}}{1 + \varkappa^2 L^2} + \varphi \overbrace{(k_\tau \cdot e^{-\varkappa^2\tau})} \cdot (e^{-g_r} - e^{-g_T}), \qquad (5{,}17)$$

где $(k_\tau \cdot e^{-\varkappa^2\tau})$ — среднее значение произведения $(k_\tau \cdot e^{-\varkappa^2\tau})$, а $(e^{-g_r} - e^{-g_T}) \cong (1 - e^{-g_T})$ — доля нейтронов, поглощенных в эпитепловой области. Величина g_T в таком реакторе порядка 1.

3. Рассмотрим реактор только на промежуточных нейтронах. В этом случае $g_T \gg 1$. Тепловой член в критическом уравнении существенно мал. Тогда

$$1 \cong \sum_i \varphi_i (k_\tau(\tau) e^{-\varkappa^2\tau})_i (e^{-g_{\tau i}} - e^{-g_{\tau i+1}}), \qquad (5{,}18)$$

так как

$$\int_0^\tau e^{-g_\tau} \frac{d\tau}{L_\tau^2} = \int_0^\tau e^{-g_\tau} dg_\tau = e^{-g_\tau}.$$

Член в скобках $(e^{-g_{\tau i}} - e^{-g_{\tau i+1}})$ характеризует поглощение нейтронов на участке спектра от τ_i до τ_{i+1}. По этому интервалу энергии усредняется величина $k_\tau \cdot e^{-\varkappa^2\tau}$, т. е. по определению:

$$(k_\tau e^{-\varkappa^2\tau})_i (e^{-g_{\tau i}} - e^{-g_{\tau i+1}}) =$$

$$= \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \frac{k_\tau e^{-\varkappa^2\tau - g_\tau}}{L_\tau^2} d\tau = \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} (k_\tau e^{-\varkappa^2\tau}) e^{-g_\tau} dg_\tau.$$

Заметим, что $(e^{-g_{\tau i}} - e^{-g_{\tau i+1}})$ есть доля нейтронов, поглощенных в энергетической полосе

$$(\tau_i, \tau_{i+1}) \equiv (E_i, E_{i+1}).$$

§ 4. Спектр нейтронов в реакторе

Разберем вопрос о спектре нейтронов в реакторе. Поток замедления равен $j(\vec{r}, \tau) = \psi(\vec{r}) e^{-\varkappa^2\tau - g(\tau)}$. Множитель $\psi(\vec{r})$ характеризует лишь интенсивность потока, а не его спектр. Спектр нейтронов определяется множителем $e^{-\varkappa^2\tau - g(\tau)}$. В самом деле, поток нейтронов $\Phi = nv$ из спектра замедления для какой-либо энергии E связан с потоком замедления j соотношением

$$nv = \Phi \cong \frac{\bar{j}}{\xi \Sigma_s E}.$$

Для двух каких-либо уровней энергии E_1 и E_2 отношение потоков $\Phi(E_1)$ и $\Phi(E_2)$ равно

$$\frac{\Phi(E_1)}{\Phi(E_2)} = \frac{\xi\Sigma_{s2}\, j(E_1) E_1}{\xi\Sigma_{s1}\, j(E_2) E_2} = \frac{\Sigma_{s2}}{\Sigma_{s1}} \cdot \frac{E_2}{E_1} \cdot \frac{j(E_1)}{j(E_2)}.$$

Таким образом, зная зависимость потока замедления от энергии, мы знаем также и спектр замедляющихся нейтронов. Как известно, для спектра замедления Ферми, поток замедления не зависит от энергии (или τ). В этом случае, т. е. для спектра Ферми, с точностью до произвольной постоянной можно положить для всякого τ поток замедления $j = 1$. Если положить $j = 1$ при начальной энергии быстрого нейтрона $E = E_0$, то при других меньших энергиях j становится меньше 1 и спектр замедления отличен от спектра Ферми. За количественную меру отклонения от спектра Ферми удобно принять отклонение j от 1.

Рассмотрим большой ядерный реактор, в котором поглощение в надтепловой области слабое. В таком реакторе $g(\tau) \ll 1$, $\tau\varkappa^2 \ll 1$, т. е. $(\varkappa^2\tau + g(\tau)) \ll 1$. Тогда зависимость потока замедления от τ становится очень слабой. Именно $j \cong [1 - \varkappa^2\tau + g(\tau))]\psi(\vec{r})$. Напомним, что поток замедления j не зависит от τ как раз для спектра Ферми. Следовательно, в большом тепловом реакторе спектр нейтронов близок к спектру Ферми.

Если $\varkappa^2\tau \sim 1$ или велико резонансное поглощение $(g_\tau \gtrsim 1)$, то в таком реакторе наблюдается сильное отклонение от спектра Ферми.

Если резонансное поглощение в реакторе очень мало и размеры реактора незначительны (в критическом реакторе $\varkappa^2\tau_\tau$ не может быть $\gg 1$), тогда, как мы увидим, степень искажения спектра Ферми не может быть больше 2.

Действительно, в малом тепловом реакторе для достижения критичности должно выполняться уравнение (5, 13)

$$k_\infty = (1 + \varkappa^2 L^2) e^{\varkappa^2\tau_\tau},$$

или

$$e^{\varkappa^2\tau_T} = \frac{k_\infty}{1+\varkappa^2 L^2} < k_\infty.$$

Следовательно, величина

$$e^{-\varkappa^2\tau} > e^{-\varkappa^2\tau_T} > \frac{1}{k_\infty}.$$

Так как k_∞ в тепловом реакторе не превышает сколь-нибудь заметно 2 ни в одном известном случае, то отклонение от спектра Ферми, характеризуемое величиной $e^{-\varkappa^2\tau}$, также будет небольшим.

Если поглощение в процессе замедления сильное, то отличие спектра в реакторе от спектра Ферми может быть больше двукратного. Из значения $g = \int_0^\tau \frac{d\tau}{L_\tau^2} = \frac{1}{\xi}\int_E^{E_0} \frac{\Sigma_c(E)}{\Sigma_{tr}(E)} \cdot \frac{dE}{E}$ видно, что g может стать $\gg 1$ за счет сильного надтеплового поглощения.

Таким образом, мы убедились, что

в большом тепловом реакторе спектр нейтронов мало отличается от спектра замедления Ферми,

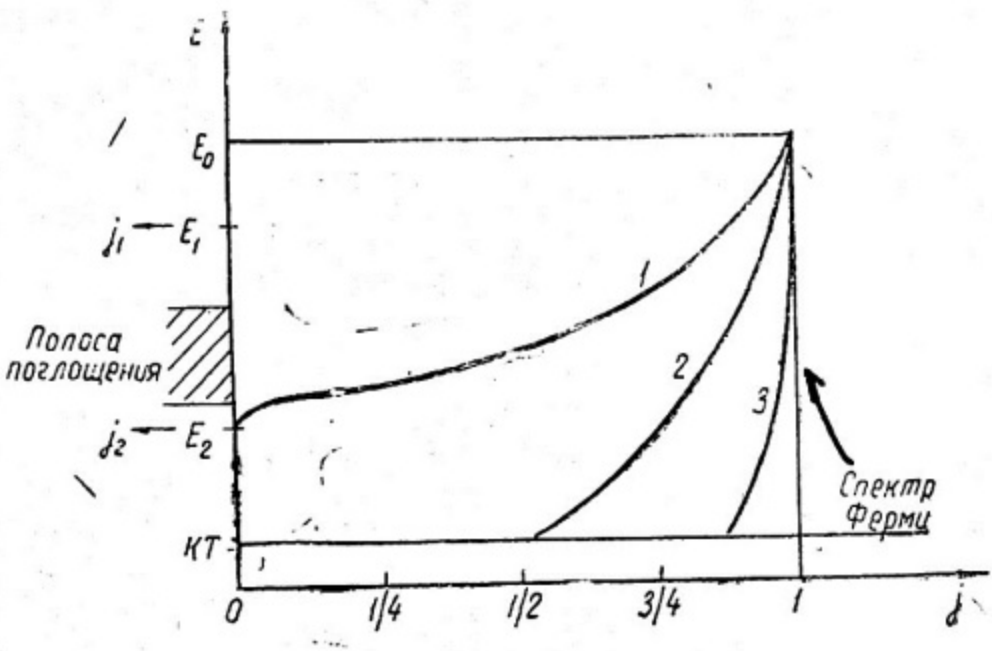


Рис. 60. Поток замедления в реакторе: *1* — надтепловой реактор ($g_\tau \gg 1$); *2* — маленький тепловой реактор ($g_\tau \sim 1, \varkappa^2\tau \sim 1$), *3* — большой тепловой реактор ($g_\tau \ll 1$, $\varkappa^2\tau \ll 1$)

в маленьком тепловом реакторе отклонение от спектра Ферми не превышает двукратного,

в надтепловом реакторе отклонение от спектра Ферми может быть сколь угодно велико.

Описанная ситуация иллюстрируется рис. 60.

§ 5. Спектр излучения реактора

Все вышесказанное относится к спектру нейтронов внутри реактора. Посмотрим, какой спектр испускает весь ядерный реактор. Оказывается, что спектры различны. Для вычисления спектра излучения воспользуемся элементарной теорией диффузии.

Вычислим поток нейтронов данной энергии, который движется от поверхности реактора. Рассмотрим реактор без отражателя

$$j = -D\nabla\Phi = -\frac{\lambda_{tr}}{3}\nabla\Phi = -\frac{\lambda_{tr}}{3}\nabla j\,\frac{1}{\xi\Sigma_s E}\,.$$

Для интервала энергии dE

$$-D\nabla\Phi dE = -\frac{\lambda_{tr}\,dE\nabla j}{3\xi\Sigma_s E} = d\tau\nabla j. \qquad (5{,}19)$$

Полученный результат означает, что для вычисления пространственного потока нейтронов в шкале τ нужно пространственный градиент потока замедления умножить на дифференциал $d\tau$.

Поток тепловых нейтронов от реактора будет равен

$$-D_\tau\nabla\Phi_\tau = -\frac{\lambda_{tr}^\tau}{3}\nabla\Phi_\tau.$$

Чтобы составить представление о спектре излучения от реактора, вычислим отношение потока надтепловых нейтронов к потоку тепловых нейтронов, покидающих реактор. Пространственный поток в интервале $d\tau$ на поверхности реактора равен

$$d\tau\nabla j = d\tau e^{-\varkappa^2\tau - g(\tau)}\nabla\psi\big|_R.$$

Проинтегрируем по всем τ

$$\int_0^{\tau_T} d\tau\nabla j = \left(\int_0^{\tau_T} d\tau e^{-\varkappa^2\tau - g(\tau)}\right)\nabla\psi\Big|_R.$$

Поток тепловых нейтронов на поверхности равен

$$D_\tau\nabla\psi\big|_R\, e^{-\varkappa^2\tau - g_\tau}\cdot\frac{\varphi}{\Sigma_c^\tau(1+\varkappa^2L^2)}\,.$$

Отношение потоков G равно

$$G = \frac{\int_0^{\tau_T} e^{-\varkappa^2\tau - g(\tau)}\,d\tau}{\frac{D_\tau}{\Sigma_0^\tau}\cdot\frac{\varphi\cdot e^{-\varkappa^2\tau - g(\tau_T)}}{(1+\varkappa^2L^2)}} = \frac{1+\varkappa^2L^2}{L^2\varphi}\cdot e^{\varkappa^2\tau_T + g_T}\int_0^{\tau_T} e^{-\varkappa^2\tau - g(\tau)}\,d\tau. \qquad (5{,}20)$$

Практический интерес представляет также отношение потока замедления до энергии E_1 к полному потоку надтепловых нейтронов. Оно равно

$$G_1 = \frac{\int_0^{\tau_1} e^{-\varkappa^2\tau - g}\, d\tau}{\int_0^{\tau_T} e^{-\varkappa^2\tau - g}\, d\tau}. \qquad (5{,}21)$$

Рассмотрим тепловой ядерный реактор, для которого $g(\tau_T) \ll 1$. Тогда, если пренебречь g_τ,

$$\int_0^{\tau_T} e^{-\varkappa^2\tau - g_\tau}\, d\tau \cong \frac{1 - e^{-\varkappa^2\tau_T}}{\varkappa^2}.$$

Откуда

$$G = \frac{1 + \varkappa^2 L^2}{L^2\varphi} \cdot e^{\varkappa^2\tau_T} \frac{1 - e^{-\varkappa^2\tau_T}}{\varkappa^2} = \frac{(1 + \varkappa^2 L^2)\,(e^{\varkappa^2\tau_T} - 1)}{L^2\varphi\varkappa^2}.$$

Для величины G_1 получим следующее выражение

$$G_1 = \frac{1 - e^{-\varkappa^2\tau_1}}{1 - e^{-\varkappa^2\tau_T}}.$$

Для большого теплового реактора $g_T \ll 1$, $\varkappa^2\tau_T \ll 1$ и, следовательно,

$$G \cong \frac{\tau_T}{L^2} \cdot \frac{1 + \varkappa^2 L^2}{\varphi},$$

$$G_1 \cong \frac{\tau_1}{\tau_T}.$$

Сравним большой графитовый реактор с большим водяным реактором. В первом количество вылетающих надтепловых нейтронов примерно равно количеству вылетающих тепловых нейтронов, так как $\tau_T \sim L^2$. В водяном реакторе $\tau_T \gg L^2$ и из реактора вылетают в основном надтепловые нейтроны (их в 10 раз больше, чем тепловых).

Все полученные выражения справедливы для реактора без отражателя. Если активная зона реактора окружена отражателем, то полученные выражения только грубо качественно описывают потоки, вылетающие из активной зоны.

МНОГОГРУППОВОЙ МЕТОД

§ 6. Уравнения многогруппового метода

В многослойных реакторах спектр нейтронов зависит от координаты точки, в которой он определяется. В этом случае переменные энергии и координаты не разделяются, как это

обычно делают, рассматривая однородный реактор. Для решения таких задач удобно пользоваться так называемым многогрупповым методом.

Рассмотрим основное уравнение теории замедления с учетом поглощения

$$\Delta j - \frac{\partial j}{\partial \tau} - \frac{3j}{\lambda_s \lambda_c} = 0.$$

Проинтегрируем его

$$\int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} \left(\Delta j - \frac{\partial j}{\partial \tau} - \frac{3j}{\lambda_s \lambda_c} \right) d\tau = 0,$$

$$\Delta \int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} j(\vec{r}, \tau)\, d\tau - \int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} \frac{\partial j}{\partial \tau} - \int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} \frac{3j}{\lambda_s \lambda_c} d\tau = 0.$$

Преобразуем члены полученного уравнения.

По теореме о среднем

$$\Delta \int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} j(\vec{r}, \tau)\, d\tau = \overline{\Delta j}_{\binom{k+1}{k}} \delta\tau_{k+1}, \text{ где } \delta\tau_{k+1} = \tau_{k+1} - \tau_k.$$

Второй интеграл, очевидно, равен разности $j(\vec{r}, \tau_{k+1})$ и $j(\vec{r}, \tau_k)$. Произведем замену переменных в третьем интеграле

$$\int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} \frac{3j}{\lambda_s \lambda_c} d\tau = \int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} j dg.$$

Применим теорему о среднем

$$\int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} j dg = \overline{j}_{k+1} \int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} dg = \overline{j}_{k+1} \delta g_{k+1},$$

где

$$\delta g_{k+1} = g(\vec{r}, \tau_{k+1}) - g(\vec{r}, \tau_k).$$

После подстановки уравнение замедления можно переписать

$$\delta\tau_{k+1} \overline{\Delta j}_{\binom{k+1}{k}} - j(\vec{r}, \tau_{k+1}) - j_{k+1} \delta g_{k+1} + j(\vec{r}, \tau_k) = 0. \quad (5,22)$$

Если уменьшать интервал $\delta\tau_{k+1}$, или, как его называют, интервал разбиений, то уравнение (5, 22) в пределе перейдет в исходное дифференциальное.

При большом числе разбиений можно считать, что поток замедления j слабо меняется в пределах интервала $\delta\tau_{k+1}$, т. е.

среднее значение не будет сильно отличаться от значений j во всем интервале и на его концах

$$\overline{j}\binom{k+1}{k} \equiv \overline{j}_{k+1} \cong j_{k+1}.$$

При таком допущении из уравнения (5, 22) получим систему уравнений, дифференциальных только по координатам

$$\delta\tau_{k+1}\Delta j_{k+1}(\vec{r}) - j_{k+1}(\vec{r}) - j_{k+1}\delta g_{k+1} + j_k(\vec{r}) = 0. \qquad (5{,}23)$$

Эта система уравнений описывает баланс нейтронов в процессе замедления. Первый член уравнения есть вклад в баланс нейтронов за счет пространственной утечки (диффузии), второй — утечка нейтронов за счет замедления, третий — поглощение нейтронов, а последний член уравнения представляет собой прибыль нейтронов за счет замедления из более высокой области энергии. Систему (5, 23) мы должны дополнить уравнением, описывающим группу тепловых нейтронов, т. е. уравнением диффузии с источниками

$$\Delta\Phi - \frac{\Phi}{L_\tau^2} + \frac{q}{D} = 0,$$

где q — поток замедления из надтепловой области в тепловую. Окончательно получим для m-групп следующую систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&\delta\tau_1\Delta j_1 - j_1(1+\delta g_1) + j_0 = 0,\\
&\delta\tau_k\Delta j_k - j_k(1+\delta g_k) + j_{k-1} = 0,\\
&\delta\tau_{m-1}\Delta j_{m-1} - j_{m-1}(1+\delta g_{m-1}) + j_{m-2} = 0,\\
&L_\tau^2\Delta\Phi - \Phi + \lambda_c^\tau q = 0,
\end{aligned}\right\} \qquad (5{,}24)$$

где

$$q = j_{m-1}, \quad j_0 = k_\tau\Sigma_c^\tau\Phi + \sum_{k=1}^{m-1} k_{\tau k}\,\delta g_k j_k.$$

Таким образом, от системы уравнений в частных производных мы перешли к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. В этом заключается приближение метода групп. Его точность определяется числом разбиений. Чем их больше, т. е. чем меньше $\delta\tau$, тем метод точнее. Если одновременно существуют области сильного и слабого изменений j по τ, то следует брать разные по величине интервалы разбиений.

Для того чтобы задача была поставлена правильно, необходимо записать граничные и начальные условия.

Пусть реактор состоит из 1, 2, 3 . . . . n слоев. Каждый слой однороден, но различные слои различаются физическими свойствами. На границе каждого слоя необходимо записать

условия сшивания. Они задаются между слоем s и слоем $s+1$. Условия вытекают из требования непрерывности потока nv и диффузионного потока i для нейтронов любых энергий.

1. Условия сшивания для тепловых нейтронов

$$\left.\begin{aligned} \Phi_{(s)} &= \Phi_{(s+1)}, \\ \lambda_s^{(s)} \nabla\Phi_{(s)} &= \lambda_s^{(s+1)} \nabla\Phi_{(s+1)}. \end{aligned}\right\} \tag{5,25}$$

2. Условия сшивания для замедляющихся нейтронов

$$\frac{j_k^{(s)}}{\xi\Sigma_{sk}^{(s)}} = \frac{j_k^{(s+1)}}{\xi\Sigma_{sk}^{(s+1)}},$$

$$\delta\tau_k^{(s)} \nabla j_k^{(s)} = \delta\tau_k^{(s+1)} \nabla j_k^{(s+1)}, \tag{5.26}$$

где

$$\delta\tau_k^{(s)} = \int_{k-1}^{k} \frac{\lambda_s^{(s)\,2}}{3\xi^{(s)}} \cdot \frac{dE}{E}.$$

Для внешней границы справедливы граничные условия

$$\left.\begin{aligned} j_n(\vec{R}) &= 0, \\ \Phi(\vec{R}) &= 0, \end{aligned}\right\} \tag{5,27}$$

где $\vec{R}$ — экстраполированный размер.

Приведенные выше условия сшивания предполагают слабое поглощение в процессе замедления, т. е. предполагается, что $\lambda_c \gg \lambda_s$.

§ 7. Техника применения метода многих групп

Наиболее просто задача решается для двух групп. Рассмотрим простейший случай теплового двуслойного реактора. Все нейтроны в реакторе разбиваются только на две группы: тепловые и надтепловые.

Запишем систему (5, 24) для двух групп

$$\left.\begin{aligned} \delta\tau_1 \Delta j_1 - j_1(1 + \delta g_1) + j_0 &= 0, \\ L^2\Delta\Phi - \Phi + j_1\lambda_c^{\tau} &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{5,28}$$

Для теплового реактора $\delta g_1 = 0$, $\delta\tau_1 = \tau_т \cong \tau$.
Тогда

$$\left.\begin{aligned} \tau\Delta j - j + k\Sigma_c^{\tau}\Phi &= 0, \\ L^2\Delta\Phi - \Phi + \lambda_c^{\tau} j &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{5,29}$$

5-29

Библиотека МИФИ 17

На границе стыка двух слоев активной зоны условия сшивания примут вид

$$\left.\begin{aligned} \frac{j}{\xi\Sigma_s} &= \left(\frac{j}{\xi\Sigma_s}\right)', \\ \tau\nabla j &= (\tau\nabla j)', \\ \Phi &= \Phi' \\ \lambda_s\nabla\Phi &= \lambda_s'\nabla\Phi'. \end{aligned}\right\} \qquad (5{,}30)$$

Если второй слой граничит с вакуумом, то $j\big|_{\vec{R}} = 0$, и $\Phi\big|_{\vec{R}} = 0$, где $\vec{R}$ — внешняя граница второго слоя, и всюду j и Φ ограничены.

Лекция 3

Исследуем свойства решений канонической системы уравнений (5, 29). Будем искать поток замедляющихся нейтронов j в виде $j = AX + BY$, а поток тепловых нейтронов в виде $\Phi = A\gamma_\alpha X + B\gamma_\beta Y$, где X и Y — функции, удовлетворяющие волновым уравнениям

$$\Delta X + \alpha^2 X = 0,$$

$$\Delta Y + \beta^2 Y = 0,$$

а A, B, γ_α и γ_β — постоянные интеграции.

Докажем, что j и Φ можно представить, как суперпозиции X и Y. Подставим эти выражения в уравнение (5,29). Так как выражения для j и Φ линейны относительно X и Y, то они будут удовлетворять линейной системе (5, 29) отдельно по X и отдельно по Y. Например, X должно удовлетворить уравнениям

$$\left.\begin{aligned} \Delta AX - \frac{AX}{\tau} &= -\frac{k_\infty\Sigma_c^\tau}{\tau}A\gamma_\alpha X, \\ \Delta A\gamma_\alpha X - \frac{A\gamma_\alpha X}{L^2} &= -\frac{AX}{D}. \end{aligned}\right\} \qquad (5{,}31)$$

Из волнового уравнения следует, что $\Delta X \equiv -\alpha^2 X$. Заменим в системе (5, 31) лапласиан X на $(-\alpha^2 X)$. Разделим оба уравнения на $AX \neq 0$. Получим

$$\left.\begin{aligned} \alpha^2 + \frac{1}{\tau} &= \frac{k_\infty\Sigma_c^\tau\gamma_\alpha}{\tau}, \\ \alpha^2\gamma_\alpha + \frac{\gamma_\alpha}{L^2} &= \frac{1}{D}. \end{aligned}\right\} \qquad (5{,}32)$$

Мы получили систему двух уравнений, содержащих только

постоянные величины. Эти уравнения не противоречат друг другу. Из (5, 32) найдем α и γ_α.

$$\tau\alpha^2 + 1 = k_\infty \Sigma_c^T \gamma_\alpha,$$
$$D\gamma_\alpha (\alpha^2 L^2 + 1) = L^2.$$

Отсюда

$$\gamma_\alpha = \frac{\alpha^2\tau + 1}{k_\infty \Sigma_c^T} = \frac{L^2}{D(1 + \alpha^2 L^2)}. \qquad (5,33)$$

Но так как

$$\frac{L^2}{D} = \frac{1}{\Sigma_c^T},$$

то

$$(1 + \alpha^2\tau)(1 + \alpha^2 L^2) = k_\infty,$$

или

$$\left(\alpha^2 + \frac{1}{\tau}\right)\left(\alpha^2 + \frac{1}{L^2}\right) = \frac{k_\infty}{\tau L^2}. \qquad (5,34)$$

Из этого биквадратного уравнения можно найти α^2. Аналогично получим уравнение для нахождения γ_β и β^2. Окончательно

$$\gamma_\beta = \frac{1 + \beta^2\tau}{k_\infty \Sigma_c^T} = \frac{L^2}{D(1 + \beta^2 L^2)}, \qquad (5,35)$$

$$\left(\beta^2 + \frac{1}{\tau}\right)\left(\beta^2 + \frac{1}{L^2}\right) = \frac{k_\infty}{\tau L^2}. \qquad (5,36)$$

Найдем α^2:

$$\alpha^4 + \alpha^2\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{L^2}\right) - \frac{k_\infty - 1}{\tau L^2} = 0,$$

$$\alpha^2 = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{L^2}\right) \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{L^2}\right)^2 + \frac{k_\infty - 1}{L^2\tau}}.$$

При $k_\infty > 1$ корень в решении для α^2 больше первого члена. Условимся при определении α брать знак плюс, а при определении β — знак минус перед корнем. Тогда

$$\alpha^2 = \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{L^2}\right)^2 + \frac{k_\infty - 1}{\tau L^2}} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{L^2}\right), \qquad (5,37)$$

$$\beta^2 = -\left[\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{L^2}\right)^2 + \frac{k_\infty - 1}{\tau L^2}} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{L^2}\right)\right]. \qquad (5,38)$$

Для случая $k_\infty - 1 \ll 1$ можно найти следующие приближенные значения α^2 и β^2:

$$\left.\begin{aligned} \alpha^2 &\cong \frac{k_\infty - 1}{\tau + L^2}, \\ \beta^2 &\cong -\left[\frac{1}{\tau} + \frac{1}{L^2}\right]. \end{aligned}\right\} \qquad (5,39)$$

Отсюда видно, что $|\beta^2| \gg |\alpha^2|$. Если $k_\infty - 1 \sim 1$, то $|\alpha^2| \sim |\beta^2|$. В случае чистого замедлителя $k_\infty = 0$ и

$$\left.\begin{aligned} \alpha^2 &= -\frac{1}{L^2}, \\ \beta^2 &= -\frac{1}{\tau}. \end{aligned}\right\} \qquad (5{,}40)$$

Итак, при $k_\infty > 1$: $\alpha^2 > 0$, $\beta^2 < 0$ и, следовательно, X есть тригонометрическая, а Y — гиперболическая функции.

При $k_\infty < 1$: α^2 и $\beta^2 < 0$, поэтому X и Y — гиперболические функции.

§ 8. Двухгрупповой метод в применении к активной зоне с отражателем

Пусть граничат две среды. В одной $k_\infty > 1$, а в другой $k_\infty = 0$, т. е. иначе говоря, активная зона окружена отражателем (см. рис. 61).

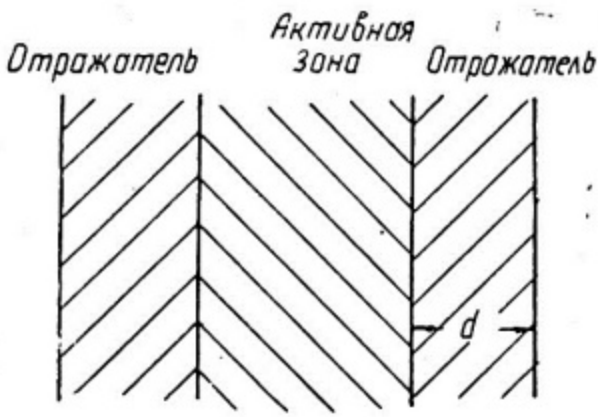


Рис. 61. Активная зона с отражателем

Для активной зоны с $k_\infty > 1$ справедлива система уравнений

$$\Delta j - \frac{j}{\tau} = -\frac{k_\infty \Sigma_c^\tau \Phi}{\tau},$$

$$\Delta\Phi - \frac{\Phi}{L^2} = -\frac{j}{D}.$$

Для отражателя, где $k_\infty = 0$, справедлива система уравнений

$$\Delta j' - \frac{j'}{\tau'} = 0,$$

$$\Delta\Phi' - \frac{\Phi'}{L'^2} = -\frac{j'}{D'}.$$

Штрихом обозначены величины, относящиеся к отражателю.

Сформулируем граничные условия на границе отражателя и вакуума и условия сшивания на границе активной зоны и отражателя:

$j' = 0$, $\Phi' = 0$ — для внешней поверхности отражателя,

$$\left.\begin{aligned} &\tau \nabla j = \tau' \nabla j', \\ &\frac{j}{\xi \Sigma_s} = \frac{j'}{\xi' \Sigma_s'}, \\ &D \nabla \Phi = D' \nabla \Phi', \quad \Phi = \Phi'. \end{aligned}\right\}$$ для поверхности стыка отражателя с активной зоной.

Запишем решения для активной зоны и отражателя. Соответственно

$$j = AX + BY,$$
$$\Phi = A\gamma_\alpha X + B\gamma_\beta Y,$$
$$j' = A'X' + B'Y',$$
$$\Phi' = A'\gamma_\alpha' X' + B'\gamma_\beta' Y'.$$

Чтобы найти ход потока быстрых и тепловых нейтронов в реакторе, необходимо определить j и Φ, а, следовательно, γ_α, γ_β, α^2, β^2, а также постоянные A, B, A', B'. Постоянные γ_α, γ_β, α^2, β^2 определяются из выведенных выше соотношений (5, 33), (5, 35), (5, 37), (5, 38). Постоянные A, A', B, B' определяются из условия сшивания (5, 30). Однако, кроме этих констант, в волновых функциях X и Y, X' и Y', являющихся решениями дифференциальных уравнений второго порядка, есть еще свои произвольные постоянные. Их четыре. Они определяются из граничных условий.

Если расписать граничные условия и условия сшивания, подставив j, j', Φ и Φ', то получится однородная линейная система уравнений. Система таких уравнений имеет нетривиальные решения, если ее детерминант равен нулю. Этот детерминант определяет критическое условие для реактора. Из него находят критический размер.

Написанная система будет иметь бесчисленное множество решений, пропорциональных произвольной постоянной, поэтому все возможные решения будут давать подобные распределения потока нейтронов. Физически это говорит о том, что уровень мощности реактора, находящегося в стационарном (критическом) состоянии, может быть произвольным.

Для рассматриваемого плоского реактора толщиной $2h$, окруженного отражателем толщиной d,

$$X = \cos \alpha x + C_1 \sin \alpha x,$$
$$Y = \operatorname{ch} \beta x + C_2 \operatorname{sh} \beta x.$$

К двум константам A и B из решений для j и Φ прибавились еще две константы C_1 и C_2 из решений для X и Y. Аналогично для отражателя мы получим четыре постоянные A', B', C_1', C_2'. Всего восемь констант. A, B, A' и B' определяются из условий сшивания. Причем одной из констант, например A, приписывается произвольное постоянное значение, что объясняется возможностью работы критического реактора на произвольном уровне мощности. Остальные постоянные определяются из граничных условий.

Найдем функции X и Y для активной зоны и X' и Y' для отражателя. Из условия симметрии в активной зоне $X=\cos \alpha x$, а $Y = ch|\beta|x$. X' и Y' удобно записать в виде $X'=(\operatorname{sh}|\alpha'|x+\omega')$, $Y' = \operatorname{sh}(\beta'|x+\omega_1')$.

Значения ω' и ω_1' находятся из граничных условий

$$j'(h+d) = 0,$$

$$\Phi'(h+d) = 0.$$

Отсюда

$$\omega' = -|\alpha'|(h+d), \quad \omega_1' = -|\beta'|(h+d).$$

Тогда

$$X' = \operatorname{sh}|\alpha'|(x-h-d), \quad Y' = \operatorname{sh}|\beta'|(x-h-d).$$

Осталось записать условие сшивания для определения A, B, A', B'.

Условия сшивания для быстрых нейтронов:

$$\frac{1}{\xi\Sigma_s}(A\cos\alpha h + B\operatorname{ch}|\beta|h) = \frac{1}{\xi'\Sigma_s'}(-A'\operatorname{sh}|\alpha'|d - B'\operatorname{sh}|\beta'|d),$$

$$\tau(-\alpha A\sin\alpha h + |\beta|B\operatorname{sh}|\beta|h) = \tau'(A'|\alpha'|\operatorname{ch}|\alpha'|d +$$

$$+ B'|\beta'|\operatorname{ch}|\beta'|d).$$

Условия сшивания для тепловых нейтронов:

$$A\gamma_\alpha\cos\alpha h + B\gamma_\beta\operatorname{ch}|\beta|h = -A'\gamma_\alpha'\operatorname{sh}|\alpha'|d - B'\gamma_\beta'\operatorname{sh}|\beta'|d,$$

$$\lambda_s(-\alpha A\gamma_\alpha\sin\alpha h + |\beta|B\gamma_\beta\operatorname{sh}|\beta|h) =$$

$$= \lambda_s'(A'|\alpha'|\gamma_\alpha'\operatorname{ch}|\alpha'|d + B'|\beta'|\gamma_\beta'\operatorname{ch}|\beta'|d)$$

Получили систему из четырех однородных линейных уравне-

ний. Выпишем определитель этой системы, равный нулю, для критического реактора:

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{\xi\Sigma_s}\cos\alpha h & \frac{1}{\xi\Sigma_s}\operatorname{ch}|\beta|h & \frac{1}{\xi'\Sigma_s'}\operatorname{sh}|\alpha'|d \\ & \frac{1}{\xi'\Sigma_s'}\operatorname{sh}|\beta'|d & \\ -\tau\alpha\sin\alpha h & \tau|\beta|\operatorname{sh}|\beta|h & -\tau'|\alpha'|\operatorname{ch}|\alpha'|d \\ & -\tau'|\beta'|\operatorname{ch}|\beta'|d & \\ \gamma_\alpha\cos\alpha h & \gamma_\beta\operatorname{ch}|\beta|h & \gamma_\alpha'\operatorname{sh}|\alpha'|d \\ & \gamma_\beta'\operatorname{sh}|\beta'|d & \\ -\lambda_s\alpha\gamma_\alpha\sin\alpha h & |\beta|\gamma_\beta\operatorname{sh}|\beta|h & -\lambda_s'|\alpha'|\gamma_\alpha'\operatorname{ch}|\alpha'|d \\ & -|\beta'|\gamma_\beta'\operatorname{ch}|\beta'|d & \end{vmatrix} = 0.$$

Раскрыв этот определитель, получим уравнение, которое будет связывать материальные параметры реактора α, β, α', β', $\xi\Sigma_s$, $\xi'\Sigma_s'$, λ_s, λ_s', τ, τ' и его геометрические параметры h и d. Таким образом, из этого уравнения можно определить критический размер, если известна толщина отражателя, или найти толщину отражателя, при которой данный реактор станет критическим.

Для определения распределения потоков быстрых и тепловых нейтронов в реакторе надо найти коэффициенты A, B, A', B'. Для этого, положив $A = 1$, найдем B, A', B' из первых трех уравнений системы.

Так как в большинстве случаев $|\beta| \gg \alpha$, определитель (или критическое уравнение) значительно упрощается.

Поделив первый столбец на $\sin\alpha h$, второй на $\operatorname{sh}|\beta|h$, третий на $\operatorname{sh}|\alpha'|d$, а четвертый на $\operatorname{sh}|\beta'|d$ и приняв во внимание, что если $|\beta|h \gg 1$, то $\operatorname{cth}|\beta|h \sim 1$, мы можем записать критическое уравнение в виде $\operatorname{ctg}(\alpha h) = F(\tau, \tau', \xi\Sigma_s \ldots)$, из которого сравнительно просто найти h.

Поставленную задачу можно решить также методом эффективной добавки δ. Эффективной добавкой называют уменьшение размера активной зоны за счет отражателя. По определению δ основная гармоника потока должна обращаться в нуль в точке $(h + \delta)$, т. е. $\cos(h + \delta)\ \alpha = 0$, тогда $\alpha(h + \delta) = \frac{\pi}{2}$. Критическое уравнение преобразуется следующим образом: $\operatorname{ctg}\alpha h = F(\tau, \tau', \ldots) = \operatorname{ctg}(\alpha h + \alpha\delta - \alpha\delta) = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\delta\right) = \operatorname{tg}\alpha\delta$. Из такого уравнения можно найти h или δ. Добавив δ к размерам активной зоны реактора, строят поток нейтронов по одногрупповой теории.

Посмотрим, каково распределение потока тепловых нейтронов в реакторе с отражателем. Оказывается, что вблизи границы активной зоны и отражателя наблюдается всплеск потока нейтронов в отражателе. Этот всплеск объясняется тем, что время жизни теплового нейтрона в отражателе больше, чем в активной зоне (см. рис. 62).

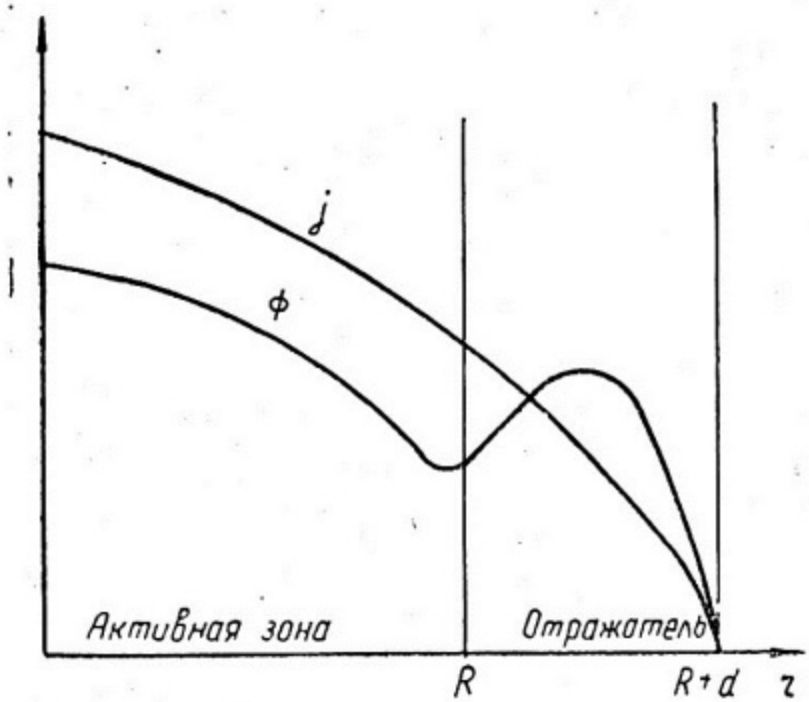


Рис. 62. Потоки быстрых (j) и тепловых (Φ) нейтронов в реакторе

Для потока быстрых нейтронов подобного всплеска не наблюдается.

Лекция 4

ГЛАВА VI

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ РЕШЕТКИ ГЕТЕРОГЕННОГО РЕАКТОРА

§ 1. Коэффициент использования тепловых нейтронов

Коэффициент мультипликации k_∞ определяется для гетерогенной активной зоны так же, как и для гомогенной, т. е. формулой четырех сомножителей:

$$k_\infty = \nu\mu\varphi\Theta.$$

Однако величина отдельных коэффициентов в k_∞ для гетерогенной системы иная, чем для гомогенной. Эта разница, возникающая за счет блочной гетерогенной структуры активной зоны, носит название блок-эффекта.

Остановимся на определении коэффициента использования тепловых нейтронов Θ. Для гомогенной смеси горючего и замедлителя, включая конструкционные материалы,

$$\Theta = \frac{\Sigma_U^c}{\Sigma_U^c + \Sigma_{\text{зам}}^c + \Sigma_k^c}, \qquad (6,1)$$

где Σ_U^c, $\Sigma_{\text{зам}}^c$, Σ_k^c — макроскопические эффективные сечения составляющих активной зоны, т. е. макроскопические сечения, усредненные по энергетическому спектру тепловых нейтронов. В гомогенном реакторе плотность нейтронов одинакова во всех составных частях смеси и поэтому макроскопическое эффективное сечение данного компонента активной зоны определяется формулой

$$\Sigma = \int_0^\infty \rho\sigma(E)\,\Phi(E)\,dE = \rho\int_0^\infty \sigma(E)\,\Phi(E)\,dE.$$

Обозначим эффективное микроскопическое сечение

$$\bar{\sigma} = \int_0^\infty \sigma(E)\,\Phi(E)\,dE,$$

где $\Phi = n(E)^\circ v$.

Тогда

$$\Sigma = \rho\bar{\sigma}, \qquad (6,2)$$

Поскольку эффективные сечения зависят от энергетического спектра нейтронов $\Phi(E)$, величина Θ в общем случае не может быть определена без вычисления вида спектра. Однако если сечения всех составных частей смеси различны по величине, но одинаково изменяются с энергией, величина Θ может быть определена без знания $\Phi(E)$.

В частном, но имеющем большое практическое значение, случае, в тепловой области сечение составных частей смеси следует известному закону $\frac{1}{v}$. Тогда

$$\bar{\sigma} = \sigma_0(E_0)\int_0^\infty \sqrt{\frac{E_0}{E}}\,\Phi(E)\,dE, \qquad (6,3)$$

где E_0 — произвольно выбранная энергия, которой соответствует сечение σ_0.

В этом случае, как нетрудно видеть, независимо от вида спектра нейтронов $\Phi(E)$ величина Θ будет равна

$$\Theta = \frac{\Sigma^c_{0U}}{\Sigma^c_{0U} + \Sigma^c_{0\,\text{зам}} + \Sigma^c_{0k}}, \qquad (6,4)$$

где $\Sigma^c_0 = \rho\sigma_0$.

Если хотя бы у одной части активной зоны сечение поглощения не подчиняется закону $\frac{1}{v}$, то пользоваться формулой (6, 4) нельзя. В этом случае необходимо знать спектр нейтронов в реакторе.

Задача определения спектра нейтронов еще не решена точно, поэтому расчет ведется в предположении, что между атомами составных частей активной зоны отсутствует химическое или кристаллическое взаимодействие, т. е. замедлитель рассматривается как атомарный газ, находящийся в тепловом равновесии. Предполагается, что нейтронный газ приходит в квазиравновесное состояние с последним. Тогда приближенно для тепловых реакторов можно считать спектр нейтронов Максвелловским.

$$\Phi(E)\,dE \simeq M(E, kT_n)\,dE = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{E}{kT_n}}\,e^{-\frac{E}{kT_n}}\,d\left(\frac{E}{kT_n}\right), \qquad (6,5)$$

где kT_n — эффективная температура нейтронного газа. Она отличается от температуры среды, т. к. в действительности полного теплового равновесия между нейтронным газом и частицами среды нет (квазиравновесие), причем $(kT)_n > (kT)_{\text{среды}}$. Чем выше поглощение в среде, тем эта разница больше. Именно вследствие поглощения спектр нейтронов в замедлителе не будет точно Максвелловским. В современных реакторах

$$\frac{\Delta (kT)_n}{kT} \sim 0{,}1 \div 0{,}3.$$

Теория и эксперимент приводят к такой приближенной формуле для определения эффективной температуры нейтронного газа:

$$(kT)_n \cong (kT)_{\text{зам}} \left(1 + A \frac{\Sigma_c}{\xi \Sigma_s}\right), \qquad (6{,}6)$$

где A — постоянная, близкая 1, слабо зависящая от рода замедлителя, а $\frac{\Sigma_c}{\xi \Sigma_s}$ — отношение макроскопического сечения захвата к замедляющей способности среды.

Таким образом, в тепловом гомогенном реакторе при вычислении Θ осреднять сечения следует по Максвелловскому спектру с эффективной температурой нейтронного газа.

Возвращаясь к формуле (6, 3) и подставляя в нее выражение (6, 5) для спектра Максвелла, интегрированием найдем

$$\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sigma_n (kT)_n = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sigma_0 (E_0) \sqrt{\frac{T_0}{T_n}}.$$

Обычно принято выбирать E_0 соответствующей скорости нейтрона 2200 *м/сек* или $T_0 = 293° K$.

Обобщим формулу (6, 1) на случай гетерогенного реактора. В гетерогенном реакторе поток нейтронов зависит не только от энергии, но и от положения точки в пространстве, т. е. $\Phi = \Phi(E, \vec{r})$.

Поэтому усреднение сечений необходимо проводить по энергии и по координатам

$$\Sigma = \overline{\rho\sigma} = \int_0^\infty \int_V \rho(\vec{r})\, \sigma(E)\, \Phi(E, \vec{r})\, dE\, d\vec{r}, \qquad (6{,}7)$$

где V — объем одной ячейки периодической структуры решетки. Например, сечение поглощения в уране вычисляется так:

$$\Sigma_U^c = \rho \sigma_U^c V_U \bar{\Phi}_U,$$

где $\bar{\Phi}_U$ — средневзвешенный поток нейтронов в объеме урана. Также вычисляется сечение поглощения Σ^c и для других компонент активной зоны. Следует помнить, что мы учли здесь от-

дельно пространственную и энергетическую зависимости, тогда как, вообще говоря, их необходимо учитывать вместе. При принятом допущении

$$\Theta = \frac{\rho \sigma_U^c V_U \overline{\Phi}_U}{\rho \sigma_U^c V_U \overline{\Phi}_U + \rho_з \sigma_з^c V_з \overline{\Phi}_з + \rho \sigma_k^c V_k \overline{\Phi}_k}. \qquad (6,8)$$

При расчетах удобно пользоваться величиной относительного поглощения q.

$$q = \frac{1-\Theta}{\Theta} = \frac{1}{\Theta} - 1. \qquad (6,9)$$

Если Θ — вероятность поглощения в уране, то $(1-\Theta)$ — вероятность поглощения в замедлителе, теплоносителе и др. Для активной зоны, состоящей из горючего и замедлителя,

$$q = \frac{\Sigma_з^c V_з \overline{\Phi}_з}{\Sigma_U^c V_U \overline{\Phi}_U}. \qquad (6,10)$$

Например, если активная зона содержит, кроме замедлителя, теплоноситель, то

$$q = \frac{\Sigma_з^c V_з \overline{\Phi}_з}{\Sigma_U^c V_U \overline{\Phi}_U} + \frac{\Sigma_т^c V_т \overline{\Phi}_т}{\Sigma_U^c V_U \overline{\Phi}_U}.$$

В общем случае, когда активная зона состоит из n различных составных частей,

$$\Theta = \frac{1}{1+q}, \quad q = \sum_1^n q_n, \quad q_n = \frac{\Sigma_n^c V_n \overline{\Phi}_n}{\Sigma_U^c V_U \overline{\Phi}_U}. \qquad (6,11)$$

Введем далее понятие коэффициента экранировки Q. Рассмотрим блочную активную зону, в которой блоки урана размещены в замедлителе (рис. 63).

Пусть в замедлителе нет градиента потока тепловых нейтронов, а такой градиент наблюдается только в блоке. Тогда максимальный поток нейтронов в блоке $\Phi_{макс}$ равен потоку нейтронов на поверхности блока и, следовательно, в замедлителе. По определению коэффициент экранировки

$$Q = \frac{\Phi_{макс}}{\overline{\Phi}}, \qquad (9,12)$$

где $\overline{\Phi}$ — средний поток нейтронов в блоке. Точное вычисление коэффициента экранировки—задача сложная, требующая применения газокинетической теории. Однако при определенных условиях можно пользоваться и диффузионной теорией. Найдем коэффициент экранировки для плоского блока, толщиной $2a$, в предположении, что нейтроны в блоке не генерируются.

Тогда из уравнения диффузии с поглощением и источниками

$$D\Delta\Phi - \Sigma_c\Phi + q = 0,$$

при

$$q = 0$$

следует

$$D\Delta\Phi - \Sigma_c\Phi = 0,$$

или

$$\Delta\Phi - \frac{1}{L^2}\Phi = 0.$$

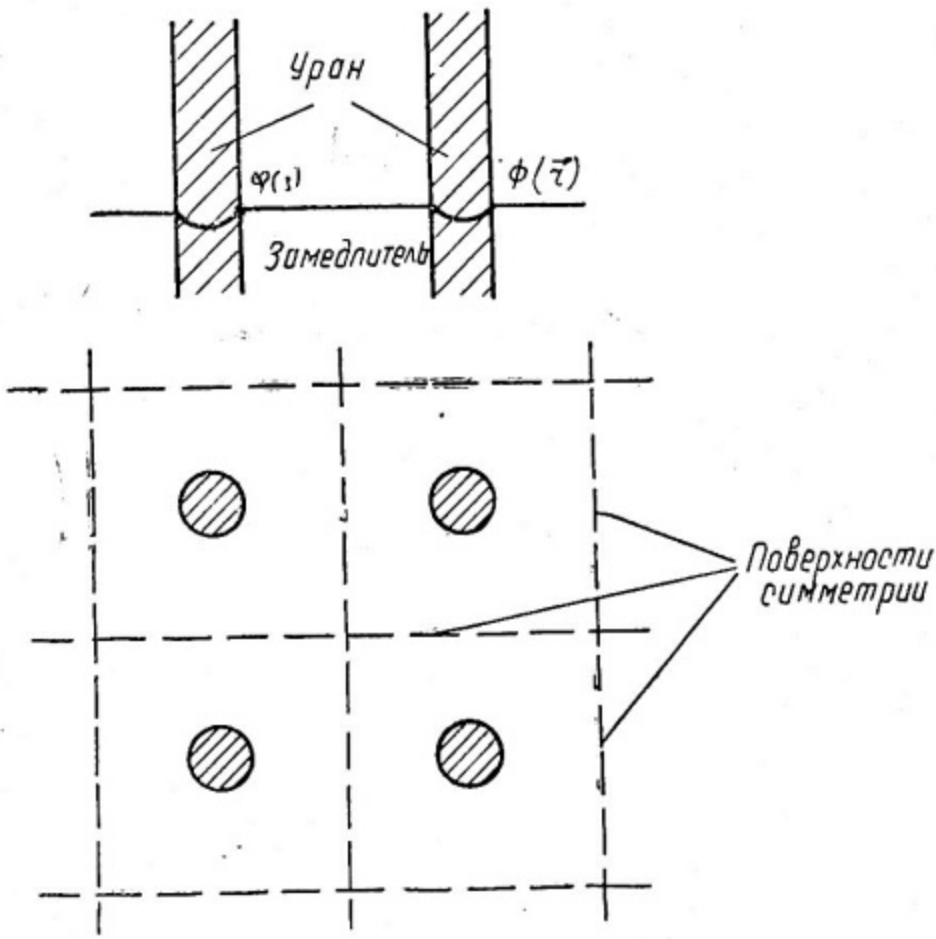


Рис. 63. Блочная активная зона

Из условия симметричности решения

$$\Phi(x) = A \operatorname{ch} \frac{x}{L}.$$

Средний поток нейтронов в блоке

$$\overline{\Phi} = \frac{1}{a}\int_0^a \Phi(x)\,dx = \frac{A}{a}\int_0^a \operatorname{ch}\frac{x}{L}\,dx = \frac{AL}{a}\operatorname{sh}\frac{a}{L}.$$

Максимальный поток нейтронов в блоке равен потоку Ф на поверхности блока, т. е.

$$\Phi_{\text{макс}} = A \operatorname{ch} \frac{a}{L},$$

и коэффициент экранировки Q плоского блока получится как отношение

$$Q = \frac{A \operatorname{ch} \frac{a}{L}}{\frac{AL}{a} \operatorname{sh} \frac{a}{L}} = \frac{a}{L} \operatorname{cth} \frac{a}{L} \cong 1 + \frac{1}{3}\left(\frac{a}{L}\right)^2 + \cdots. \quad (6,13)$$

$$\left(\frac{a}{L}\right)^2 \ll 1.$$

Аналогично можно вычислить Q для блоков различных форм. Для сферического блока радиуса a

$$Q = \frac{a^2}{3L^2\left(\frac{a}{L} \operatorname{cth} \frac{a}{L} - 1\right)} \cong 1 + \frac{1}{15}\left(\frac{a}{L}\right)^2 + \cdots. \quad (6,14)$$

$$\left(\frac{a}{L}\right)^2 \ll 1.$$

Для цилиндрического блока радиуса a

$$Q = \frac{a}{2L} \cdot \frac{I_0\left(\frac{a}{L}\right)}{I_1\left(\frac{a}{L}\right)} \cong 1 + \frac{1}{8}\left(\frac{a}{L}\right)^2 - \frac{1}{192}\left(\frac{a}{L}\right)^4 + \cdots, \quad (6,15)$$

$$\left(\frac{a}{L}\right)^2 \ll 1.$$

Для трубчатого блока с размерами, указанными на рис. 64,

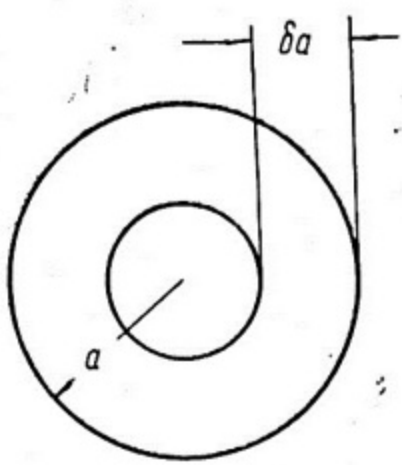


Рис. 64. Трубчатый блок

$$Q = 1 + \frac{1}{3}\left(\frac{\delta a}{L}\right)^2\left(1 - \frac{\delta a}{2a}\right) - \frac{1}{45}\left(\frac{\delta a}{L}\right)^4 - \\ - \frac{1}{30}\left(\frac{\delta a}{a}\right)^2\left(\frac{\delta a}{L}\right)^2. \quad (6,16)$$

На основании приведенных выше формул (6, 13)—(6, 16) для коэффициента экранировки Q можно сделать следующие выводы:

1. Всегда $Q > 1$.

2. В разложении для Q отсутствует первая степень отношения $\frac{a}{L}$.

3. Характерным параметром разложения является отношение $\frac{a}{L}$, причем разложение справедливо, если $a \ll L$.

С помощью коэффициента экранировки Q можно выразить относительное поглощение q при отсутствии градиента потока нейтронов в замедлителе, т. е. при $L_{зам} = \infty$

$$q = \frac{\Sigma_з^c V_з \bar{\Phi}_з}{\Sigma_U^c V_U \bar{\Phi}_U} = \frac{\Sigma_з^c V_з \Phi_{макс}}{\Sigma_U^c V_U \bar{\Phi}_U} = \frac{\Sigma_з^c V_з}{\Sigma_V^c V_U} Q. \qquad (6,17)$$

Теперь перейдем к вычислению по диффузионной теории относительного поглощения q для решетки из плоско-параллельных блоков, толщиной $2a$, расположенных с шагом $2b$, учитывая, что в замедлителе есть градиент потока нейтронов (см. рис. 65).

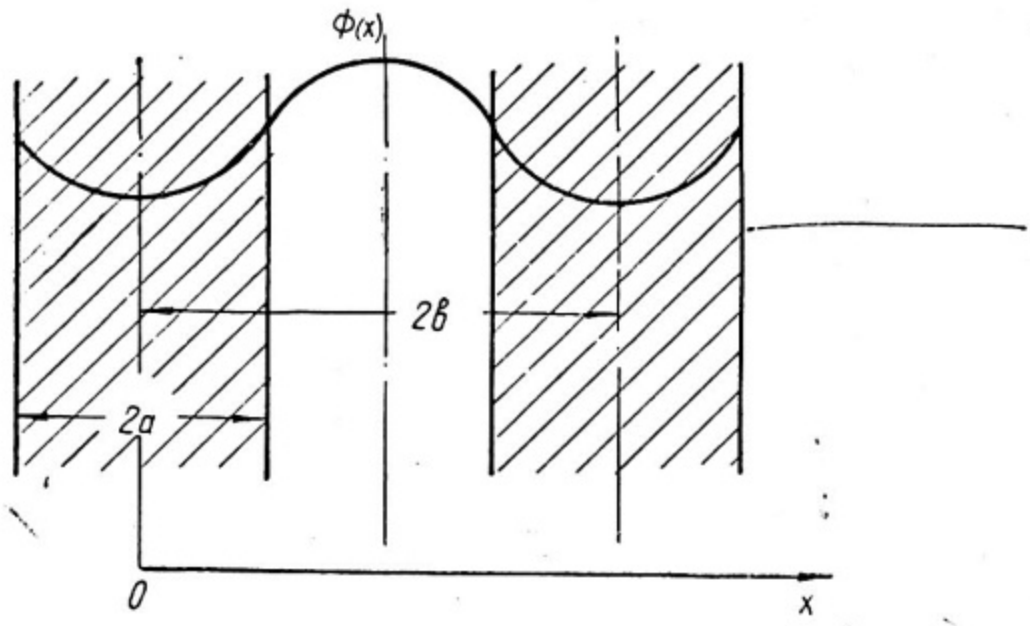


Рис. 65. Решетка реактора

Запишем уравнения для потоков тепловых нейтронов в блоке и в замедлителе

$$\Delta\Phi_б - \frac{\Phi_б}{L_б^2} = 0,$$
$$\Delta\Phi_з - \frac{\Phi_з}{L_з^2} + \frac{j}{D_з} = 0, \qquad (6,18)$$

(индекс «б» означает блок, а индекс «а» — замедлитель). Если $b < \sqrt{\tau}$, то, как мы знаем из теории замедления в решетке, $j(\vec{r}) \simeq \text{const}$.

На границе блока и замедлителя справедливы следующие условия сшивания:

$$\begin{aligned} \Phi_б(a) &= \Phi_з(a), \\ i_б(a) &= i_з(a). \end{aligned} \tag{6,19}$$

Кроме того, в соответствии с граничными условиями на поверхностях симметрии

$$\begin{aligned} &\text{при} \quad x = 0 \quad i_б(0) = 0, \\ &\text{при} \quad x = b \quad i_з(b) = 0. \end{aligned} \tag{6,20}$$

Очевидно, решением первого уравнения системы (6, 18) будет выражение

$$\Phi_б = C \operatorname{ch} \frac{x}{L_б}, \tag{6,21}$$

а решением второго

$$\Phi_з = A \operatorname{ch} \frac{x-b}{L_з} + \frac{j}{\Sigma_з^c}. \tag{6,22}$$

Из (6, 21) и (6,22) и определения i как $(-D\Delta\Phi)$ получим

$$\begin{aligned} i_б &= -D_б \frac{C}{L_б} \operatorname{sh} \frac{x}{L_б}, \\ i_з &= -D_з \frac{A}{L_з} \operatorname{sh} \frac{x-b}{L_з}. \end{aligned} \tag{6,23}$$

Чтобы исключить одну из постоянных интеграций C, перепишем граничные условия (6, 19), взяв отношение $\Phi(a)$ к $i(a)$,

$$\frac{\Phi_б(a)}{i_б(a)} = \frac{\Phi_з(a)}{i_з(a)}.$$

Откуда

$$\frac{L_б}{D_б} \operatorname{cth} \frac{a}{L_б} = \frac{L_з}{D_з} \operatorname{cth} \frac{a-b}{L_з} + \frac{L_з}{D_з \Sigma_з^c} \cdot \frac{j}{A} \cdot \frac{1}{\operatorname{sh} \frac{a-b}{L_з}}. \tag{6,24}$$

Из (6, 24) находим A. Так как $q = \frac{1-\theta}{\theta} = \frac{1}{\theta} - 1$, то по определению θ как отношения числа тепловых нейтронов, поглощенных в урановом блоке, к числу тепловых нейтронов, поглощенных в блоке и в замедлителе, учитывая, что скорость генерации тепловых нейтронов в ячейке $j(b-a)$ в стационарном случае равна скорости их поглощения,

$$q = \frac{j(b-a) - i_б}{i_б} = \frac{j(b-a) L_з}{D_з A \operatorname{sh} \frac{a-b}{L_з}} - 1. \tag{6,25}$$

Подставим сюда A из выражения (6, 24) и получим

$$q = (b-a)\Sigma_3^c\left[\frac{L_6}{D_6}\operatorname{cth}\frac{a}{L_6} - \frac{L_3}{D_3}\operatorname{cth}\frac{a-b}{L_3}\right] - 1 =$$

$$= \frac{(b-a)\Sigma_3^c L_6^2 a}{D_6 a L_6}\operatorname{cth}\frac{a}{L_6} - \frac{(b-a)\Sigma_3^c L_3}{D_3}\operatorname{cth}\frac{a-b}{L_3} - 1. \quad (6,26)$$

Вспомнив значение коэффициента экранировки $Q = \frac{a}{L_6}\operatorname{cth}\frac{a}{L_6}$, преобразуем (6,26) к виду

$$q = \frac{(b-a)\Sigma_3^c}{a\Sigma_6^c}Q + \left[\frac{b-a}{L_3}\operatorname{cth}\frac{b-a}{L_3} - 1\right]. \quad (6,27)$$

Обозначим

$$\frac{(b-a)\Sigma_3^c}{a\Sigma_6^c}Q \equiv q_0, \quad (6,28)$$

$$\frac{b-a}{L_3}\operatorname{cth}\frac{b-a}{L_3} - 1 \equiv q_1. \quad (6,29)$$

Тогда q можно представить как $q = q_0 + q_1$. Так как $(b-a) \sim V_3$, а $a \sim V_6$, то

$$q = \frac{V_3\Sigma_3^c}{V_6\Sigma_6^c}Q + q_1 = q_0 + q_1. \quad (6,30)$$

Формулу (6, 30) можно обобщить для решеток с любой формой блоков. Смысл разделения q на два слагаемых q_0 и q_1 заключается в том, что для определения члена q_0 достаточно знать только свойства блока, т. е. Q, а для определения q_1 достаточно знать только свойства замедлителя и размеры и форму последнего.

Выпишем q_1 для разных форм блока и ячейки решетки.

1. Сферическая ячейка радиуса b со сферическим блоком радиуса a

$$q_1 = \frac{b^3 - a^3}{3aL^2}\cdot\frac{1 - \frac{b}{L}\operatorname{cth}\frac{b-a}{L}}{1 - \frac{ba}{L^2} - \frac{b-a}{L}\operatorname{cth}\frac{b-a}{L}}. \quad (6,31)$$

2. Цилиндрическая ячейка радиуса b с цилиндрическим блоком радиуса a

$$q_1 = \frac{b^2 - a^2}{2aL^2}\cdot\frac{I_0\left(\frac{a}{L}\right)k_1\left(\frac{b}{L}\right) + k_0\left(\frac{a}{L}\right)I_1\left(\frac{b}{L}\right)}{I_1\left(\frac{b}{L}\right)k_1\left(\frac{a}{L}\right) - k_1\left(\frac{b}{L}\right)I_1\left(\frac{a}{L}\right)}. \quad (6,32)$$

Если площадь блока πa^2 много меньше площади эквивалентной ячейки $\omega = \pi b^2$, то для q_1 справедливо разложение

$$q_1 = \frac{b^2 - a^2}{4\pi L}\left(\frac{\ln\frac{\omega}{\pi a^2}}{1-\frac{\pi a^2}{\omega}} - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\frac{\pi a^2}{\omega}\right). \qquad (6{,}33)$$

В формулах (6, 31)—(6, 33) приняты следующие обозначения:

L — длина диффузии теплового нейтрона в замедлителе;

a — размер блока;

b — размер ячейки.

Если $L_з$ стремится к ∞, то $q_1 \to 0$ и $q = q_0$. Следовательно, член q_1 является следствием градиента потока тепловых нейтронов в замедлителе.

На практике мы не встречаемся с цилиндрическими или сферическими ячейками в гетерогенной решетке. На самом деле эти ячейки имеют вид параллелепипедов во втором случае и бесконечно протяженных многогранников в первом случае; например, для цилиндрических блоков решетки в плане и соответствующие им ячейки показаны на рис. 66.

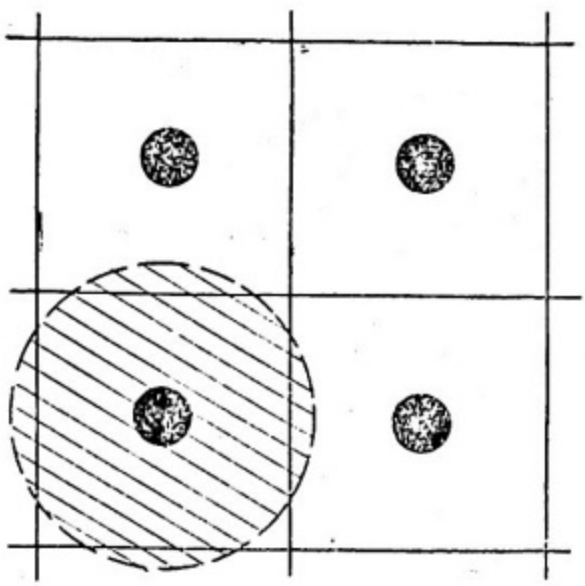


Рис. 66. Цилиндрическая ячейка

Точные расчеты, например по так называемому гетерогенному методу, показывают, что с хорошей точностью для расчета Θ истинная форма ячейки может быть заменена на эквивалентную (см. заштрихованную область на рис. 66), если выполнено условие

площадь эквивалентной ячейки = площади истинной ячейки. (6, 34)

Этот факт оправдывает применение выше приведенных формул для сферических и цилиндрических ячеек.

Лекция 5

§ 2. Зазор с теплоносителем вокруг блока

Урановые блоки в действующих реакторах охлаждаются с помощью воды, воздуха или какого-либо другого теплоносителя. Оказывается, например, что водяная пленка повышает плотность тепловых нейтронов в замедлителе и, следовательно, изменяет распределение потока тепловых нейтронов в решетке.

Пусть урановый блок омывается тонким слоем простой воды толщиной δ (см. рис. 67).

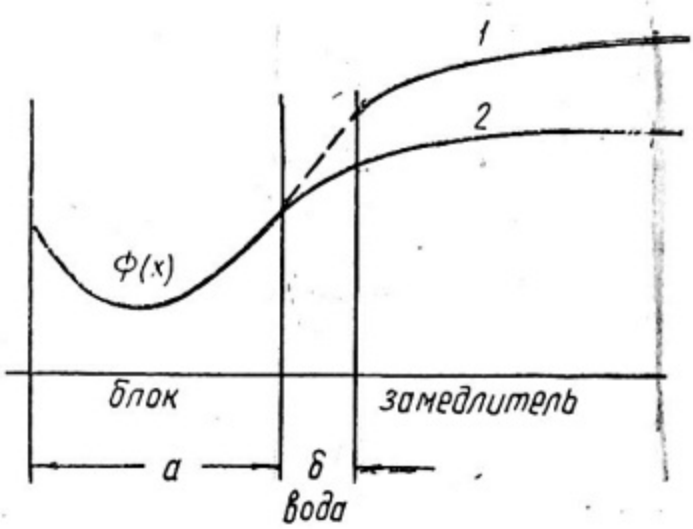


Рис. 67. Водяная пленка вокруг блока: *1* — поток тепловых нейтронов, когда $\delta \neq 0$; *2* — поток тепловых нейтронов, когда $\delta = 0$

Так как обычно $\delta \ll L_{H_2O}$, то влиянием поглощения и генерацией тепловых нейтронов в водяном слое на распределение потока нейтронов можно пренебречь. В этом случае уравнение для потока нейтронов в воде запишется так: $\Delta\Phi = 0$, или в цилиндрической геометрии —

$$\frac{d}{dr} r \frac{d\Phi}{dr} = 0.$$

Решением этого уравнения будет выражение $\Phi = A + B \ln r$, которое означает, что поток тепловых нейтронов в слое δ возрастает. Это объясняется большим диффузионным сопротивлением водяного слоя за счет малой транспортной длины воды. Для воды $\lambda_{tr} \cong 4$ *мм*, тогда как для графита $\lambda_{tr} \cong 25$ *мм*. Скачок потока тепловых нейтронов в слое воды повышает среднюю плотность тепловых нейтронов в замедлителе и, следовательно,

увеличивает в нем вредное поглощение нейтронов. Поэтому в формулу для относительного поглощения в замедлителе нужно ввести поправочный коэффициент β:

$$q_0 = \frac{\Sigma_3^c V_3}{\Sigma_U^c V_U} Q\beta, \tag{6,35}$$

где

$$\beta = \frac{\Phi(a+\delta)}{\Phi(a)} = \frac{A + B\ln(a+\delta)}{A + B\ln(a)} = \frac{\Phi(a) - B\ln a + B\ln(a+\delta)}{\Phi(a)} =$$

$$= 1 - \frac{B}{\Phi(a)} \cdot \ln\left(1 + \frac{\delta}{a}\right).$$

Поток диффузии через цилиндрическую поверхность блока

$$-2\pi a D \Delta\Phi|_a = -2\pi a D \frac{B}{a} = -2\pi D B.$$

С другой стороны, этот поток равен скорости поглощения нейтронов в блоке $\Sigma_U^c \overline{\Phi}_U V_U$. Воспользовавшись (6, 12), напишем

$$\Sigma_U^c \overline{\Phi}_U V_U = V_U \Sigma_U^c \Phi(a) \frac{1}{Q}.$$

Приравнивая диффузионный поток к скорости поглощения нейтронов в блоке, найдем, что

$$\frac{B}{\Phi(a)} = -\frac{V_U \Sigma_U^c}{2\pi D Q}.$$

Подставляя это выражение в формулу для β, напишем

$$\beta = 1 + \frac{V_U \Sigma_U^c}{2\pi D Q} \ln\left(1 + \frac{\delta}{a}\right) \cong 1 + \frac{V_U \Sigma_U^c}{2\pi D Q} \frac{\delta}{a} = \frac{3a\delta}{2Q\lambda_{tr_3}^2 \lambda_U^c}.$$

При вычислении поглощения тепловых нейтронов в слое воды будем считать, что поток нейтронов изменяется в этом слое линейно; тогда

$$q_{H_2O} = \frac{\Sigma_{H_2O}^c V_{H_2O}}{\Sigma_U^c V_U} Q\beta', \tag{6,36}$$

где

$$\beta' = 1 + \frac{\beta - 1}{2} = \frac{1+\beta}{2}.$$

Водяной теплоноситель изолируется от горючего и замедлителя металлическими, например алюминиевыми, трубками. Поглощение в трубках оценивается по следующей формуле:

$$q_{Al} = \frac{\Sigma_{Al}^c V_{Al}}{\Sigma_U^c V_U} Q\beta'', \tag{6,37}$$

где

$$\beta'' = (V_{\text{I}} + V_{\text{II}}\,\beta)\frac{1}{V_{\text{л}}}.$$

Индекс I обозначает первую трубку, а индекс II — вторую. Зазор (пустота) между блоком и замедлителем также влияет на изменение распределения потока тепловых нейтронов в решетке. Для зазора толщиной δ

$$q_0 = \frac{\Sigma_3^c V_3}{\Sigma_U^c V_U} QR, \tag{6,38}$$

где для цилиндрического блока

$$R = 1 + \frac{a\Sigma_U^c}{Q}\left[1 - \frac{2}{\pi}\arcsin\frac{a}{a+\delta} - \frac{2}{\pi}\cdot\frac{a}{a+\delta}\sqrt{1-\left(\frac{a}{a+\delta}\right)^2}\right],$$

а q_1 вычисляется по формуле (6, 32) при значении радиуса блока, увеличенном на толщину воздушного зазора δ. В случае воздушного зазора поток нейтронов в замедлителе выравнивается и поэтому Θ возрастает.

Все полученные выше результаты были следствием применения диффузионной теории, которой, строго говоря, мы не имели права пользоваться, так как для урана $\sigma_c \sim \sigma_s$. Однако если считать, что размеры уранового блока меньше или порядка длины диффузии, то поправками, возникающими за счет неточности диффузионной теории, можно в первом приближении пренебречь. Как показывает сравнение результатов расчета по газокинетическому уравнению с результатами расчета по диффузионной теории, расхождения между ними невелики, особенно если выражение для диффузионной длины в блоке L_δ изменить следующим образом: вместо формулы

$$L_\delta^2 = \frac{\lambda_{tr}\lambda_\delta^c}{3},$$

воспользоваться выражением

$$L_\delta^2 = \frac{\lambda_\delta \lambda_\delta^c}{3},$$

где λ_δ — полная длина в блоке, т. е.

$$\frac{1}{\lambda_\delta} = \frac{1}{\lambda_{tr_\delta}} + \frac{1}{\lambda_\delta^c}.$$

При $\lambda_\delta^c \gg \lambda_\delta^{tr}$ $\lambda_\delta \to \lambda_\delta^{tr}$.

§ 3. Температурные эффекты в решетке

В работающем реакторе все составные части активной зоны имеют повышенную температуру. Это влияет на температуру нейтронного газа, что в свою очередь сказывается на

распределении потока нейтронов и, следовательно, на коэффициенте использования тепловых нейтронов. В гомогенном реакторе Θ не зависит от температуры, если сечение поглощения всех составных частей активной зоны следует закону $\frac{1}{v}$. В гетерогенном реакторе даже при выполнении последнего условия Θ есть функция температуры.

Рассмотрим качественную картину зависимости Θ от температуры в ячейке (см. рис. 68).

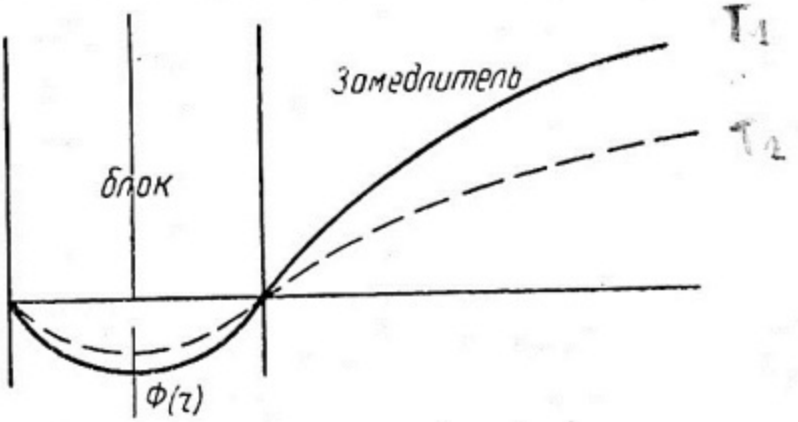


Рис. 68. Температурный эффект: ——— поток нейтронов при $T_1 < T_2$, — — — поток нейтронов при T_2

Пусть T_1 — первоначальная температура среды. Нагреем ее до температуры T_2. При нагревании, если даже пренебречь изменениями плотности составных частей среды, физические длины λ_{tr} и λ_c могут измениться за счет зависимости ядерных сечений от энергии нейтрона. Если $\sigma_c \sim \frac{1}{v} \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$, то $\lambda_c \sim \sqrt{T}$. Вместе с ростом λ_c будет расти с температурой и длина диффузии

$$L \sim \sqrt[4]{T}.$$

По мере возрастания длины диффузии распределение нейтронов по ячейке будет выравниваться, т. е. с ростом температуры и, следовательно, длины диффузии мы приближаемся к гомогенному случаю независимости Φ от координат, при котором Θ выше.

Предположим теперь, что блок омывается теплоносителем, например водой, циркулирующим вокруг блока в зазоре толщиной δ. За счет циркуляции вода будет менее нагретой, чем блок. Для воды σ_{tr} очень сильно зависит от температуры нейтронного газа в тепловой области (см. рис. 69).

Транспортная длина λ_{tr} будет расти с ростом температуры, и, следовательно, диффузионное сопротивление слоя воды около блока будет резко падать. При этом перепад потока нейтронов на водяном зазоре будет меньше, чем в холодной ре-

шетке, и поэтому и в замедлителе величина потока нейтронов снизится. Итак, при нагревании нейтронного газа за счет диффузионного сопротивления выравнивается распределение потока нейтронов по ячейке и, следовательно, возрастает Θ.

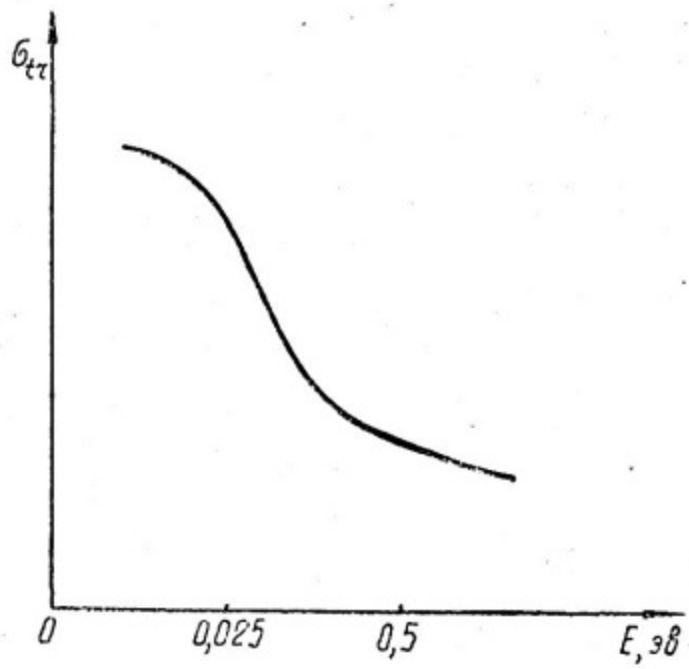


Рис. 69. Зависимость σ_{tr} от энергии

При расчетах горячего реактора физические константы следует пересчитать на температуру нейтронного газа, соответствующую нагретой решетке. Это позволяет вычислить температурные эффекты реактивности, в частности, так называемый температурный коэффициент реактивности, т. е. изменение реактивности на 1° повышения температуры. При таких расчетах, в первом приближении, температуру нейтронного газа в замедлителе можно принять по формуле (6, 6), полагая в ней

$$\frac{\Sigma^c}{\xi\Sigma^s} \cong \frac{\Sigma^c_{\text{зам}}}{\xi\Sigma^s(1-\Theta)}. \qquad (6,6^*)$$

РЕЗОНАНСНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ В ГЕТЕРОГЕННЫХ РЕШЕТКАХ

§ 4. Блокированное и неблокированное поглощение

Если φ—вероятность избежать резонансного поглощения при замедлении нейтрона в решетке реактора, то, очевидно, (1—φ) есть отношение числа нейтронов, резонансно поглощенных в решетке, к полному числу нейтронов, генерируемых в ней в единицу времени, т. е.

$$1-\varphi = \frac{R}{jV_3}, \qquad (6,39)$$

где R — число нейтронов, поглощенных в единицу времени в блоке;

j — плотность потока замедления нейтронов в объеме замедлителя для энергии выше полосы резонансного поглощения;

$V_з$ — объем замедлителя в одной ячейке решетки.

Резонансное поглощение в решетке разделяется на блокированное и неблокированное. В связи с резко выраженной резонансной структурой сечения поглощения нейтронов в U^{238} длина поглощения $\lambda_c(E)$ есть функция энергии нейтрона, падающего на блок. В области больших энергий (больше 10 *кэв*) резонансы невысоки и, кроме того, в результате допплеровского уширения уровней отдельные уровни «размазаны». В области низких энергий, особенно ниже 1 *кэв*, наоборот, резко проявляется резонансная структура сечения поглощения, и $\lambda_c(E)$ для значений энергии, соответствующих резонансным максимумам, очень малы ($\sim 10^{-3}$ *см*). Область энергии, где размеры блока $a \ll \lambda_c(E)$ называют областью неблокированного резонансного поглощения. Наоборот, область энергии, где в резонансных максимумах $a \gg \lambda_c(E)$, называют областью блокированного резонансного поглощения.

Рассмотрим вначале отдельный резонансный уровень в области блокированного поглощения, для которого $a \gg \lambda_c^0$ (см. рис. 70).

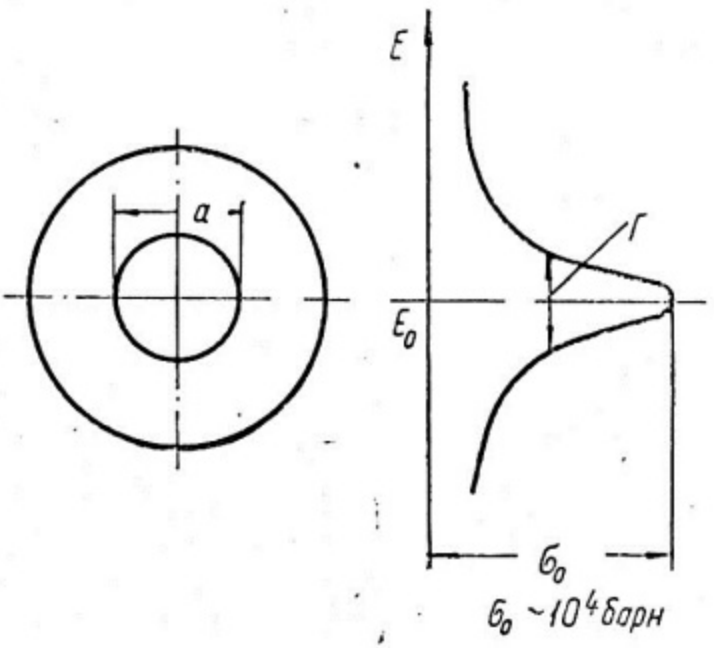


Рис. 70. Отдельный уровень в области блокированного поглощения

Наличие сильного поглощения в блоке в тепловой области приводит, как мы знаем, к значительному «выеданию» нейтронного потока в окрестности блока. Казалось бы, подобная ситуация должна была бы иметь место и для поля резонансных

нейтронов. Однако при условии, когда ширина ступеньки замедления $(1-\varepsilon)E_0 \gg \Gamma$ — ширины уровня, «выедание» поля резонансных нейтронов слабо сказывается на потоке нейтронов, падающем на блок с энергиями, близкими к резонансу.

В самом деле, пусть на блок падает нейтрон с энергией, близкой к резонансу. Рассмотрим последний акт рассеяния нейтрона в замедлителе, приведший его к падению на поверхность блока. Так как средняя энергия, теряемая нейтроном при одном столкновении в замедлителе $\sim \frac{1-\varepsilon}{2} E_0$, то, следовательно, до рассеяния энергия нейтрона в среднем лежала над резонансным уровнем. Однако в этой области, очевидно, резонансное поглощение слабо и поэтому поле замедления слабо возмущено. Отсюда также следует, что сильное возмущение поля замедления будет иметь место при энергиях ниже резонанса на величину $\sim \frac{1-\varepsilon}{2} E_0$. Однако это «выедание» поля не скажется существенно на резонансном поглощении для уровня E_0. Оно может сказаться на поглощении в более низко расположенных уровнях, если энергетическое расстояние D между ними порядка ширины ступеньки замедления. Итак, для энергий, близких к резонансу, поле замедления для падающих на блок нейтронов можно считать (в первом приближении) невозмущенным и поэтому также изотропным. Следовательно, полное число нейтронов, падающих на блок в единицу времени для какой-либо энергии E в интервале dE равно

$$\frac{nv}{4} SdE,$$

где S — поверхность блока, v — скорость нейтронов, $n(E)$ — плотность нейтронов.

По направлениям полета падающие на блок нейтроны распределены изотропно. Вероятность того, что нейтрон пройдет в блоке путь l без захвата, есть $e^{-\frac{l}{\lambda_c}}$ где λ_c — длина пробега до захвата. λ_c определяется как $\frac{1}{\rho\sigma_c}$, а σ_c, согласно формуле Брейта — Вагнера, равно

$$\sigma_c = \sigma_0 \frac{\frac{\Gamma^2}{2}}{(E-E_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} \sqrt{\frac{E_0}{E}}. \qquad (6{,}40)$$

Если $e^{-\frac{l}{\lambda_c}}$ — вероятность нейтрону избежать захвата, то $\left(1-e^{-\frac{l}{\lambda_c}}\right)$ — вероятность того, что нейтрон будет поглощен на пути l.

Полная скорость поглощения нейтронов в блоке

$$R_{бл} = S \int_0^\infty \left(1 - e^{-\frac{l}{\lambda_c(E)}}\right) \frac{nv}{4}\, dE. \qquad (6{,}41)$$

Предполагая, что на блок падает изотропный поток нейтронов, распределенных по спектру Ферми,

$$nv = j\,\frac{\lambda_s}{\xi E},$$

получим

$$R_{бл} = \frac{j\lambda_s S}{4\xi} \int_0^\infty (1 - e^{-l\rho\sigma_c(E)})\,\frac{dE}{E}.$$

Обозначим через x отношение $\frac{E - E_0}{\Gamma/2}$. Поскольку ширина уровня Γ очень мала по сравнению с E, не делая заметной ошибки, можно считать $\sqrt{\frac{E}{E_0}} \simeq 1$, и $E \cong E_0$ σ_c определяются из (6,40).

Так как интервал интегрирования много больше ширины уровня Γ и выражения, стоящие под интегралом, быстро сходятся, можно пределы интегрирования распространить до бесконечности. Тогда

$$R_{бл} = S \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{j\lambda_s \Gamma}{8\xi E_0} \left(1 - e^{-\frac{l\rho\sigma_0}{1 + x^2}}\right) dx.$$

Кроме того, в показателе экспоненты можно пренебречь единицей по сравнению с x^2. Покажем, что это законно. Мы рассматриваем случай $l\rho\sigma_0 \gg 1$. Если это так, то возможны два варианта. Первый. Единицей можно пренебречь в силу $x^2 \gg 1$. Второй. $x^2 \lesssim 1$. Но тогда независимо от единицы в знаменателе показателя экспоненты, поскольку $l\rho\sigma_0 \gg 1$, сама экспонента будет очень малой величиной. То есть опять единицу мы можем отбросить. Следовательно,

$$R_{бл} \cong \frac{\sqrt{l\rho\sigma_0} \cdot j\lambda_s \Gamma S}{8\xi E_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 - e^{-\frac{l\rho\sigma_0}{x^2}}\right) \frac{dx}{\sqrt{l\rho\sigma_0}} =$$

$$= \frac{j\lambda_s}{8\xi} \cdot \frac{\Gamma}{E_0} \sqrt{l\rho\sigma_0}\, S \int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 - e^{-\frac{1}{y^2}}\right) dy =$$

$$= j\,\frac{\sqrt{\pi}\,\lambda_s}{4\xi} \cdot \frac{\Gamma}{E_0} S \sqrt{l\rho\sigma_0}. \qquad (6{,}42)$$

Если рассматривать резонансное поглощение не для области $l\rho\sigma_0 \gg 1$, а там, где $l\rho\sigma_0 \ll 1$, то значение R изменится. Поглощение в этом случае будет неблокированным.

Тогда

$$R_{\text{небл}} = \frac{j\lambda_s}{8\xi} \cdot \frac{\Gamma}{E_0} S \int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 - e^{-\frac{l\rho\sigma_0}{1+x^2}}\right) dx \cong$$

$$\cong \frac{j\lambda_s}{8\xi} \cdot \frac{\Gamma}{E_0} S \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{l\rho\sigma_0}{1+x^2} dx =$$

$$= \frac{j\lambda_s}{8\xi} \cdot \frac{\Gamma}{E_0} l\rho\sigma_0 S \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \frac{j\pi\lambda_s S}{8\xi} \cdot \frac{\Gamma}{E_0} l\rho\sigma_0. \qquad (6{,}43)$$

Следовательно, в случае блокированного поглощения $R_{\text{бл}} \sim \Gamma\sqrt{\sigma_0}$ а в случае неблокированного поглощения $R_{\text{небл}} \sim \Gamma\sigma_0$.

§ 5. Средний путь нейтрона в блоке

Вернемся к блокированному поглощению. Усредним $R_{\text{бл}}$ по всем возможным l в блоке. Тогда, так как $R_{\text{бл}} \sim \sqrt{l}$, то усредненное $R_{\text{бл}}$ будет пропорционально $\overline{\sqrt{l}}$. Но

$$\overline{\sqrt{l}} = \int \sqrt{l}\, w(l)\, dl, \qquad (6{,}44)$$

где $w(l)$ — вероятность нейтрону пройти в блоке путь l.

Вычислим $\overline{\sqrt{l}}$ в предположении изотропного распределения

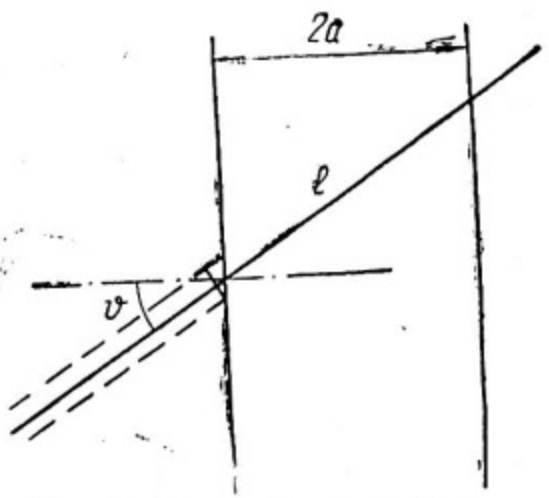


Рис. 71. Путь нейтрона в блоке

потока нейтронов, падающих из замедлителя на блок, и пренебрегая эффектом рассеяния нейтронов в блоке.

В качестве простейшего примера вычисления $\overline{\sqrt{l}}$ рассмотрим плоский блок толщиной $2a$ (см. рис. 71).

Если ϑ — угол падения нейтрона на поверхность блока, то путь l в блоке связан с углом падения ϑ соотношением

$$l = \frac{2a}{\cos\vartheta}.$$

По предположению, падающий на поверхность блока поток нейтронов изотропен, т. е.

$$w_n(\vartheta)\,d\vartheta = \frac{\sin\vartheta d\vartheta}{2} = -\frac{d\cos\vartheta}{2}. \qquad (6{,}45)$$

Отсюда следует, что влетающие в блок нейтроны распределены по закону

$$w_{вл}(\vartheta)\,d\vartheta = -\text{const}\cos\vartheta\,\frac{d\cos\vartheta}{2}, \qquad (6{,}46)$$

где постоянная const должна быть найдена из условия нормировки

$$1 = \int_0^{\pi/2} w_{вл}(\vartheta)\,d\vartheta = -\frac{\text{const}}{2}\int_0^{\pi/2}\cos\vartheta d\cos\vartheta = \frac{\text{const}}{4}.$$

Итак,

$$w_{вл}(\vartheta)\,d\vartheta = -2\cos\vartheta d\cos\vartheta. \qquad (6{,}47)$$

Поскольку путь l нейтрона в блоке однозначно определяется углом падения ϑ, имеем соотношение вероятности распределения пробегов нейтрона в блоке:

$$w(l)\,dl = w_{вл}(\vartheta)\,d\vartheta = -2\cos\vartheta d\cos\vartheta.$$

Теперь нетрудно найти путем интегрирования

$$\overline{\sqrt{l}} = \int_{2a}^{\infty}\sqrt{l}\,w(l)\,dl = -\int_0^{\pi/2}\frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{\cos\vartheta}}2\cos\vartheta d\cos\vartheta = \frac{4\sqrt{2}}{3}a. \qquad (6{,}48)$$

Аналогично может быть вычислено $\overline{\sqrt{l}}$ в блоках другой формы. Однако для блоков сложной формы вычисления осложняются. Поэтому часто пользуются простой, хотя и приближенной, формулой

$$\overline{\sqrt{l}} \cong \sqrt{\bar{l}}. \qquad (6{,}49)$$

Согласно последней, среднее значение корня квадратного из l мало отличается от величины квадратного корня, извлеченного из $\bar{l}$. Для определения среднего значения пути пробега нейтрона в блоке существует простая формула

$$\bar{l} = \frac{4V}{S}, \qquad (6{,}50)$$

где V — объем блока, а S — его поверхность.

Для вывода последней формулы рассмотрим не поглощающий нейтроны блок, помещенный в однородное изотропное поле нейтронов.

Вследствие того, что блок не поглощает, внутри блока поле нейтронов также однородно, т. е. плотность нейтронов n в любой точке внутри блока такая же, как на его поверхности. Тогда поток нейтронов, падающий на блок, равен $\frac{nv}{4} S$, а число нейтронов в блоке равно nV. Далее, если v — скорость нейтронов, а $\bar{l}$ — средний путь нейтрона в блоке, то среднее время жизни нейтронов в блоке

$$\bar{t} = \frac{\bar{l}}{v}. \tag{6,50}$$

Теперь из условия стационарности следует, что скорость падения нейтронов на блок равна скорости их выхода из блока, т. е.

$$\frac{nv}{4} S = \frac{nV}{\bar{l}/v}, \tag{6,51}$$

откуда немедленно вытекает (6, 50).

Ниже показано, что различие между $\sqrt{\bar{l}}$ и $\sqrt{\bar{\bar{l}}}$ для основных форм блоков оказывается незначительным. Это служит обоснованием для применения (6, 49).

Форма блока	Размеры блока	$\bar{l}$	$\frac{\sqrt{\bar{l}}}{\sqrt{\bar{\bar{l}}}}$
Пластина	Толщина $= 2a$	$4a$	0,945
Цилиндр	Диаметр $= 2a$	$2a$	0,975
Шар	Радиус $= a$	$4/3\,a$	0,985
Труба	Внешний радиус $= a$		
	Внутренний радиус $= a_0$	$2 = \frac{a^2 - a_0^2}{a}$	

§ 6. Резонансное поглощение для отдельного уровня

Перейдем теперь к определению коэффициента резонансного поглощения φ для отдельного уровня. По определению, φ есть вероятность избежать резонансного поглощения при замедлении через данный уровень. Поэтому $(1-\varphi)$ есть отношение скорости поглощения нейтронов в блоке к потоку замедления в ячейке (для энергии, лежащей выше уровня)

$$1 - \varphi = \frac{R_{бл}}{jV_{зам}}. \tag{6,52}$$

Итак, для блокированного уровня из (6, 42) найдем

$$1-\varphi=\frac{\sqrt{\pi}}{4\xi\Sigma_s}\cdot\frac{\Gamma}{E_0}\sqrt{\rho\sigma_0}\cdot\frac{S}{V_{\text{зам}}}\sqrt{\overline{l}}\cong-\ln\varphi, \qquad (6,53)$$

$$1-\varphi\ll 1$$

и для неблокированного уровня из (6,43) следует

$$1-\varphi=\frac{\pi}{8\xi\Sigma_s}\frac{\Gamma}{E_0}\rho\sigma_0\frac{S\overline{l}}{V_{\text{зам}}}\cong-\ln\varphi. \qquad (6,54)$$

$$1-\varphi\ll 1$$

Для блокированного и неблокированного уровней резонансное поглощение обратно пропорционально замедляющей способности и прямо пропорционально отношению ширины уровня к энергии, соответствующей уровню, и отношению поверхности блока к объему замедлителя в ячейке. Зависимость резонансного поглощения от макроскопического сечения поглощения в резонансе $\rho\sigma_0$ и диаметре блока ($\sim\sqrt{\overline{l}}$) различна: для блокированного уровня поглощение пропорционально корню квадратному из $\rho\sigma_0$, а для неблокированного пропорционально первой степени этой величины.

Выше мы рассматривали один изолированный уровень. Разберем действие системы резонансных уровней. Будем считать, что $D_i\gg\Gamma_i>(1-\varepsilon)E_i$, где D_i — расстояние между уровнями. При этом условии, как уже было выше упомянуто, можно считать, что уровни поглощают независимо, т. е. они не взаимодействуют между собой. Тогда, если φ_i — вероятность избежать захвата для нейтрона на уровне i, то

$$\varphi=\prod\varphi_i \qquad (6,55)$$

будет вероятностью избежать захвата для нейтрона на системе уровней. Отсюда

$$\ln\varphi=\sum\ln\varphi_i. \qquad (6,56)$$

Воспользовавшись (6,53) и (6,54) и предполагая, что любой из уровней можно отнести либо к группе блокированных, либо неблокированных уровней, получим

$$\ln\varphi=\frac{\pi}{8\xi\Sigma_s}\cdot\frac{S\overline{l}}{V_{\text{зам}}}\times$$

$$\times\left\{\sum_{\text{небл}}\frac{\Gamma_i}{E_i}\rho\sigma_i+\frac{\sqrt{\pi}}{4\xi\Sigma_s}\cdot\frac{S}{V_{\text{зам}}}\sqrt{\overline{l}}\cdot\sum_{\text{блокир}}\frac{\Gamma_i}{E_i}\sqrt{\rho\sigma_i}\right\}. \qquad (6,57)$$

Для решетки из цилиндрических блоков последнее можно записать так:

$$\ln\varphi=Ad^2+Bd^{1/2}, \qquad (6,58)$$

где d — диаметр блока.

Первое слагаемое в (6, 58) учитывает вклад в резонансное поглощение от неблокированного поглощения, а второе — от блокированного; в самом деле $S \sim d$, а $\bar{l} \sim d$ и $\sqrt{\bar{l}} \sim \sqrt{d}$. Коэффициенты A и B могут быть вычислены, если известны параметры системы резонансных уровней.

Другой путь может заключаться в непосредственном экспериментальном определении коэффициентов A и B путем измерения эффекта резонансного поглощения в решетках. При этом результаты наблюдения неплохо укладываются в двухчленную формулу (6, 58). Примером такой полуэмпирической формулы может служить известная формула Егиазарова. Для решетки графит-уран она имеет следующий вид:

$$\ln \varphi \equiv p = \frac{5{,}87 \cdot 0{,}775\,(1 + 17{,}5 \cdot 10^{-3} \sqrt{T})\, d^{1/2} + 3{,}02\, d^2}{V_{\text{зам}}}, \quad (6{,}59)$$

где d — диаметр цилиндрических блоков, $V_{\text{зам}}$ — объем графита в ячейке, T — температура (по Кельвину) урановых блоков (о роли температуры см. ниже).

Формулу (6, 59) можно обобщить на случай любого замедлителя. Тогда справедлив следующий пересчет, вытекающий из (6, 57),

$$p = p^{(c)} \frac{\xi^c \Sigma_s^{(c)}}{\xi \Sigma_s}, \quad (6{,}60)$$

где индекс c означает решетку графит-уран.

Лекция 6

§ 7. Влияние температуры уранового блока на резонансное поглощение

Рассмотрим влияние температуры уранового блока на резонансное поглощение в нем. При повышении температуры уранового блока атомы урана начинают быстрее двигаться. Это движение сопровождается допплеровским уширением уровней.

При этом явлении площадь резонансной кривой сохраняется, т. е.

$$\int_0^\infty \sigma_c(E)\, dE = \int_0^\infty \sigma_c^{\text{допл}}(E)\, dE = \text{const}. \quad (6{,}61)$$

Вследствие того, что скорости теплового движения атомов урана распределены по закону Максвелла, форма резонансной кривой сечения поглощения искажается, она размазывается (см. рис. 72). «Размазывание» резонансной кривой и закон сохранения ее площади легко объяснить, если мысленно

разделить все атомы урана на группы, в каждой из которых атомы урана движутся с какой-либо одной скоростью. Тогда по отношению к этой группе атомов урана резонансная кривая, форма которой определяется относительной скоростью уран-нейтрон, просто смещается без изменения формы. Конечно, это смещение различно для различных по скорости групп

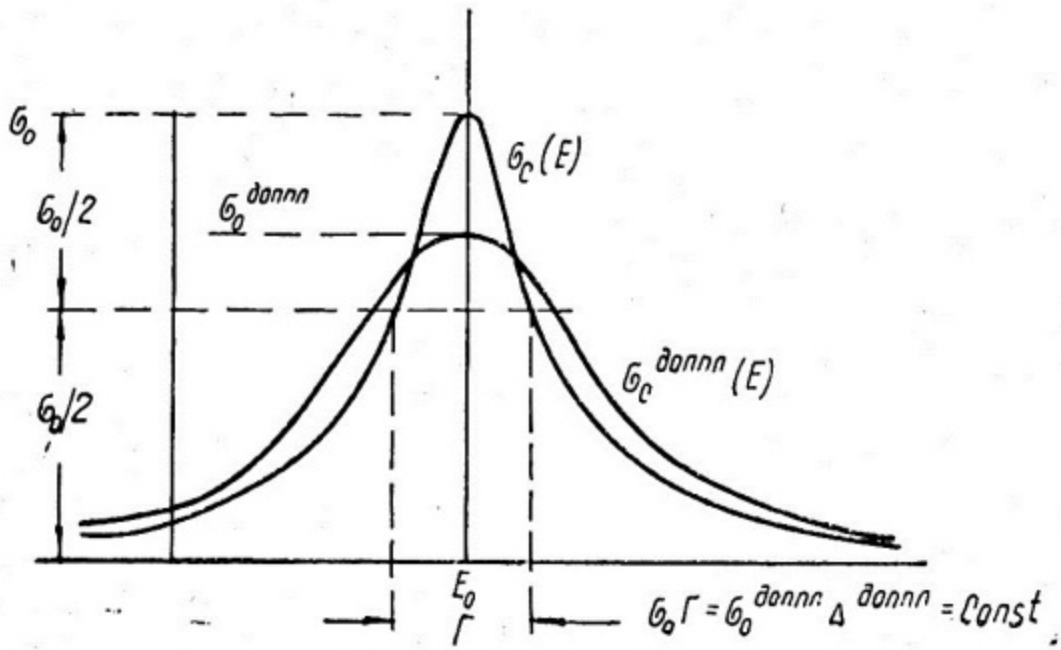


Рис. 72. Допплеровское уширение уровня

атомов урана. Смещение не меняет площади резонансной кривой, но приводит к «размазыванию» уровня при сложении эффектов отдельных групп. Поскольку при допплеровском уширении уровня площадь резонансной кривой не изменяется, неблокированное поглощение не изменяется ($R_{небл} \sim \Gamma\sigma_0$). Наоборот, блокированный член при допплеровском уширении возрастает, т. к.

$$R_{бл} \sim \Gamma\sqrt{\sigma_0} = \frac{\Gamma\sqrt{\sigma_0\Gamma}}{\sqrt{\Gamma}} = \sqrt{\text{const}}\cdot\sqrt{\Gamma}. \qquad (6{,}62)$$

При допплеровском уширении Γ растет. Следовательно, $R_{бл} \sim \sqrt{\Gamma}$ должно возрасти. Для допплеровской ширины уровня Δ справедлива формула

$$\Delta = 2\sqrt{\frac{mE_0\,kT}{M}}, \qquad (6{,}63)$$

где m — масса нейтрона, M — масса атома урана, T — температура урана.

§ 8. Размножение на быстрых нейтронах

При делении ядер U^{235} рождаются быстрые нейтроны с энергиями, распределенными по спектру деления по эмпирической формуле

$$\int_0^\infty f(E)\,dE = 1; \quad f(E) = C \exp(-aE) \operatorname{sh} \sqrt{bE}, \qquad (6{,}64)$$

где размерность E — *Мэв*; $C = \frac{2a^{3/2}}{\sqrt{\pi b}} \exp\left(-\frac{b}{4a}\right)$ — нормирующий множитель.

Ниже даны наиболее вероятные значения констант c, a, b для различных изотопов

	U^{233}	U^{235}	Pu^{239}	Pu^{241}	Cf^{252}
a	$1{,}05 \pm 0{,}03$	1,035	1,00	$1{,}00 \pm 0{,}05$	$0{,}88 \pm 0{,}05$
b	$2{,}30 \pm 0{,}10$	2,29	2,00	$2{,}20 \pm 0{,}05$	$2{,}00 \pm 0{,}2$
c	0,46534	0,45270	$\sqrt{\frac{2}{\pi l}}$	0,43892	0,43892
$\overline{E} = \int_0^\infty E f(E)\,dE$		1,98			

Если энергия вновь родившегося быстрого нейтрона выше порога деления U^{238} (около 1,1 *Мэв*), то такой нейтрон способен вызвать деление U^{238}. Доля нейтронов деления U^{235}, рождающихся с энергией выше порога деления U^{238}, составляет 0,56. Для этих нейтронов среднее сечение деления U^{238}

$$\frac{\int_{1{,}1\ Мэв}^\infty \sigma_{238}^f(E)\, f_{235}(E)\,dE}{\int_{1{,}1\ Мэв}^\infty f_{235}(E)\,dE = 0{,}56} = 0{,}53\ барн.$$

Отсюда следует, что среднее сечение деления U^{238} на всем спектре нейтронов деления U^{235} составит

$$\int_0^\infty \sigma_{238}^f(E) f_{235}(E)\,dE = 0{,}56 \cdot 0{,}53 = 0{,}30\ барн.$$

Пусть скорость генерации быстрых нейтронов, возникающих при делении U^{235}, есть q. Тогда вследствие надпорогового деления ядер U^{238} возникают новые быстрые нейтроны, что увеличивает в μ раз общую скорость генерации быстрых нейтронов в активной зоне.

Дадим точное определение: μ есть отношение потока замедления нейтронов при энергии, лежащей несколько ниже энер-

гии порога деления U^{238}, к скорости генерации быстрых нейтронов за счет деления ядер U^{235}.

Если $V_{зам}$ — объем замедлителя, а S — поверхность блока, то мы, зная формулу (6, 50), получим средний путь пробега нейтрона в замедлителе

$$\bar{l}_{зам} = \frac{4V_{зам}}{S}.$$

Пусть $\lambda^s_{зам}$ есть средний путь пробега быстрого нейтрона в замедлителе. Тогда следует различать два предельных случая:

$$\bar{l}_{зам} / \lambda^s_{зам} \gg 1 \text{ — широкая решетка,}$$

$$\bar{l}_{зам} / \lambda^s_{зам} < 1 \text{ — тесная решетка.}$$

В широкой решетке быстрый нейтрон, имеющий энергию выше порога деления U^{238}, покинувший блок и попавший в замедлитель, в среднем столкнется $\bar{l}_{зам} / \bar{\lambda}^s_{зам}$ раз прежде, нежели опять попадет в тот блок урана, из которого вылетел, или в соседний. Отсюда следует, что вероятность попасть снова в урановый блок, претерпев небольшое число столкновений, мала. Если же нейтрон претерпел несколько столкновений с ядрами замедлителя, то он замедлится ниже порога деления U^{238}. Поэтому в широкой решетке вероятность для надпорогового быстрого нейтрона вызвать деление U^{238}, после того как он один раз вылетел из блока, очень мала.

Это позволяет рассматривать процесс размножения на быстрых нейтронах в широкой решетке для отдельного изолированного блока.

Для тесных, например уран-водяных, решеток, где блоки урана настолько сближены между собой, что средний путь пробега между блоками меньше или порядка пробега быстрого нейтрона иногда имеет место значительное возрастание коэффициента размножения на быстрых нейтронах — μ за счет деления U^{238} быстрыми нейтронами из соседних блоков. Причина в том, что быстрый нейтрон, достигший соседнего блока, может не успеть замедлиться до подпороговой энергии.

Рассмотрим сперва размножение на быстрых нейтронах в широких решетках. Как мы видели, для этого достаточно рассматривать размножение на быстрых нейтронах в отдельном (изолированном) блоке решетки. Пусть в какой-либо точке внутри блока произошло деление ядра U^{238} и вылетело несколько быстрых нейтронов. Рассмотрим судьбу одного из них. Пересекая блок, быстрый нейтрон имеет определенную вероятность $(1-p)$ вылететь из блока, ни разу не столкнувшись (p—вероятность столкнуться) с ядрами вещества в блоке (см. рис. 73).

Если l есть путь нейтрона в блоке, родившегося в точке $\vec{r}_0$, то вероятность избегнуть столкновения на пути l есть $\exp(-l \cdot \Sigma_{tot})$, где Σ_{tot} — полное сечение для всех процессов столкновения (деления, захвата, неупругого и упругого столк-

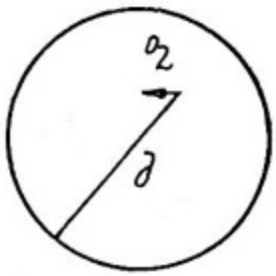


Рис. 73. Путь нейтрона в блоке

новения) в блоке. Заметим, что упругие столкновения не меняют ни числа, ни энергии быстрых нейтронов. $1-p$ есть среднее значение приведенной выше вероятности, т. е.

$$1 - p = \int\int\int \exp[-l(\vec{r}_0)\,\Sigma_{tot}(E)]\, w(l, \vec{r}_0)\, dl f_{235}(E)\, dE q(\vec{r}_0)\, d\vec{r}_0, \tag{6,65}$$

где усреднение проводится по плотности вероятности $w(l, \vec{r}_0)$ распределения пробегов l нейтронов, родившихся в точке $\vec{r}_0$, распределению нейтронов по энергии и, наконец, распределению плотности генерации $q(\vec{r}_0)$ нейтронов деления U^{238} в блоке.

В первом приближении все надпороговые нейтроны можно объединить в одну группу и считать $q(\vec{r}_0) = 1$, т. е. пренебречь «завалом» плотности тепловых нейтронов в блоке. Значения p, полученные в результате расчетов, даны на стр. 52.

Каждый столкнувшийся в блоке нейтрон с вероятностью $\Sigma^f_{238}/\Sigma_{tot}$ может вызвать деление ядра U^{238}. Если ν^f_{238} есть число нейтронов деления для U^{238}, т. е.

$$\nu^f_{238} = \int_0^\infty \nu^f_{238}(E)\, f_{238}(E)\, dE,$$

то каждый акт столкновения внутри блока приведет к образованию $\nu^f_{238}\,\Sigma^f_{238}/\Sigma_{tot}$ новых быстрых нейтронов.

Таким образом, возникает лавинообразный процесс размножения, дающий в сумме μ быстрых нейтронов, вылетающих из блока. Величину μ найдем, составив следующее уравнение:

$$\mu = 1 - p + \frac{p(\nu^f_8 \Sigma^f_8 + \Sigma^c_8)\mu}{\Sigma^{tot}_8} + p\frac{\Sigma^{in.}_8}{\Sigma^{tot}_8}. \tag{6,66}$$

$a\Sigma_{tot}$	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,0	1,5	2,0
Плоский блок	0,26	0,39	0,49	0,555	0,61	0,65	0,69	0,72	0,74	0,76	0,84	0,88
Цилиндрический блок	0,115	0,21	0,28	0,35	0,40	0,45	0,49	0,53	0,56	0,59	0,70	0,76
Сферический блок	0,071	0,135	0,19	0,25	0,29	0,36	0,37	0,41	0,44	0,47	0,59	0,67
	2,50	3,0	4,0	5,0								
	0,90	0,92	0,94	0,95								
	0,81	0,84	0,88	0,90								
	0,72	0,76	0,82	0,85								

(Здесь a — полутолщина пластинки или радиус цилиндра и сферы).

Из (6, 66) найдем

$$\mu - 1 = \frac{\frac{\nu_8^f \Sigma_8^f + \Sigma_8^c}{\Sigma_8^{tot}} + \frac{\Sigma_8^{in}}{\Sigma_8^{tot}} - 1}{\frac{1}{p} - \frac{\nu_8^f \Sigma_8^f + \Sigma_8^c}{\Sigma^{tot}}}. \qquad (6,67)$$

При вычислении μ по одной группе надпороговых нейтронов можно пользоваться следующими значениями средних ядерных констант:

Константы	U^{238}	Th^{232}	H	D	O	Al	Zr
ν^f	2,6 *	2,4					
σ^e	2,0	2,0	1,7	2,7	2,0	1,5	3,0
σ^{in}	2,10	2,6				0,3	0,8
σ^f	0,30/0,56	0,076/0,56					
σ^c	0,05	0,06					

* по другим данным 2,9

Для блоков из металлического урана, пользуясь этими данными, найдем

$$\mu - 1 = \frac{0,625 + 0,475 - 1}{\frac{1}{p} - 0,625} = \frac{0,1}{\frac{1}{p} - 0,625}.$$

В цилиндрических блоках с радиусом $a < 2$ *см* величина

$$(1 - p) \simeq a\Sigma_{238}^{tot} = 0,1\,a$$

и, следовательно,

$$\mu - 1 \cong \frac{0,10\,p}{1 - 0,32\,p} \cong 0,10 \cdot 0,10\,a \cong 0,01\,a.$$

Для сколь угодно больших блоков $p \to 1$ и $(\mu - 1) \to \frac{0,10}{1 - 0,625} \cong$ $\cong 0,26$ *.

Как мы видим, величина $\mu - 1$ для обычно встречающихся размеров блоков невелика. Несмотря на это, учет размножения на быстрых может иметь большое значение для величины k_∞ в решетках с k_∞ близким к единице, например, для уран-графитовых решеток с блоками из природного урана.

Рассмотрим теперь другой предельный случай — тесные решетки. Как отмечено выше, этот случай приобретает большое значение для уран-водяных решеток, где эффект «перекрестного» размножения на быстрых нейтронах может быть значительным.

Пусть в решетке плоские блоки горючего перемежаются с такими же плоскими прослойками замедлителя. Толщина блоков и замедлителя, измеренные в длинах пробега, пусть будут соответственно A и B. Если предположить, что источники

* По новейшим данным 0,35.

быстрых нейтронов распределены в блоках горючего равномерно и пользоваться одногрупповой схемой, то вероятность столкновения

$$p = 1 - \int_0^1 \frac{1}{A} \cdot \frac{\left(1 - e^{-\frac{A}{z}}\right)\left(1 - e^{-\frac{B}{z}}\right)}{1 - e^{-\frac{A}{z}} e^{-\frac{B}{z}}} \cdot \frac{dz}{z}, \qquad (6,68)$$

где z есть косинус угла полета нейтрона. Предполагается, что один акт соударения быстрого нейтрона с атомом водорода (в замедлителе) превращает надпороговый нейтрон в подпороговый, т. е. лишает его способности вызвать деление U^{238}.

В гомогенной смеси величина μ может быть получена по формуле (6, 67), если положить в ней $p = 1$, а под Σ^{in} и Σ^{tot} понимать макроскопические сечения гомогенной смеси для группы нейтронов с надпороговой (по отношению к U^{238}) энергией. Тогда

$$\mu = \frac{\frac{\Sigma^{in}}{\Sigma^{tot}}}{1 - \nu_8^f \Sigma_8^f / \Sigma^{tot}}. \qquad (6,69)$$

Удобно провести сравнение μ в гетерогенной решетке с μ гомогенной смеси, имеющей такие же соотношения компонент. Результаты одного такого сравнительного расчета приведены ниже.

Объемное отношение вода—блок V_{H_2O} / V_U	μ для гомогенной смеси H_2O и U	$\Delta\mu$ для гексагональной решетки из цилиндров (1,95 *см*)	$\Delta\mu$ для решетки из плоских блоков (0,97 *см*)
0	1,227	0,0	0,
1	1,098	0,011	0,010
2	1,065	0,011	0,010
3	1,048	0,012	0,011
4	1,038	0,014	0,012

Для гетерогенной решетки

$$\mu = \mu_{гомог} + \Delta\mu.$$

Следует, кстати, заметить, что равное 1,227 численное значение μ для неограниченно протяженного уранового блока отличается от приведенного значения. Такой разнобой еще существует, поскольку различные исследователи пользуются разными экспериментальными данными.

§ 9. Длины миграции нейтронов в решетке

Как мы знаем, реактивность реактора определяется, помимо коэффициента размножения, также физическими размерами. Для тепловых или промежуточных реакторов определяющими являются длина диффузии теплового нейтрона и длина замедления $\tau(E_0, E)$ от начальной энергии E_0 по данной E. Например, для теплового реактора $E = kT$.

При определении длины диффузии в гомогенной смеси справедлива простая формула:

$$L^2_{\text{см}} = \frac{\lambda^s_{\text{см}} \lambda^c_{\text{см}}}{3}. \qquad (6{,}70)$$

Предполагая, что относительная (атомная) концентрация урана мала, как это обычно бывает, можно пренебречь рассеянием на ядрах урана (но, конечно, не поглощением в последнем) и полагать

$$\lambda^s_{\text{см}} \cong \lambda^s_{\text{зам}}.$$

Далее замечая, что можно записать равенства

$$\lambda^c_{\text{см}} = \frac{1}{\Sigma^c_{\text{см}}} = \frac{\lambda^c_{\text{зам}} \Sigma^c_{\text{зам}}}{\Sigma^c_{\text{см}}} = \lambda^c_{\text{зам}} \cdot \frac{\Sigma^c_{\text{см}} - \Sigma^c_U}{\Sigma^c_{\text{см}}} =$$

$$= \lambda^c_{\text{зам}} \left(1 - \frac{\Sigma^c_U}{\Sigma^c_{\text{см}}}\right) = \lambda^c_{\text{зам}} (1 - \Theta), \qquad (6{,}71)$$

мы придадим выражению (6, 70) следующий вид:

$$L^2_{\text{см}} = \frac{\lambda^s_{\text{зам}} \lambda^c_{\text{зам}}}{3} (1 - \Theta) = L^2_{\text{зам}} (1 - \Theta). \qquad (6{,}72)$$

Эту формулу для гомогенной смеси можно применить к гетерогенной решетке, если она широка в указанном ранее смысле и, кроме того, если шаг ее велик по сравнению с размерами блока (впрочем, уже при выводе (6, 72) подразумевалось, что объем урана мал по сравнению с объемом замедлителя).

В самом деле, в рассматриваемом случае нейтрон, прежде чем попасть в урановый блок, испытывает значительное число соударений $\sim \bar{l}_{\text{зам}} / \lambda^s_{\text{зам}} \gg 1$ с ядрами замедлителя.

Попав в блок, наоборот, он испытывает небольшое число соударений $\sim \bar{l}_б / \lambda^s_б \lesssim 1$ (для блоков обычных размеров). Попав первый раз в блок и пройдя через него, нейтрон опять испытывает $\sim \bar{l}_{\text{зам}} / \lambda^s_{\text{зам}} \gg 1$ соударений, пока снова не попадет на блок. Следовательно, отношение числа актов рассея-

ния нейтрона в замедлителе к числу актов рассеяния в урановых блоках есть величина порядка

$$\frac{\overline{l}_{\text{зам}}\,\lambda^s_{\text{б}}}{\lambda^s_{\text{зам}}\,\overline{l}_{\text{б}}} \gg 1$$

для широких решеток.

Отсюда можно заключить, что в первом приближении следует пренебречь вкладом рассеяния нейтрона в блоке в длину миграции теплового нейтрона в решетке. При этом, конечно, нельзя пренебрегать вероятностью поглощения нейтрона при попадании на урановые блоки. Эти рассуждения приводят нас к возможности распространить формулу (6, 72) на случай широких решеток, т. е.

$$L^2_{\text{реш}} \cong L^2_{\text{зам}}\,(1-\Theta), \qquad (6{,}73)$$

где Θ определяется с учетом неравномерности распределения потока тепловых нейтронов в ячейке решетки.

Для тесных водяных решеток формула (6, 73) может приводить к значительным ошибкам, поскольку доля объема, занятая блоками, значительна и уже нельзя пренебрегать вкладом в путь миграции от рассеяния нейтронов в блоке.

В этом случае может быть рекомендована простая поправка к формуле (6, 73)

$$L^2_{\text{реш}} = L^2_{\text{зам}}\,(1-\Theta) + L^2_{\text{бл}}\,\Theta. \qquad (6{,}74)$$

В широких решетках второй член, обычно, много меньше первого.

Сделаем теперь несколько замечаний об определении возраста нейтронов τ в решетках. Для широких решеток, по тем же причинам, какие выше указывались для диффузии теплового нейтрона, можно пренебрегать рассеянием нейтронов в блоке. Однако не следует пренебрегать эффектом неупругого замедления быстрых нейтронов в самом блоке. Это связано со значительным уменьшением τ для нейтрона, испытавшего хотя бы одно неупругое соударение. Так, например, для графитового замедлителя с плотностью 1,6 $г/см^3$ величина

$$\tau_0(\overline{E}^f,\ kT) \cong 365\ \ см^2$$

от энергии нейтронов деления до тепловой области энергии, а для однократно неупруго соударившихся в уране нейтронов $\tau_1 \cong 230\ см^2$. Для тяжелой воды соответственно $\tau_0 = 120\ см^2$, $\tau_1 = 97\ см^2$.

Учет неупругих соударений быстрых нейтронов в урановых блоках приведет нас к следующей формуле для τ в широких решетках

$$\tau_{реш} = p\tau_1 + (1 - p)\tau_0, \qquad (6,75)$$

где $(1-p)$ — вероятность для быстрого нейтрона покинуть блок, ни разу не соударившись внутри блока, а p — испытать в нем по крайней мере одно соударение.

Лекция 7

ГЛАВА VII

ИЗМЕНЕНИЕ ИЗОТОПНОГО СОСТАВА И ВОСПРОИЗВОДСТВО ЯДЕРНОГО ГОРЮЧЕГО

ИЗМЕНЕНИЕ ИЗОТОПНОГО СОСТАВА ЯДЕРНОГО ГОРЮЧЕГО

§ 1. Уравнения выгорания

Будем рассматривать тепловой реактор с однородной активной зоной. Обозначим через ρ_i число атомов изотопа i-й группы в 1 $см^3$. В качестве важнейших изотопов ядерного горючего в реакторе следует рассмотреть U^{238}, U^{235}, U^{236}, Pu^{239}, Pu^{240}, Pu^{241}; соответственно число ядер изотопа в 1 $см^3$ обозначим через ρ_8, ρ_5, ρ_6, ρ_9, ρ_0, ρ_1. Число ядер конструктивных материалов в 1 $см^3$ обозначим через $\rho_к$, а продуктов деления — через ρ_f.

Пусть в начальный момент времени ($t = 0$) имеется некоторая начальная концентрация изотопов: ρ_8^0, ρ_5^0 и т. д.

Зададимся вопросом, как изменится начальная концентрация с течением времени. Чтобы ответить на вопрос, запишем уравнения выгорания. Скорость изменения ядерной концентрации i-го изотопа будет складываться из члена, учитывающего убыль ядер за счет захвата нейтронов, и члена, учитывающего прибыль ядер i-го изотопа за счет радиационного захвата нейтронов ядрами $(i-1)$-го изотопа, т. е.

$$\frac{d\rho_i}{dt} = -\Phi\rho_i\sigma_i^c + \Phi\rho_{i-1}\sigma_{i-1}^r, \qquad (7,1)$$

где индекс r обозначает радиационный захват. Преобразуем уравнение (7, 1). Обозначим через X интегральный поток нейтронов, тогда

$$dX = \Phi dt.$$

Если $\Phi \sim 10^{13}$ *нейтр/см²·сек*, а $t \sim 10^7$ *сек*, то $X \sim 10^{20} \div 10^{21}$. После подстановки X уравнение (7, 1) примет вид

$$\frac{d\rho_i}{dX} = -\rho_i\sigma_i^c + \rho_{i-1}\sigma_{i-1}^r. \qquad (7,2)$$

В качестве примера запишем систему уравнений выгорания для плутония или «плутониевый ряд» для выгорания изотопов плутония и его материнского изотопа.

$$\begin{aligned}
\frac{d\rho_8}{dX} &= -\rho_8\sigma_8^c,\\
\frac{d\rho_9}{dX} &= -\rho_9\sigma_9^c + \rho_8\sigma_8^r,\\
\frac{d\rho_0}{dX} &= -\rho_0\sigma_0^c + \rho_9\sigma_9^r,\\
\frac{d\rho_1}{dX} &= -\rho_1\sigma_1^c + \rho_0\sigma_0^r.
\end{aligned} \tag{7,3}$$

Причем в области энергии, лежащей ниже порога деления U^{238}

$$\sigma_9^r \neq \sigma_9^c,\ \sigma_0^c = \sigma_0^r,\ \sigma_1^r \neq \sigma_1^c.$$

Аналогично можно написать уравнения «уранового ряда».

$$\begin{aligned}
\frac{d\rho_5}{dX} &= -\rho_5\sigma_5^c,\\
\frac{d\rho_6}{dX} &= -\rho_6\sigma_6^c + \rho_5\sigma_5^r.
\end{aligned} \tag{7,4}$$

Кроме перечисленных, во время работы реактора возникает много других изотопов, но они существенного влияния на его работу обычно не оказывают. Мы также в первом приближении пренебрегли такими более слабыми эффектами, как результаты ядерных реакций типа $(n, 2n)$ и делением U^{238} выше порога для быстрых нейтронов.

Для того чтобы все сказанное выше применить к реакторам конечных размеров, необходимо проследить, как зависят от изменения изотопного состава основные параметры реактора: τ, $\varkappa^2$, L и k_∞. Очевидно, что зависимость k_∞ от изотопного состава скажется через коэффициенты μ, ν, φ и Θ.

Коэффициенты μ и φ почти не меняются во времени в тепловом реакторе, т. к. мало меняется количество U^{238} в процессе выгорания.

Коэффициенты ν и Θ и их изменение удобно рассматривать не в отдельности, а в виде произведения ν на Θ.

$$\nu\Theta = \sum_i \nu_i^f w_i^f = \frac{\sum_i \nu_i^f \rho_i \sigma_i^f}{\sum_i \rho_i \sigma_i^c}, \tag{7,5}$$

где w_i^f — вероятность деления i-го изотопа σ_i^f и σ_i^c — сечения деления и захвата. Тогда

$$k_\infty = \mu\nu\varphi\Theta = \mu\varphi \cdot \frac{\sum_i \nu_i^f \rho_i \sigma_i^f}{\sum_i \rho_i \sigma_i^c}. \tag{7,6}$$

Возраст нейтронов τ в процессе выгорания изменяется слабо, зато длина диффузии L^2 меняется заметно. Действительно, для гомогенного реактора

$$L^2 = \frac{\lambda_s \lambda_c}{3}.$$

Длина свободного пробега рассеяния λ_s почти не меняется при выгорании горючего, в то время как λ_c наоборот, сильно зависит от выгорания. Окончательно

$$L^2 = \frac{1}{3\Sigma_s \sum\limits_i \rho_i \sigma_i^c}. \qquad (7,7)$$

Следует отметить, что написанная выше система уравнений выгорания еще несовместна с требованием стационарности реактора. В самом деле, для того чтобы реактор мог работать, необходимо удовлетворить требованию стационарности цепного процесса, т. е. $k_{эф}$ должно равняться единице:

$$k_{эф} = k_{\infty} \cdot \frac{e^{-\varkappa^2 \tau}}{1 + \varkappa^2 L^2} = 1 \qquad (7,8)$$

$\left(\text{для больших реакторов } k_{эф} \cong \frac{k_{\infty}}{1 + \varkappa^2 M^2} \right)$. В момент времени $t = 0$ изотопы будут иметь в 1 $см^3$ начальное число ядер ρ_i^0 и $k_{эф}$ будет точно равно единице. Через некоторое время изотопный состав горючего изменится и тогда согласно уравнению (7, 8) $k_{эф}$ перестанет равняться единице. Реактор станет некритическим. Для поддержания реактора в процессе работы в критическом состоянии в активную зону вводят поглотители нейтронов, которые играют роль регуляторов. Пусть число ядер поглотителя в 1 $см^3$ будет $\rho_п$. Тогда справедливо:

$$\frac{d\rho_п}{dX} = -\rho_п \sigma_п^c + f(X), \qquad (7,9)$$

где $f(X)$ есть скорость изменения поглощающей способности, т. е.

$$f(X) = \frac{d\Sigma_п^c}{dX} = \frac{d(\rho_п \sigma_п^c)}{dX}.$$

Введение функции $f(X)$ позволяет выполнять требование $k_{эф} = 1$. Дополнение системы уравнений выгорания уравнением (7, 9) делает систему совместной с требованием стационарности реактора. Для оценки изменения изотопного состава горючего со временем надо решить полную систему уравнений выгорания.

Все приведенные выше соотношения справедливы для гомогенного реактора. Если рассматривать тепловой гетерогенный реактор, то необходимо все ρ_i относить к единице объема топ-

ливного элемента, поток нейтронов Ф можно считать пропорциональным среднему потоку нейтронов по блоку $\Phi_{бл}$, а коэффициент k_∞ вычислять с учетом неравномерности поля нейтронов в ячейке решетки.

В том случае, когда рассматривается не тепловой реактор, все сечения нужно заменить на эффективные сечения, взвешенные по спектру нейтронов, т. е.

$$\sigma_i = \int_0^\infty \sigma_i(E)\,\chi(E)\,dE, \qquad (7{,}10)$$

где $\chi(E)$ — спектр нейтронов в реакторе, нормированный на единицу.

Для эпитепловых реакторов справедлива следующая приближенная формула для сечения:

$$\sigma_i \cong \sigma_т + \alpha\sigma_i^R, \qquad (7{,}10^*)$$

где σ_i^R — резонансный интеграл, представляющий собой осреднение сечения захвата по спектру Ферми

$$\sigma_i^R = \int \sigma_i(E)\,\frac{dE}{E},$$

α — коэффициент, описывающий «жесткость» спектра нейтронов в реакторе, т. е. соотношение между эпитепловыми (или резонансными) и тепловыми нейтронами. В первом приближении

$$\alpha = \frac{\Sigma^{ст}}{\xi\Sigma^s_{зам}}. \qquad (7{,}11)$$

В случае сильного резонансного поглощения необходимо в (7,10) учитывать блок-эффект, т. е. уменьшение эффективного сечения захвата против истинного, связанное с экранированием резонансных уровней. Например, в эпитепловом реакторе эффективное сечение на U^{238} может быть следующим образом связано с коэффициентом резонансного поглощения φ:

$$\sigma_8^c = \sigma_8^{ст} + \alpha\sigma_8^R \Big|_{4\text{ кт}}^{5\text{ эв}} + \frac{1-\varphi}{\varphi}\,\frac{\Sigma^{ст}}{\rho_8}\left(1 + \frac{\rho_k\sigma_5^R}{\xi\Sigma_з^s}\right). \qquad (7{,}10^{**})$$

Значения σ_i^R табулированы.

§ 2. Решение уравнений выгорания

Рассмотрим несколько частных случаев решения системы уравнений выгорания.

1. Случай малого выгорания (линейный случай). Считаем, что кампания реактора мала. Сформулируем начальные усло-

вия. В момент времени $t = 0$ концентрации горючего и конструктивных материалов равны ρ_8^0, ρ_5^0, $\rho_к$. Ядра остальных изотопов пока отсутствуют. Тогда для U^{238} справедливо

$$d\rho_8 = -\rho_8 \sigma_8^c dX.$$

Полагая в первом приближении $\rho_8 \cong \rho_8^0$, найдем

$$\begin{aligned} \rho_8 - \rho_8^0 &= \Delta\rho_8 \cong -\rho_8^0 \sigma_8^c X, \\ \rho_8 &\cong \rho_8^0 (1 - \sigma_8^c X). \end{aligned} \tag{7,12}$$

Как уже говорилось выше, $\sigma_8^c X \ll 1$, и поэтому $\rho_8 \cong \rho_8^0$. Для U^{235}, рассуждая подобным образом, найдем

$$\rho_5 \cong \rho_5^0 (1 - \sigma_5^c X). \tag{7,13}$$

Формула справедлива, если $\sigma_5^c X \ll 1$. Это условие является определяющим критерием случая «малого выгорания».

Рассмотрим плутониевый ряд. Для Pu^{239} справедливо

$$\rho_9 \cong \rho_8^0 \sigma_8^r X,$$

откуда следует, что

$$\rho_9 \sim X, \tag{7,14}$$

для Pu^{240}

$$\frac{d\rho_0}{dX} = \sigma_9^r \sigma_8^r \rho_8^0 X$$

или

$$\rho_0 = \rho_8^0 \sigma_9^r \sigma_8^r \frac{X^2}{2}, \tag{7,15}$$

для Pu^{241}

$$\rho_1 = \rho_8^0 \sigma_0^c \sigma_9^r \sigma_8^c \frac{X^3}{6}. \tag{7,16}$$

Следовательно, при малом выгорании накопление изотопов плутониевого ряда со временем пропорционально первой, второй и т. д. степеням интегрального потока X.

2. Более сложный случай глубокого выгорания. Сечение σ_i становится, вообще говоря, зависимым от концентрации ρ_i, т. е. $\sigma_i = \sigma_i(\rho_i)$. Система уравнений выгорания нелинейна, и решение ее значительно усложняется.

Однако если предположить, что $\sigma_i(\rho_i) = \text{const}$, что справедливо для реактора на U^{235}, система упрощается. Тогда

$$\frac{d\rho_5}{dX} = -\sigma_5^c \rho_5,$$

или

$$\frac{d\rho_5}{\rho_5} = -\sigma_5^c dX.$$

откуда

$$\ln \rho_5 = -\sigma_5^c X + C.$$

Окончательно $\rho_5 = Ce^{-\sigma_5^c X}$. Для определения константы C используем начальные условия. При $X = 0$ и $t = 0$ $\rho_5 = \rho_5^0$, т. е.

$$C = \rho_5^0, \text{ а } \rho_5 = \rho_5^0 e^{-\sigma_5^c X},$$

следовательно,

$$\frac{\Delta\rho_5}{\rho_5^0} = \left(1 - e^{-\sigma_5^c X}\right). \quad (7,17)$$

Продукты деления будут накапливаться согласно уравнению

$$\frac{d\rho_f}{dX} = \rho_5 \sigma_5^f. \quad (7,18)$$

Так как накопление продуктов деления идет за счет сгорания U^{235}, то

$$\rho_f = \frac{\sigma_5^f}{\sigma_5^c} \cdot \rho_5^0 \left(1 - e^{-\sigma_5^c X}\right). \quad (7,19)$$

Найдем $k_{эф}$.

$$k_{эф} = \frac{\nu_5^f \rho_5 \sigma_5^f \cdot e^{-\chi^2 \tau}}{[\rho_5 \sigma_5^c + \rho_к \sigma_к^c + \rho_f \sigma_f^c + F(X)]\left(1 + \chi^2 \frac{1}{3\Sigma_s [\sum_i \rho_i \sigma_i^c + F]}\right)} =$$

$$= \frac{\nu_5^f \rho_5 \sigma_5^f e^{-\chi^2 \tau}}{[\rho_5 \sigma_5^c + \rho_к \sigma_к^c + \rho_f \sigma_f^c + F(X)] + \frac{\chi^2}{3\Sigma_s}} = 1, \quad (7,20)$$

где

$$F(X) = \Sigma_п^{0c} + \int_0^X f dX = \Sigma_п^{0c} + \int_0^X \frac{d\Sigma_п^c}{dX} = \Sigma_п^c = \rho_п \sigma_п^c.$$

Подставим вместо ρ_5 и ρ_f их значения в зависимости от X. Получим

$$k_{эф} = \frac{\nu_5^f \sigma_5^f \rho_5^0 e^{-\sigma_5^c X} e^{-\chi^2 \tau}}{[\rho_5^0 e^{-\sigma_5^c X} \sigma_5^c + \rho_к \sigma_к^c + \rho_5^0]\left(1 - e^{-\sigma_5^c X}\right) \frac{\sigma_5^f \sigma_8^c}{\sigma_5^c} + F(X) + \frac{\chi^2}{3\Sigma_s}} =$$

$$= \frac{\nu_5^f \sigma_5^f e^{-\chi^2 \tau}\left(1 - \frac{\Delta\rho_5}{\rho_5^0}\right)}{\left[1 - \frac{\Delta\rho_5}{\rho_5^0}\left(\sigma_5^c - \frac{\sigma_5^f}{\sigma_5^c}\sigma_f^c\right) + \sigma_к^c \frac{\rho_к}{\rho_5^0} + \sigma_п^c \frac{\rho_п}{\rho_5^0}\right] + \frac{\chi^2}{3\Sigma_s}} = 1. \quad (7,21)$$

С течением времени числитель в $k_{эф}$ убывает. Очевидно, для того чтобы левая часть равенства всегда оставалась равной единице, необходимо в каждый данный момент времени придать $F(X)$ (т. е. величине $\rho_п$) точно определенное значение (см. рис. 74).

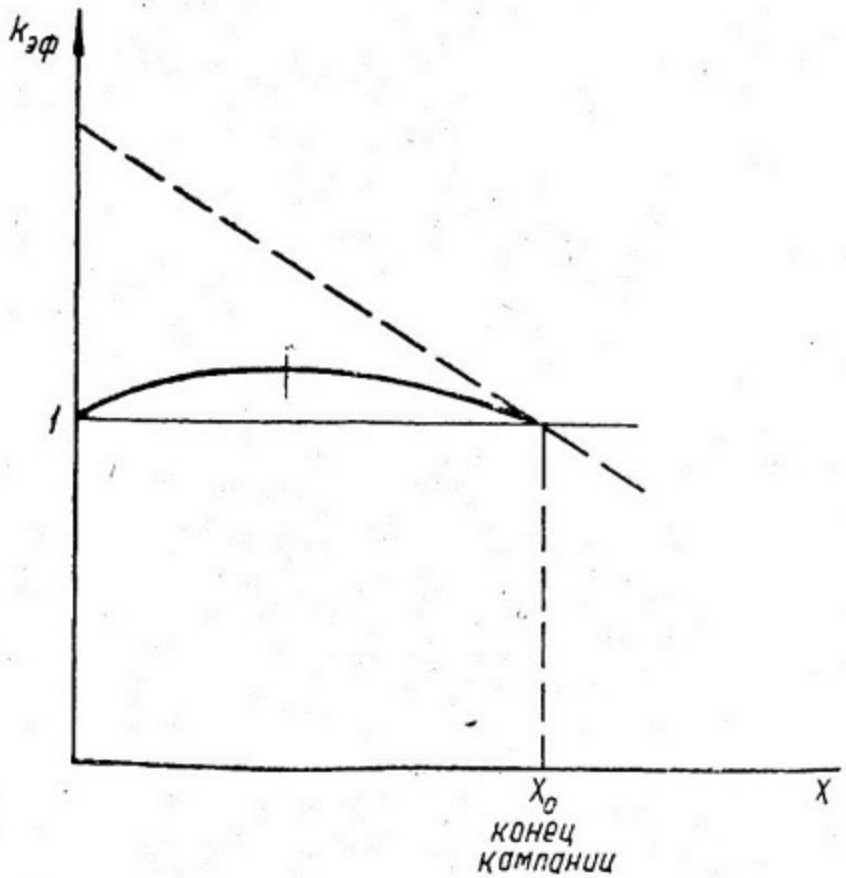


Рис. 74. Изменение $k_{эфф}$ в зависимости от X ·· — — — в реакторе нет ни выгорающей добавки, ни поглотителей; ——— в реакторе есть выгорающая добавка, но нет поглотителей

Поставим вопрос: как велика возможная длительность кампании в реакторе?

Нетрудно видеть, что левая часть последнего уравнения достигает максимума, когда $F = \rho_п \sigma_п^c = 0$, т. е., когда все поглотители, регулирующие реактивность, выведены из реактора. В этом случае относительная глубина выгорания, максимально возможная для данного реактора, равна:

$$\text{Макс}\left(\frac{\Delta\rho_5}{\rho_5^0}\right) = \frac{1 + \nu_5^f \sigma_5^f e^{-\chi^2\tau} + \sigma_к^c \cdot \frac{\rho_к}{\rho_5^0} + \frac{\chi^2}{3\Sigma_s}}{\nu_5^f \sigma_5^f e^{-\chi^2\tau} - \sigma_5^c + \frac{\sigma_5^f \sigma_f^c}{\sigma_5^c}}. \qquad (7{,}22$$

Проблема регулирования реактора неотрывна от проблемы выгорания. Для получения длительных кампаний необхо

дим как можно больший начальный запас реактивности. Однако при больших запасах реактивности решение задачи регулирования усложняется. Одним из эффективных путей решения задачи регулирования является применение выгорающей добавки. Начальный запас реактивности подавляется внесением в реактор выгорающего поглотителя. Очевидно, что в конце кампании выгорающего поглотителя должно быть по возможности немного — в этом случае кампания будет более длинной. Поэтому сечение выгорающего поглотителя должно удовлетворять условию:

$$\sigma_{в}^{c} \gtrsim \sigma_{5}^{c}, \tag{7,23}$$

т. е. поглотитель должен выгорать быстрее U^{235}.

Так называемая выгорающая добавка убывает, освобождая дополнительную реактивность. Поэтому за счет выгорания добавки $k_{эф}$ изменится, но слабее, чем в случае, когда выгорающей добавки нет (предполагается, что других поглотителей нет). Это позволяет «облегчить» систему регулирования, т. е. вводить меньшее количество поглотителя в процессе работы реактора. «Облегчение» системы регулирования обычно желательно в силу двух обстоятельств:

1. «Тяжелая» система регулирования значительно осложняет конструкцию реактора (наличие многих регуляторов большого размера).

2. Сильные «перекосы» нейтронного поля в процессе работы, т. е. значительное перераспределение тепловой нагрузки ТВЭЛ.

Пусть изменение выгорающего поглотителя описывается законом:

$$\rho_{в} = \rho_{в}^{0} e^{-\sigma_{в} X}. \tag{7,24}$$

Тогда

$$F(X) = \rho_{в}^{0} e^{-\sigma_{в}^{c} X} + \rho_{п} \sigma_{п}^{c}.$$

Потребуем, чтобы в начальный момент $t = 0$ выполнялось условие

$$к_{эф} = 1$$

или

$$\frac{\nu_5^f \rho_5^0 \sigma_5^f e^{-\chi^2 \tau}}{\rho_5^0 \sigma_5^c + \rho_к \sigma_к^c + \rho_{в}^0 \sigma_{в}^c + \rho_п \sigma_п^c + \frac{\chi^2}{3\Sigma_s}} = 1. \tag{7,25}$$

Тогда в процессе работы реактора его реактивность, с одной стороны, будет падать вследствие выгорания U^{235} и накопления продуктов деления, а, с другой стороны, она будет возрастать за счет выгорания выгорающего поглотителя. Если

при этом не вводить регуляторов, то есть положить $\rho_п = 0$, то необходимое условие работы реактора будет состоять в том, что

$$к_{эф}(\rho_п = 0) \geqslant 1. \tag{7,26}$$

В самом деле, вводя (или извлекая) соответствующее число регуляторов, мы сможем поддерживать реактор в стационарном состоянии.

Очевидно, что условие максимального облегчения системы регулирования состоит в том, чтобы внести такое количество выгорающей добавки $\rho_в^0$ и выбрать ее с таким сечением $\sigma_в^0$, чтобы величина

$$\{Макс \cdot к_{эф}(\rho_п = 0)\}$$

достигала бы минимума в пределах одной кампании. Эта ситуация поясняется рис. 74.

Часто в активную зону вводят несколько выгорающих поглотителей, подбирая их так, чтобы достигнуть дальнейшего уменьшения изменения $к_{эф}$ в течение кампании реактора. В этом случае в реакторе имеется несколько групп $\rho_{вi}$ — выгорающих добавок, каждая из которых удовлетворяет закону

$$\rho_{в\,i} = \rho_{в\,i}^0 e^{-\sigma_{в\,i}^c x}, \tag{7,28}$$

а $к_{эф}$ уравнению

$$к_{эф} = \frac{\nu_5^f \sigma_5^f \rho_5 e^{-x^2\tau}}{\sigma_5^c \rho_5 + \sigma_к^c \rho_к + \sum_i \rho_{вi}\, \sigma_{вi}^c + \sigma_f^c \rho_f + \rho_п \sigma_п^c + \frac{x^2}{3\Sigma_s}}. \tag{7,29}$$

Это приводит к дальнейшему упрощению системы регулирования, устраняет перекосы нейтронного поля и т. п.

Лекция 8

ВОСПРОИЗВОДСТВО ЯДЕРНОГО ГОРЮЧЕГО

§ 3. Коэффициент воспроизводства

Под коэффициентом воспроизводства R понимают отношение скорости рождения нового горючего $g_п$ к скорости выгорания старого горючего $g_{ст}$, т. е.

$$R = \frac{\left|\frac{dg_п}{dt}\right|}{\left|\frac{dg_{ст}}{dt}\right|}. \tag{7,30}$$

Очевидно, что основная задача воспроизводства горючего заключается в том, чтобы получить $R > 1$. Если $R \geqslant 1$, то

тогда, не уменьшая количества ядерного горючего, можно производить энергию. При этом под ядерным горючим подразумевают U^{233}, U^{235}, Pu^{239}, Pu^{241}. Ввиду того, что запасы Th^{232} и U^{238} в природе значительны и эти изотопы существенно уступают перечисленным выше по своим ядерным показателям, необходимости в их воспроизводстве нет.

Разберем вопрос, от чего зависит коэффициент воспроизводства. Очевидно, что коэффициент воспроизводства будет определяться соотношением различных изотопов, образующих активную зону реактора. Все входящие в активную зону материалы удобно разделить на три группы:

Первая группа материалов — это активное горючее. Обозначим его массу через $M_{акт}$.

Вторая группа — это пассивный металл, служащий материнским для возникновения нового горючего. Обозначим его массу через $M_{пасс}$.

Третья группа объединяет все остальные материалы активной зоны — поглотителей нейтронов: замедлитель, конструктивные материалы, продукты деления. Их массу обозначим через П.

Запишем в принятых обозначениях некоторые циклы для воспроизводства ядерного горючего. В общем виде воспроизводство можно обозначить суммой

$$M_{акт} + M_{пасс} + П.$$

Тогда урановый цикл будет иметь следующий вид:

$$Pu^{239, 241} + U^{238} + П, \qquad (7,32)$$

а торневый цикл запишется так:

$$U^{233, 235} + Th^{232} + П. \qquad (7,33)$$

Предположим, что один нейтрон поглощается в ядерном горючем. При этом возникает η вторичных нейтронов

$$\eta = \nu \frac{\Sigma^f_{M_{акт}}}{\Sigma^c_{M_{акт}}} = \frac{\sum_i \nu_i \Sigma^f_i}{\sum_i \Sigma^c_i}, \qquad (7,34)$$

где сумма берется по изотопам, называемым активным ядерным горючим. Каждый вторичный быстрый нейтрон имеет вероятность вызвать деление и дать прирост вторичных нейтронов до числа $\mu\eta$. Предположим, что активная зона бесконечно протяженна, т. е. все вторичные быстрые нейтроны расходуются внутри активной зоны. Один нейтрон идет на под-

держание цепного процесса. Часть нейтронов q поглощается в поглотителе, причем

$$q = \frac{1-\theta}{\theta} = \frac{\Sigma_{\text{п}}^{c}}{\Sigma_{\text{М}_{\text{акт}}}^{c}}.$$

Остальные нейтроны поглощаются пассивной частью металла и дают новое горючее с коэффициентом воспроизводства R, где R — количество атомов вновь образовавшегося горючего на один атом сгоревшего активного металла. Окончательно

$$\mu\eta = 1 + q + R, \text{ или } R = \mu\eta - q - 1. \qquad (7{,}35)$$

Следовательно, чтобы сделать R как можно больше, нужно стремиться увеличить $\mu\eta$ и уменьшить q.

Коэффициент μ сильно меняется в зависимости от состава активной зоны. Сравним μ для урановой и ториевой смесей

$$1 \leqslant \mu \leqslant \begin{matrix} 1{,}35 - \text{урановая смесь} \\ 1{,}1 \ \ - \text{ториевая смесь.} \end{matrix}$$

Максимальное значение μ достигается в реакторах на быстрых нейтронах.

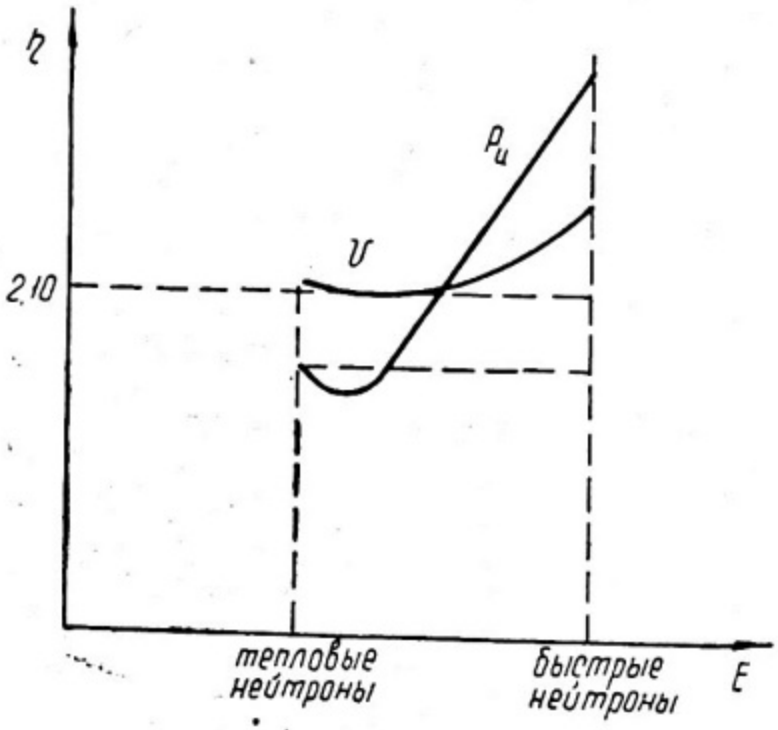


Рис. 75. Зависимость числа вторичных нейтронов от энергии

Коэффициент η и особенно отношение сечений деления и поглощения зависят от спектра нейтронов в реакторе. Для плутониевого реактора справедлива зависимость, приведенная на рис. 75. Для урана зависимость η от энергии менее выражена.

Максимального значения η достигает у быстрых нейтронов. Следовательно, выбирая реактор определенного вида, можно сделать произведение $\mu\eta$ максимальным. Коэффициент q будет максимальным, если из реактора непрерывно удалять продукты деления, имеющие наибольшие сечения захвата, и свести к минимуму количество конструкционных материалов, замедлителя и теплоносителя. Тогда наибольшим R будет обладать большой реактор на быстрых нейтронах с газовым охлаждением и непрерывным удалением продуктов деления.

Оценим значение R для различных циклов воспроизводства.

В урановом цикле на быстрых нейтронах $\mu = 1{,}35$, $\nu^{239}_{\text{тепл}} = 2{,}9$, $\nu^{239}_{\text{быст}} = 3{,}0$, $\eta = 2{,}7$. Пусть $q = 0$. Тогда $R = 2{,}6$.

В ториевом цикле на быстрых нейтронах $\mu = 1{,}1$ (это значение завышено), $\eta = 2{,}3 \div 2{,}4$. Если $q \cong 0$, то $R \cong 1{,}6$.

Сравнивая сделанную оценку с полученным в реакторе значением R, можно сказать, что приведенные цифры являются предельными. В реакторе на быстрых нейтронах коэффициент воспроизводства можно, однако, поднять до значений $1{,}5 \div 2$.

Проведем сравнительную оценку R для реактора на тепловых нейтронах.

Для уранового цикла $\mu \cong 1{,}15$, $q = 0{,}15$, $\eta = 2$, тогда $R = 1{,}15$.

Для ториевого цикла $\mu \cong 1{,}03$, $\eta = 2{,}25$, $q = 0{,}15$ и $R = 1{,}15$.

Однако в наших оценочных расчетах мы не учитывали накопление продуктов деления, а также Pu^{239}, который является вредным поглотителем нейтронов. Все это снизило бы η до значения 1,8. Практически трудно построить тепловой реактор с $R > 0{,}7 \div 0{,}8$. Тем не менее, тепловых реакторов строят больше, чем быстрых, хотя коэффициент воспроизводства последних несравнимо выше, нежели у первых. Главная причина этого в том, что реакторы на быстрых нейтронах требуют относительно больших начальных вложений ценного ядерного горючего — обогащенного урана или плутония. Кроме того, вследствие меньшей технической разработанности, они дороже тепловых реакторов в строительстве, сложнее в эксплуатации. Однако многие специалисты полагают, что потенциальные преимущества реакторов на быстрых нейтронах открывают перед ними широкие перспективы развития.

Из приведенной оценки можно сделать вывод, что для воспроизводства наиболее выгодны урановый цикл на быстрых нейтронах и ториевый цикл на тепловых нейтронах.

Необходимое условие всякого воспроизводства есть $k_\infty > 1$.

Покажем, как это условие влияет на коэффициент воспроизводства. Рассмотрим реактор на тепловых нейтронах.

Для такого реактора с урановым циклом справедливы следующие уравнения выгорания:

$$\frac{d\rho_9}{dX} = -\sigma_9^c \rho_9 + \sigma_8^c \rho_8, \quad \rho_9(0) = 0;$$
$$\frac{d\rho_5}{dX} = -\sigma_5^c \rho_5, \quad \rho_5(0) = \rho_5^0. \tag{7,36}$$

Тогда, например, для начального момента времени коэффициент воспроизводства

$$R_0 = \frac{|d\rho_9|}{|d\rho_5|}\Big|_{t=0} = \frac{\sigma_8^c \rho_8}{\sigma_5^c \rho_5^0} = \frac{\Sigma_8^c}{\Sigma_5^{oc}}. \tag{7,37}$$

Казалось бы, что выбор отношения $\frac{\rho_8}{\rho_5^0}$ произволен. Однако условие $K \geqslant 1$ ограничивает возможность уменьшения U^{235} в реакторе. Действительно,

$$k_\infty = \mu\nu_5^c \frac{\Sigma_5^c}{\Sigma_5^c + \Sigma_8^c + \Sigma_п^c} = k_\infty^{необх}. \tag{7,38}$$

Разделив числитель и знаменатель на Σ_5^c и внеся обычные обозначения, получим

$$\frac{\mu\nu_5^c}{1 + R + q_п} = k_\infty^{необх}.$$

Отсюда

$$\frac{\Sigma_8^c}{\Sigma_5^{oc}} = R_0 = \frac{\mu\nu_5^c}{k_\infty^{необх}} - 1 - q_п. \tag{7,39}$$

Мы пришли уже к знакомой формуле (7, 35), если положить $k_\infty^{необх} = 1$, как это было сделано при выводе последней.

Для реактора, работающего на тепловых нейтронах, воспользовавшись обычным выражением для $k_\infty = \mu\nu\varphi\Theta$, мы из (7, 39) можем получить другое, эквивалентное, выражение коэффициента воспроизводства, которым часто пользуются.

Преобразуем формулу четырех сомножителей теплового реактора следующим путем:

$$k_\infty = k_\infty^{необх} = \mu\nu_U\, \varphi\Theta = \mu\nu_5^{ст} \frac{\Sigma_5^{ст}}{\Sigma_5^{ст} + \Sigma_8^{ст}} \cdot \frac{\Sigma_U^{ст}}{\Sigma_U^{ст} + \Sigma_п^{ст}} =$$

$$= \mu\varphi\nu_5^{ст} \frac{\Sigma_5^{ст}}{\Sigma_5^{ст} + \Sigma_8^{ст} + \Sigma_п^{ст}} = \frac{\mu\varphi\nu_5^{ст}}{1 + \frac{\Sigma_8^{ст}}{\Sigma_5^{ст}} + q_п^{ст}},$$

$$q_п^{ст} = \frac{\Sigma_п^{ст}}{\Sigma_5^{ст}}.$$

Откуда найдем, что

$$q_{\text{п}}^{\text{ст}} = \frac{\mu\varphi\nu_5^{\text{ст}}}{k_{\infty}^{\text{необх}}} - \frac{\Sigma_8^{\text{ст}}}{\Sigma_5^{\text{ст}}} - 1. \qquad (7{,}40)$$

Напомним, что в схеме теплового реактора предполагается, что все поглощение происходит в тепловой области, кроме резонансного поглощения в U^{238}. Поэтому, если применить формулу (7, 39) к тепловому реактору, то надо положить, что

$$q_{\text{п}} = q_{\text{п}}^{\text{т}}.$$

Тогда, подставляя в (7, 39) вместо $q_{\text{п}}$ величину $q_{\text{п}}^{\text{т}}$ из (7, 40), получим

$$R = \frac{\mu\nu_5^{c}(1-\varphi)}{k_{\infty}^{\text{необх}}} + \frac{\Sigma_8^{\text{ст}}}{\Sigma_5^{\text{ст}}}.$$

Нелишне напомнить, что в (7, 39) входят эффективные сечения на спектре нейтронов реактора, а в (7, 40) — тепловые сечения.

Рассмотрим в качестве примера цикл воспроизводства с торием. Проследим за ядерными процессами, в результате которых изменяется изотопный состав. Образующиеся из $(Th^{232} + n)$ ядра U^{233} захватывают нейтроны, делятся, испускают нейтроны, которые в свою очередь захватываются торием. Запишем схему перехода Th^{232} в U^{233}.

$$\begin{array}{ccccccc} Th^{232} + n \to Th^{233} & \xrightarrow[23{,}5\ \text{мин}]{\beta} & Pa^{233} & \xrightarrow[27{,}4\ \text{суток}]{\beta} & U^{233} & & \\ \downarrow & & \downarrow (n,\gamma) & & \downarrow (n,\gamma) & & \\ Th^{234} & & Pa^{234} & & U^{234} & & \\ & & & & \downarrow (n,\gamma) & & \\ & & & & U^{235} & & \end{array} \qquad (7{,}41)$$

Второй β-переход от Pa^{233} к U^{233} происходит примерно за 30 суток.

В урановом цикле также два β-перехода от U^{238} к Pu^{239}. Но в отличие от ториевого цикла, второй β-переход совершается быстрее более чем в десять раз

$$\begin{array}{ccccccc} U^{238} + n \to U^{239} & \xrightarrow[23\ \text{мин}]{\beta} & Np^{239} & \xrightarrow[2{,}3\ \text{час}]{\beta} & Pu^{239} & & \\ & & \downarrow (n,\gamma) & & \downarrow (n,\gamma) & & \\ & & Np^{240} & & Pu^{240} & & \\ & & & & \downarrow (n,\gamma) & & \\ & & & & Pu^{241} & & \end{array} \qquad (7{,}42)$$

На схемах приведены только основные цепочки превращений изотопов. Помимо указанных превращений, имеют место, например, $(n\gamma)$ реакции на U^{239}, приводящие к образованию U^{240} или $(n, 2n)$ реакции на быстрых нейтронах и многие другие.

В ториевом цикле количество получающегося U^{233} будет при определенных условиях определяться накоплением Pa^{233}. Для выяснения этих условий напишем уравнения выгорания для процесса образования U^{233}

$$\frac{d\rho_3}{dX} = -\sigma_3^c \rho_3 + \lambda^* \rho_{Pa}, \tag{7,43}$$

где λ — константа распада Th^{233}, а $\lambda^* = \frac{\lambda}{\Phi}$;

$$\frac{d\rho_{Pa}}{dX} = -\sigma_{Pa}\rho_{Pa} - \lambda^* \rho_{Pa} + \sigma_3 \rho_2,$$

$$\frac{d\rho_4}{dX} = -\sigma_4^c \rho_4 + \sigma_3^r \rho_3, \tag{7,44}$$

$$\frac{d\rho_5}{dX} = -\sigma_5^c \rho_5 + \sigma_4^c \rho_4. \tag{7,45}$$

Проанализируем эти уравнения. Назовем временем сгорания U^{233} — время, за которое начальный запас U^{233} в реакторе уменьшается в e раз. Предположим, что время распада Pa много меньше времени сгорания U^{233}. Тогда в первом приближении можно считать, что концентрация Pa находится в квазиравновесии с концентрацией U^{233}, т. е. при определении первой можно пренебречь скоростью изменения второй:

$$\frac{d\rho_3}{dX} \cong 0. \tag{7,46}$$

Отсюда следует, что

$$\sigma_3^c \rho_3 = \lambda^* \rho_{Pa},$$

или

$$\frac{\rho_{Pa}}{\rho_3} = \frac{\sigma_3^c}{\lambda^*}.$$

Так как $\lambda^* = \frac{\lambda}{\Phi}$, то

$$\frac{\rho_{Pa}}{\rho_3} = \frac{\Phi\sigma_3^c}{\lambda} = \frac{T_{Pa}}{T_3}. \tag{7,47}$$

Величину $T_3 = \frac{1}{\Phi\sigma_3^c}$, как выше упомянуто, называют временем сгорания U^{233}. Соответственно, время распада Pa

есть $T_{Pa} = \frac{1}{\lambda}$. Коэффициент вредного поглощения для Pa в реакторе

$$q_{Pa} = \frac{\Sigma^c_{Pa}}{\Sigma^c_3} = \frac{\sigma^c_{Pa}}{\sigma^c_3} \cdot \frac{T_{Pa}}{T_3}. \qquad (7,48)$$

Критерием для приложимости этой формулы, очевидно, будет условие $T_{Pa} \ll T_3$ или $\Phi \ll \frac{\lambda}{\sigma^c_3} \sim 10^{15}$ *нейтр/см²сек.*

В соответствии с формулой (7, 48) при возрастании q_{Pa} воспроизводство U^{233} убывает.

Рассмотрим теперь задачу простого воспроизводства U^{233} в ториевом топливном цикле. По предположению, скорость образования нового U^{233} равна скорости его сгорания, т. е.

$$\frac{d\rho_3}{dX} = -\sigma^c_3 \rho_3 + \lambda^* \rho_{Pa} = 0. \qquad (7,49)$$

В первом приближении, если пренебречь изменением свойств реактора вследствие накопления продуктов деления и образованием U^{234}, U^{235} и т. д., считая систему стационарной, положим также

$$\frac{d\rho_{Pa}}{dX} = -(\sigma_{Pa} + \lambda^*)\rho_{Pa} + \sigma_2 \rho_2 = 0. \qquad (7,50)$$

Из этих уравнений найдем

$$\frac{\rho_3}{\rho_{Pa}} = \frac{T_3}{T_{Pa}} = \frac{\lambda}{\Phi \sigma^c_3}, \quad \frac{\rho_{Pa}}{\rho_2} = \frac{\sigma_2}{\sigma_{Pa} + \lambda^*}.$$

Комбинируя, найдем относительную концентрацию U^{233} в Th^{232}, при которой будет осуществляться цикл простого воспроизводства

$$\frac{\rho_3}{\rho_2} = \frac{\sigma^c_2 \lambda}{(\sigma_{Pa} + \lambda^*)\Phi \sigma^c_3} = \frac{\sigma_2}{\sigma^c_3\left(1 + \frac{\Phi \sigma_{Pa}}{\lambda}\right)}. \qquad (7,51)$$

В разработанной простой схеме мы не учитывали образование U^{234} и U^{235}, т. е. считали процесс установившимся. В действительности это не так.

Попробуем записать и решить систему уравнений выгорания, считая, что

$$\rho_2 \cong \text{const}, \text{ а } \rho_{Pa}\big|_{t=0} = 0.$$

Тогда решением уравнения выгорания (7, 44)

$$\frac{d\rho_{Pa}}{dX} = -(\sigma_{Pa} + \lambda^*)\rho_{Pa} + \sigma^c_2 \rho_2$$

будет

$$\rho_{Pa} = Ce^{-(\sigma_{Pa}+\lambda^*)x} + \frac{\sigma_2^c \rho_2}{\sigma_{Pa}+\lambda^*}.$$

Чтобы найти константу C, используем начальное условие $\rho_{Pa}|_{t=0} = 0$:

$$0 = C + \frac{\sigma_2^c \rho_2}{\sigma_{Pa}+\lambda^*},$$

откуда

$$C = -\frac{\sigma_2^c \rho_2}{\sigma_{Pa}+\lambda^*}.$$

Окончательно,

$$\rho_{Pa} = \frac{\sigma_2^c \rho_2}{\sigma_{Pa}+\lambda^*}\left[1 - e^{-(\sigma_{Pa}+\lambda^*)x}\right]. \qquad (7,52)$$

Для определения ρ_3 необходимо решить уравнение (7, 43)

$$\frac{d\rho_3}{dX} = -\sigma_3^c \rho_3 + \lambda^* \rho_{Pa}.$$

Этому уравнению удовлетворяет следующее выражение:

$$\rho_3 - C_1 e^{-\sigma_3^c x} + C_2 e^{-(\sigma_{Pa}+\lambda^*)x} + C_3. \qquad (7,53)$$

Для определения постоянных C_2 и C_3 подставим выражение для ρ_3 в исходное уравнение (7, 43). Тогда найдем

$$C_2 = \frac{\lambda^* \sigma_2 \rho_2}{(\sigma_{Pa}+\lambda^*)^2 - \sigma_3^c}, \quad C_3 = \frac{\lambda^* \sigma_2 \rho_2}{(\sigma_{Pa}+\lambda^*)\sigma_3^c}.$$

Для определения константы C_1 используем начальное условие: в момент времени $t = 0$ концентрация $\rho_3 = \rho_3^0$. Тогда

$$C_1 = \rho_3^0 - (C_2 + C_3).$$

Окончательно

$$\rho_3 = [\rho_3^0 - \lambda^* \sigma_2 \rho_2]\left(\frac{1}{(\sigma_{Pa}+\lambda^*)^2 - \sigma_3^c} - \frac{1}{(\sigma_{Pa}+\lambda^*)\sigma_3^c}\right)e^{-\sigma_3^c x} +$$

$$+ \frac{\lambda^* \sigma_2 \rho_2}{(\sigma_{Pa}+\lambda^*)^2 - \sigma_3^c} \cdot e^{-(\sigma_{Pa}+\lambda^*)x} + \frac{\lambda^* \sigma_2 \rho_2}{(\sigma_{Pa}+\lambda^*)\sigma_3^c}. \qquad (7,54)$$

Аналогично

$$\rho_4 = C_1' e^{-\sigma_4^c x} + C_2' e^{-\sigma_3^c x} + C_3' e^{-ax} + C_4', \qquad (7,55)$$

$$\rho_5 = C_1'' e^{-\sigma_5^c x} + C_2'' e^{-\sigma_4^c x} + C_3'' e^{-\sigma_3^c x} + C_4'' e^{-ax} + C_5'', \qquad (7,56)$$

где $a = \sigma_{Pa} + \lambda^*$.

Постоянные C_2', C_3', C_4' и C_2'', C_3'', C_4'', C_5'' находятся подстановкой выражений для ρ_4 и ρ_5, соответственно в уравнения (7,44), (7,45). Постоянные C_1' и C_1'' находятся из начальных условий при $t = 0$. Надо помнить, что k_∞ должно для любого t удовлетворять условию $k_\infty \geqslant k_\infty^{необх} \geqslant 1$, где $k_\infty^{необх}$ определяется геометрическими размерами реактора, физическими длинами и утечкой нейтронов через поверхность реактора

$$k_\infty = \mu \frac{\nu_3 \Sigma_3^f \rho_3 + \nu_5 \Sigma_5^f \rho_5}{\sigma_3^c \rho_3 + \sigma_5^c \rho_5 + \rho_4 \sigma_4^c + \sigma_{(к+з)}^c \rho_{(к+з)} + \sigma_{Pa} \rho_{Pa} + \sigma_{отр} \rho_{отр} + \sigma_f \rho_f + \sigma_п \rho_п}, \tag{7,57}$$

где индекс (к + з) означает конструктивные материалы и замедлитель, отр — отравление, f — продукты деления и п—поглотитель системы регулирования. Для концентрации продуктов деления ρ_f имеем следующее уравнение:

$$\frac{d\rho_f}{dX} = \sigma_3^f \rho_3 + \sigma_5^f \rho_5, \tag{7,58}$$

$$\rho_f(0) = 0.$$

Лекция 9

ГЛАВА VIII

ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ

§ 1. Одногрупповое приближение

Часто необходимо оценить изменение реактивности в реакторе, когда условия его работы изменились очень мало. Такую оценку помогает сделать теория возмущений.

Будем рассматривать одногрупповое приближение. Уравнение реактора в стационарном состоянии имеет следующий вид:

$$D\Delta\Phi - \Sigma_c \Phi + k\Sigma_c \Phi = 0$$

или

$$D\Delta\Phi + (k-1)\,\Sigma_c \Phi = 0. \qquad (8{,}1)$$

Причем поток нейтронов Φ обращается в нуль на экстраполированной границе реактора: $\Phi(\vec{R}) = 0$. Решение этого уравнения несложно. Для параллелепипеда, например, поток нейтронов

$$\Phi = C_0 \cos\frac{\pi x}{a} \cos\frac{\pi y}{b} \cos\frac{\pi z}{c}.$$

Предположим теперь, что в реакторе возникло некоторое возмущение, например, в активную зону введен дополнительный поглотитель с макроскопическим сечением Σ_0, занимающий объем g. В уравнении этот поглотитель будет учтен, как слагаемое $(-\Sigma_0, \Phi)$, причем

$$\left.\begin{aligned} \Sigma_0 &= 0 \text{ в объеме } (V-g), \\ \Sigma_0 &= \Sigma_0 \text{ в объеме } g. \end{aligned}\right\} \qquad (8{,}2)$$

Здесь V — объем реактора, g — объем поглотителя с сечением Σ_0.

В общем случае уравнение для реактора с возмущением в одногрупповом приближении можно записать в виде:

$$D\Delta\Phi + (k-1)\,\Sigma_c\Phi = w\Phi, \qquad (8{,}3)$$

где w — возмущение. Граничное условие для Φ останется неизменным $\Phi(\vec{R}) = 0$.

Решение уравнения (8, 3) — задача часто сложная. Поэтому при его решении пользуются приближенными методами. Воспользуемся одним из таких методов.

Напишем уравнение, сопряженное с невозмущенным уравнением (8, 1)

$$D\Delta\Phi^* + (k^* - 1)\,\Sigma_c\Phi^* = 0, \qquad (8,4)$$

где Φ^* — функция, сопряженная Φ, а k^* — коэффициент размножения, сопряженный k. Для Φ^* справедливо граничное условие

$$\Phi^*(\vec{R}) = 0.$$

В нашем случае уравнения (8, 4) и (8, 1) самосопряженные, т. е. одинаковые, хотя вообще, как мы увидим ниже, они отличаются между собой.

Назовем уравнение (8, 3) прямым. Умножим прямое уравнение на Φ^*, сопряженное уравнение (8, 4) — на Φ, вычтем их почленно одно из другого и проинтегрируем полученное выражение по объему реактора

$$D\int_V \{\Phi^*\Delta\Phi - \Phi\Delta\Phi^*\}\,dV + \Sigma_c\int \Phi^*\Phi\,(k - k^*)\,dV = \int_V \Phi^* w\Phi\,dV. \qquad (8,5)$$

Первый интеграл в уравнении (8, 5) равен нулю, т. к. оператор самосопряженный и $\Phi(\vec{R}) = 0$.
Тогда

$$k - k^* = \frac{\int_V \Phi^* w\Phi\,dV}{\Sigma_c\int_V \Phi^*\,\Phi dV}. \qquad (8,6)$$

Разность $(k - k^*)$ характеризует изменение реактивности при внесении возмущения, т. е. именно эту величину нам необходимо найти. Предположим, что возмущение w становится сколь угодно малым $(w \to 0)$. Тогда разница между Φ и Φ^* будет очень мала, и приближенно можно считать, что

$$(k - k^*)_0 \cong \frac{\int \Phi^* w\Phi^*\,dV}{\Sigma_c\int |\Phi^*|^2\,dV}. \qquad (8,7)$$

Это выражение — основной результат теории возмущений. В нашей задаче $w \neq 0$ всюду, кроме области g, поэтому

$$(k-k^*)_0 \cong \frac{\int\limits_g \Phi^* w \Phi^* dV}{\Sigma_c \int\limits_V |\Phi^*|^2 dV} = \frac{\Sigma_0}{\Sigma_c} \cdot \frac{\int\limits_g \Phi^{*2} dV}{\int\limits_V \Phi^{*2} dV} \cong \frac{\Sigma_0}{\Sigma_c} \cdot \frac{\overline{g\Phi^{*2}}_g}{\int\limits_V \Phi^{*2} dV}. \tag{8,8}$$

Последнее выражение для $(k - k^*)$ справедливо, если $g \ll V$.

Из этих рассуждений можно сделать вывод, что изменение реактивности пропорционально квадрату потока нейтронов.

Мы определили изменение реактивности Δk при наличии возмущения, полагая в первом приближении $\Phi^* = \Phi$. Чтобы найти $(\Phi - \Phi^*)$ — изменение самого потока, воспользуемся снова теорией возмущений. Пусть L — некоторый самосопряженный оператор

$$w\Phi + L\Phi = k\Phi,$$
$$L\Phi^* = k^*\Phi^*, \tag{8,9}$$

где k^* — собственное значение оператора L. Второе операторное уравнение имеет, вообще говоря, бесчисленное множество решений:

$$L\Psi_n = \lambda_n \Psi_n, \tag{8,10}$$

где $\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_n$ — собственные значения, а $\Psi_0, \Psi_1, \ldots, \Psi_n$ — соответствующие им собственные функции. Положим k^* равным λ_0, наименьшему собственному числу. λ_0 — действительно наименьшее собственное число, так как Φ не меняет знака в объеме V. Если $w = 0$, то $k = k^* = \lambda_0$, а $\Phi = \Phi^*$. Однако нас интересует случай, когда $w \neq 0$, $k \neq k^*$, $\Phi \neq \Phi^*$. Предположим, что собственные числа и собственные функции невозмущенного уравнения (8, 10) найти можно. Разложим Φ, т. е. искомое решение возмущенного уравнения, в ряд Фурье по собственным функциям невозмущенного уравнения

$$\Phi = \sum_0^\infty C_n \Psi_n.$$

Тогда, внося последнее в возмущенное уравнение, напишем

$$L \sum_0^\infty C_n \Psi_n = k \sum_0^\infty C_n \Psi_n + w\Phi.$$

Левую часть последнего преобразуем, пользуясь (8, 10), получим

$$\sum_0^\infty C_n \lambda_n \Psi_n = k \sum_0^\infty C_n \Psi_n + w\Phi.$$

Умножим обе части уравнения на Ψ_i и проинтегрируем полученное равенство по объему V.

$$\int_V \Psi_i \sum_0^\infty C_n (\lambda_n - k) \Psi_n dV = \int_V \Psi_i w \Phi \, dV.$$

В силу ортогональности функций Ψ_n от суммы в первом интеграле останется только один член, равный $C_n(\lambda_n - k)$. Тогда

$$C_n = \frac{\int_V \Psi_n w \Phi \, dV}{\lambda_n - k}. \qquad (8,11)$$

Формула (8, 11) является точной. В первом приближении можно находить C_n, полагая в интеграле $\Phi \cong \Psi_0$ по следующей формуле:

$$C_n \cong \frac{\int \Psi_n w \Psi_0 dV}{\lambda_n - \lambda_0}. \qquad (8,12)$$

Разберем пример. Пусть в реактор, имеющий форму параллелепипеда со сторонами a, b и c внесен поглотитель с сечением Σ_0. Поглотитель занял в реакторе малую область g в окрестности точки с координатами (x_0, y_0, z_0). Тогда по формуле (8, 8)

$$k - k^* \cong \frac{\Sigma_0}{\Sigma_c} g \frac{\cos^2 \frac{\pi x_0}{a} \cos^2 \frac{\pi y_0}{b} \cos^2 \frac{\pi z_0}{c}}{\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \cos^2 \frac{\pi x}{a} \cos^2 \frac{\pi y}{b} \cos^2 \frac{\pi z}{c} \, dx \, dy \, dz}.$$

По формуле (8, 12) находим

$$C_1 \cong \frac{\Sigma_0 g \cos \frac{\pi x_0}{a} \cos^2 \frac{\pi y_0}{b} \cos^2 \frac{\pi z_0}{c} \cos \frac{3\pi x_0}{a}}{(\lambda_1 - \lambda_0) \cdot \frac{abc}{8}},$$

$$\lambda_0 = -\pi^2 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right),$$

$$\lambda_1 = -\pi^2 \left(\frac{3^2}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right),$$

где сделана подстановка

$$\Psi_0 = \cos \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b} \cos \frac{\pi z}{c},$$

$$\Psi_1 = \cos \frac{3\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b} \cos \frac{\pi z}{c}.$$

Аналогично находят C_2, C_3... Далее можно найти $(\Phi - \Phi^*)$, считая, что

$$\Phi \cong \Psi_0 + C_1\Psi_1 + C_2\Psi_2 + \cdots$$

§ 2. Возрастная теория и многогрупповое приближение

В случае многогруппового приближения или применения возрастной теории операторы не самосопряженные. Это осложняет задачу.

Конкретно рассмотрим реактор на тепловых нейтронах в возрастном приближении. Запишем возмущенные уравнения реактора для потоков Φ и j

$$\left.\begin{aligned} D\Delta\Phi - \Sigma_c\Phi + j(\tau_т) &= \omega\Phi, \\ \Delta j - \frac{\partial j}{\partial \tau} - \frac{j}{L_\tau^2} &= \omega_\tau j. \end{aligned}\right\} \qquad (8{,}13)$$

Запишем граничные и начальные условия

$$\left.\begin{aligned} \Phi(\vec{R}) &= 0, \\ j(\vec{R}, \tau) &= 0, \\ j(0) &= \nu\Sigma_c\Phi. \end{aligned}\right\} \qquad (8{,}14)$$

Так может быть сформулирована математическая задача для случаев отравления или стержня, поглощающего тепловые и промежуточные нейтроны. Выпишем сопряженный оператор

$$\left.\begin{aligned} D\Delta\Phi^* - \Sigma_c\Phi^* + j^*(0) &= 0, \\ \Delta j^* + \frac{\partial j^*}{\partial \tau} - \frac{j^*}{L_\tau^2} &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (8{,}15)$$

Граничные и начальные условия для сопряженной функции имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} \Phi^*(\vec{R}) &= 0, \\ j^*(\vec{R}, \tau) &= 0, \\ j^*(\tau_т) &= \nu^*\Sigma_c\Phi^*. \end{aligned}\right\} \qquad (8{,}16)$$

В этом случае сопряженные уравнения отличаются от исходных (прямых). В сопряженном операторе у нечетных производных изменился знак, кроме того, в начальных условиях следует заменить 0 на $\tau_т$.

Далее поступаем аналогично тому, как мы поступали при решении задачи с одной группой нейтронов. Умножим прямые уравнения на сопряженные функции и наоборот. Вычтем одно уравнение из другого и проинтегрируем по объему V. Уравне-

ние для быстрых нейтронов нужно проинтегрировать кроме этого также и по энергии. Получим

$$D\int_V (\Phi^*\Delta\Phi - \Phi\Delta\Phi^*)\,dV - \int_V (\Sigma_c\Phi\Phi^* - \Sigma_c\Phi\Phi^*)\,dV + \\ + \int_V [\Phi^* j(\tau_\tau) - \Phi j^*(0)]\,dV = \int_V \Phi^* w \Phi dV.$$

Первое и второе слагаемые равны нулю. Окончательно

$$\int_V [\Phi^* j(\tau_\tau) - \Phi j^*(0)]\,dV = \int_V \Phi^* w \Phi dV. \qquad (8{,}17)$$

Преобразуем уравнение для замедляющихся нейтронов

$$\int_0^\tau \int_V (j^*\Delta j - j\Delta j^*)\,dV d\tau - \int_0^\tau \int_V \left(j^* \frac{\partial j}{\partial \tau} + j \frac{\partial j^*}{\partial \tau}\right) dV d\tau - \\ - \int_0^\tau \int_V \left(\frac{j^* j}{L_\tau^2} - \frac{j j^*}{L_\tau^2}\right) dV\,d\tau = \int_0^\tau \int_V j^* w_\tau j\,dV\,d\tau.$$

Или, опуская члены, равные нулю, напишем

$$-\int_0^\tau \int_V \left(j^* \frac{\partial j}{\partial \tau} + j \frac{\partial j^*}{\partial \tau}\right) dV d\tau = \int_0^\tau \int_V j^* w_\tau j dV d\tau.$$

Преобразуем интеграл в левой части последнего уравнения. Поменяем местами интегралы по τ и V и проинтегрируем по частям

$$-\int_0^\tau \int_V \left(j^* \frac{\partial j}{\partial \tau} + j \frac{\partial j^*}{\partial \tau}\right) d\tau\,dV = \\ = \int_V dV \left[-\int_0^\tau j^* \frac{\partial j}{\partial \tau}\,d\tau - \int_0^\tau j \frac{\partial j^*}{\partial \tau}\,d\tau\right] = \\ = \int_V dV \left[-\Big|_0^\tau jj^* + \int_0^\tau \frac{\partial j^*}{\partial \tau} \cdot j d\tau - \int_0^\tau j \frac{\partial j^*}{\partial \tau}\,d\tau\right] = -\int_V \Big|_0^\tau j^* j\,dV.$$

Таким образом, получим

$$-\int_V \Big|_0^\tau jj^*\,dV = \int_0^\tau \int_V j^* w_\tau j\,dV d\tau. \qquad (8{,}18)$$

Так как из начальных условий

$$j(0) = \nu\Sigma_c\Phi,$$

$$j^*(\tau_\tau) = \nu^*\Sigma_c\Phi^*,$$

а уравнение (8, 18) справедливо при любом τ, можно вместо j и j^* подставить в полученное уравнение их выражения через $\nu\Sigma_c\Phi$ и $\nu^*\Sigma_c\Phi^*$, а предел τ заменить на $\tau_т$

$$-\int_V [\nu^*\Sigma_c\Phi^* j(\tau_т) - j^*(0)\,\nu\Sigma_c\Phi]\,dV =$$

$$= -\nu^*\Sigma_c \int_V \left[\Phi^* j(\tau_т) - j^*(0)\,\frac{\nu}{\nu^*}\,\Phi\right] dV = \int_0^{\tau_т}\int_V j^*\omega_\tau j\,dV\,d\tau.$$

Скомбинируем полученное уравнение с уравнением для теплового потока

$$\int_V [\Phi^* j(\tau_т) - \Phi j^*(0)]\,dV = \int_V \Phi^*\omega\Phi\,dV,$$

$$-\int_V \left[\Phi^* j(\tau_т) - \frac{\nu}{\nu^*}\,\Phi j^*(0)\right] dV = \frac{1}{\nu^*\Sigma_c}\int_0^{\tau_т}\int_V j^*\omega_\tau j\,dV\,d\tau.$$

Откуда сложением найдем

$$\left(\frac{\nu}{\nu^*} - 1\right)\int_V \Phi j^*(0)\,dV = \int_V \Phi^*\omega\Phi\,dV + \frac{1}{\nu^*\Sigma_c}\int_0^{\tau_т}\int_V j^*\omega_\tau j\,dV\,d\tau.$$

Из этого равенства мы получим точное решение поставленной задачи

$$\left(\frac{\nu}{\nu^*} - 1\right) = \frac{\int_V \Phi^*\,\omega\Phi\,dV + \frac{1}{\nu^*\Sigma_c}\int_0^{\tau_т}\int_V j^*\omega_\tau j\,dV\,d\tau}{\int_V \Phi j^*(0)\,dV}. \qquad (8{,}19)$$

Выясним физический смысл полученного выражения. Изменение реактивности зависит от возмущения в области тепловых и надтепловых энергий. $\omega\Phi$ и $\omega_\tau j$ характеризуют поглощение нейтронов, пропорциональное потоку нейтронов в невозмущенном реакторе. Тогда Φ^* и j^* можно назвать ценностью нейтронов для изменения реактивности. Поэтому уравнение (8,15) часто называют уравнением для ценности нейтронов. Из формулы (8, 19) нельзя получить конкретного результата, поскольку, помимо Φ^*, j^*, в интеграл входят неизвестные Φ и j. В первом приближении (это и называют теорией возмущения) заменим Φ и j на Φ' j' соответственно, где Φ' и j'

есть известные решения прямых невозмущенных уравнений, а Φ^* и j^* — известные решения сопряженных. Тогда

$$\frac{\nu - \nu^*}{\nu^*} \cong \frac{\int\limits_V \Phi^* w \Phi' \, dV + \frac{1}{\nu^* \Sigma_c} \int\limits_0^{\tau_T} \int\limits_V j^* w_\tau j' \, dV \, d\tau}{\int\limits_V \Phi' j^*(0) \, dV}. \qquad (8{,}20)$$

Пусть нам нужно, пользуясь теорией возмущения, решить задачу для реактора без отражателя в возрастном приближении. Тогда $\Phi' = \Psi_0$, где Ψ_0 есть решение уравнения $\Delta\Psi_0 + \varkappa^2\Psi_0 = 0$ при граничном условии $\Psi_0(\vec{R}) = 0$. Поток замедления $j' = \Psi_0(\vec{r})\, e^{-\varkappa^2\tau} \cdot C'$, где C' — константа, определяемая из начального условия $j'(0) = v\Sigma_c\Phi'$. Найдем C'.

$$\Psi_0 e^{-\varkappa^2 0} C' = \nu\Sigma_c\Psi_0,$$

$$C' = \nu\Sigma_c.$$

Окончательно

$$j' = \nu\Sigma_c\Psi_0(\vec{r})\, e^{-\varkappa^2\tau}.$$

Аналогично определяются Φ^* и j^*:

$$\Phi^* = \Psi_0; \quad j^* = \Psi_0 e^{\varkappa^2\tau} C.$$

Чтобы найти C, подставим Φ^* и j^* в уравнение для ценностей

$$\left.\begin{aligned} -D\varkappa^2\Psi_0 - \Sigma_c\Psi_0 + \Psi_0 C = 0, \\ -\Psi_0\varkappa^2 e^{\varkappa^2\tau} C + \Psi_0 C\varkappa^2 e^{\varkappa^2\tau} = 0. \end{aligned}\right\}$$

Откуда

$$C = \Sigma_c + D\varkappa^2.$$

С другой стороны, из начального условия $j^*(\tau_T) = \nu^*\Sigma_c\Phi^*$ получим, что

$$C = \nu^* \Sigma_c e^{-\varkappa^2\tau_T}.$$

Итак,

$$j^* = \Psi_0\nu^* \Sigma_c e^{\varkappa^2(\tau - \tau_T)}.$$

Независимо от последнего выражения приравняем оба выражения для C

$$\Sigma_c + D\varkappa^2 = \nu^* \Sigma_c e^{-\varkappa^2\tau_T},$$

$$1 + \frac{D}{\Sigma_c}\varkappa^2 = \nu^* e^{-\varkappa^2\tau_T}.$$

Но так как

$$\frac{D}{\Sigma_c} = L^2, \text{ то}$$

$$1 + L^2\varkappa^2 = \nu^* e^{-\varkappa^2\tau_T}.$$

Откуда

$$\nu^* = (1 + \varkappa^2 L^2)\, e^{\varkappa^2\tau_T},$$

т. е. мы получили уже известное критическое условие. Если бы мы проделали аналогичную операцию для невозмущенных прямых уравнений, то для ν' получили бы

$$\nu' = (1 + \varkappa^2 L^2)\, e^{\varkappa^2\tau_T}, \text{ т. е. } \nu' = \nu^*. \qquad (8{,}21)$$

Следовательно, собственные числа прямых и сопряженных уравнений совпадают. Это есть общий закон для прямых и сопряженных уравнений. Возвращаясь теперь к задаче определения ν для возмущенных уравнений, окончательно можно написать формулу для изменения ν:

$$\frac{\nu - \nu^*}{\nu^*} \cong \frac{\int\limits_V \Psi_0 \omega \Psi_0\, dV + \frac{1}{\nu^*\Sigma_c} \int\limits_V \int\limits_0^{\tau_T} \Psi_0 \nu^* \Sigma_c e^{-\varkappa^2\tau_1 + \varkappa^2\tau} \omega_\tau \Psi_0 \nu^* \Sigma_c e^{-\varkappa^2\tau}}{\int\limits_V \Psi_0^2 \nu^* \Sigma_c e^{-\varkappa^2\tau_T}\, dV} =$$

$$= \frac{\frac{e^{\varkappa^2\tau_T}}{\nu^*\Sigma_c} \int\limits_V \Psi_0 \omega \Psi_0\, dV + \int\limits_V \int\limits_0^{\tau_T} \Psi_0 \omega_\tau \Psi_0\, dV\, d\tau}{\int\limits_V \Psi_0^2\, dV}. \qquad (8{,}22)$$

Разберем пример. Предположим, что в реакторе есть область g, в которой $\omega = 0$, а $\omega_\tau \neq 0$, т. е. поглощение существенно в надтепловой области

$$\omega_\tau = \begin{cases} \neq 0 & \text{в} \quad g, \\ = 0 & \text{в} \quad (V - g). \end{cases}$$

Тогда, поскольку $g \ll V$,

$$\frac{\nu - \nu^*}{\nu^*} \cong \frac{g\Psi_{0g}^2}{\int \Psi_0^2\, dV} \cdot \int\limits_0^{\tau_T} \omega_\tau d\tau.$$

Предположим, что надтепловое поглощение происходит только в определенном интервале энергии, заключенном между значениями соответственно τ_1 и $\tau_1 + \Delta\tau$. В этом интервале поглощение предположим абсолютным (все нейтроны в данной полосе энергии, попавшие в область g, поглощаются). Следует

заметить, что непосредственно воспользоваться выражением для скорости поглощения в уравнении (8, 13) вида $3\Sigma_s\Sigma_{0\tau}\,j$ в данном случае нельзя. Напомним, что такой вид в возрастном приближении имеет член поглощения для случая слабого поглощения, когда $\Sigma_c \ll \Sigma_s$. Здесь мы имеем обратный предельный случай, для которого вместо выражения

$$\int_0^{\tau_T} w_s d\tau = \int_0^{\tau_T} 3\Sigma_c\Sigma_{0\tau}(\tau)\,d\tau = \int_E^{E_0} \frac{\Sigma_{0\tau}}{\xi\Sigma_s}\cdot\frac{dE}{E}$$

следует воспользоваться другим выражением

$$\int_E^{E_0} \frac{\Sigma_{0\tau}}{\xi(\Sigma_s+\Sigma_{0\tau})}\frac{dE}{E} = \int_0^{\tau_T} \frac{\Sigma_{0\tau}}{\Sigma_{0\tau}+\Sigma_s}\cdot\frac{3d\tau}{\lambda_s^2},$$

$$\vec{\Sigma}_{0\tau} \gg \Sigma_s \int_0^{\tau_T} \frac{?d\tau}{\lambda_s^2}.$$

Поэтому

$$\int_0^{\tau_T} w_\tau d\tau = \frac{3\Delta\tau}{\lambda_s^2}.$$

Рассмотрим теперь другую задачу. Найдем отношение эффективного поглощения в промежуточной области к эффективному поглощению в тепловой области. Из (8, 22) получим

$$\frac{\Delta\nu_{\text{пром}}}{\Delta\nu_{\text{тепл}}} \cong \frac{\int_V \int_0^{\tau_T} \Psi_0 w_\tau \Psi_0\, dV\, d\tau}{\int_V \Psi_0 w \Psi_0\, dV} \Sigma_c(1+\varkappa^2L^2).$$

Для случая слабого поглощения в области замедления и в тепловой области это отношение имеет вид:

$$\frac{\Delta\nu_{\text{пром}}}{\Delta\nu_{\text{тепл}}} \cong \frac{\Sigma_c(1+\varkappa^2L^2)\int_0^{\tau_T} 3\Sigma_s\Sigma_{0\tau}(\tau)\,d\tau}{\Sigma_0^2}.$$

Лекция 10

ГЛАВА IX

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ И РЕГУЛИРОВАНИЕ РЕАКТОРА

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ

§ 1. Нестационарное уравнение реактора

Рассмотрим гомогенный реактор на тепловых нейтронах без отражателя. Поведение замедляющихся и тепловых нейтронов в таком реакторе описывается следующими двумя уравнениями в возрастном приближении:

$$\Delta j - \frac{\partial j}{\partial \tau} = \frac{1}{D_\tau} \frac{dj}{dt}, \tag{9,1}$$

$$D\Delta\Phi - \Sigma^{ст}\Phi + j(\tau_т, \vec{r}, t) = \frac{1}{v} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t}. \tag{9,2}$$

Кроме того,

$$j(0, \vec{r}, t) = k_\infty \Sigma^{ст} \Phi. \tag{9,3}$$

Эти уравнения дополняются граничными условиями, справедливыми в любой момент времени t,

$$j(\tau, \vec{R}, t) = 0,$$

$$\Phi(\vec{R}, t) = 0, \tag{9,4}$$

где $\vec{R}$ — экстраполированный размер реактора, и начальными условиями в момент времени $t = 0$

$$\Phi(\vec{r}, 0) = f_1(\vec{r}),$$

$$j(\tau_т, \vec{r}, 0) = f_2(\tau_т, \vec{r}). \tag{9,5}$$

Таким образом, задача определена однозначно. Она решается

методом разделения переменных. Будем искать частные решения в виде

$$\Phi_n = \Psi_n(\vec{r})\, e^{\omega_n t}, \tag{9,6}$$

$$j_n = A_n \Psi_n(\vec{r})\, e^{\omega_n t}\, \varphi_n(\tau), \tag{9,7}$$

где ω_n — частота, и Ψ_n удовлетворяет волновому уравнению $\Delta\Psi_n + \varkappa_n^2 \Psi_n = 0$ при граничном условии $\Psi_n(\vec{R}) = 0$. Решения выбранного вида удовлетворяют граничным условиям задачи (9,4) при любых t и τ. Чтобы найти A_n, подставим (9,7) в уравнение (9,3)

$$A_n \Psi_n(\vec{r})\, e^{\omega_n t}\, \varphi_n(0) = k_\infty \Sigma^{ст} \Psi_n(\vec{r})\, e^{\omega_n t}.$$

Если пронормировать $\varphi(\tau)$, полагая $\varphi_n(0) = 1$, то

$$A_n = k_\infty \Sigma^{ст}. \tag{9,8}$$

Найдем вид функции $\varphi_n(\tau)$. Подставим решение (9,7) с $A_n = k_\infty \Sigma^{ст}$ в уравнение (9,1) и заменим $\Delta\Psi_n$ на $(-\varkappa_n^2 \Psi_n)$ согласно волновому уравнению для Ψ_n. Тогда получим

$$-k_\infty \Sigma^{ст} \varkappa_n^2 \Psi_n e^{\omega_n t} \varphi_n - k_\infty \Sigma^{ст} \Psi_n e^{\omega_n t} \frac{\partial \varphi_n}{\partial \tau} = \frac{\omega_n}{D_\tau v} k_\infty \Sigma^{ст} \Psi_n e^{\omega_n t} \varphi_n.$$

Откуда

$$-\frac{\partial \varphi_n}{\partial \tau} = \frac{\omega_n}{D_\tau v} \varphi_n + \varkappa_n^2 \varphi_n,$$

или

$$\frac{\partial \ln \varphi_n}{\partial \tau} = -\varkappa_n^2 - \frac{\omega_n}{D_\tau v}, \tag{9,9}$$

при условии, что $\varphi_n(0) = 1$. Проинтегрируем (9, 9)

$$\ln \varphi_n = -\varkappa_n^2 \tau - \frac{\omega_n}{v} \int_0^\tau \frac{d\tau}{D_\tau(\tau)} + C.$$

Из условия $\varphi_n = 1$ следует, что константа $C = 0$. Тогда

$$\varphi_n = e^{-\varkappa_n^2 \tau - \omega_n \cdot \frac{1}{v} \int_0^\tau \frac{d\tau}{D_\tau(\tau)}}.$$

Обозначим $\frac{1}{v} \int_0^\tau \frac{d\tau}{D_\tau(\tau)}$ через T_τ (время замедления). Окончательно,

$$\varphi_n = e^{-\varkappa_n^2 \tau - \omega_n T_\tau}. \tag{9,10}$$

Выведем уравнение для определения частоты ω_n. Для этого подставим решение (9, 6) и (9, 7) в уравнение (9, 2), заменим $\Delta\Psi_n$ на $(-\varkappa_n^2\Psi_n)$ и вместо $\varphi_n(t)$ подставим (9,10). Получим

$$-D\varkappa_n^2\Psi_n e^{\omega_n t} - \Sigma^{ст}\Psi_n e^{\omega_n t} + k_\infty\Sigma^{ст}\Psi_n e^{\omega_n t}\times$$

$$\times e^{-\varkappa_n^2\tau_т-\omega_n T\tau} = \frac{1}{v}\omega_n\Psi_n e^{\omega_n t}.$$

Откуда

$$k_\infty\Sigma^{ст}e^{-\varkappa_n^2\tau_т-\omega_n T\tau} - D\varkappa_n^2 - \Sigma^{ст} = \frac{1}{v}\omega_n$$

Или

$$k_\infty e^{-\varkappa_n^2\tau_т-\omega_n T\tau} = (1+\varkappa_n^2 L_т^2) + \omega_n T, \qquad (9,11)$$

где

$$L_т^2 = \frac{D}{\Sigma^{ст}}, \quad T = \frac{1}{v\Sigma^{ст}}$$

($L_т$ — длина диффузии, а T — время жизни теплового нейтрона). Уравнение (9, 11) является определяющим для нахождения частоты ω_n.

Так как уравнение (9,1) и (9,2) для определения $\Phi(\vec{r}, t)$ и $j(\tau, \vec{r}, t)$ линейны, общие решения этих уравнений можно представить, как суперпозиции частных решений (9, 6) и (9, 7) соответственно, т. е.

$$\Phi(\vec{r}, t) = \sum_0^\infty C_n\Psi_n(\vec{r})e^{\omega_n t}, \qquad (9,12)$$

и

$$j(\tau, \vec{r}, t) = k_\infty\Sigma^{ст}\sum_0^\infty C_n\Psi_n(\vec{r})e^{\omega_n t}\cdot e^{-\varkappa_n^2\tau-\omega_n T\tau}, \qquad (9,13)$$

где ω_n определяется из (9,11).

Постоянные C_n определяются из начальных условий при $t = 0$, т. е.

$$\Phi(\vec{r}, 0) = \sum_0^\infty C_n\Psi_n(\vec{r}),$$

$$j(\tau, \vec{r}, 0) = \sum_0^\infty k_\infty\Sigma^{ст}C_n\Psi_n(\vec{r})e^{-\varkappa_n^2\tau-\omega_n T\tau}.$$

Откуда

$$C_n = \int_V \Phi(\vec{r}, 0)\Psi_n(\vec{r})dV. \qquad (9,14)$$

Так как обычно $T_\tau \ll \omega_n T_\tau$ то тогда

$$\omega_n T \cong k_\infty e^{-\varkappa_n^2 \tau_\tau} - (1 + \varkappa_n^2 L_\tau^2). \qquad (9,15)$$

Например, для сферического реактора

$$\varkappa_0^2 = \frac{\pi^2}{R^2}, \quad \text{а} \quad \varkappa_n^2 = \frac{(1+n)^2 \pi^2}{R^2}.$$

Следовательно, с ростом n ω_n будут расти по абсолютной величине, убывая при этом по алгебраическому значению. Поэтому при $t \to \infty$ все последующие члены рядов (9, 12) и (9, 13) по сравнению с нулевым членом будут стремиться к нулю. Следовательно, при $t \to \infty$

$$\Phi_\infty \to C_0 \Psi_0 (\vec{r})\, e^{\omega_0 t}, \qquad (9,16)$$

$$j_\infty \to C_0\, e^{\omega_0 t}\, k_\infty \Sigma^{\text{ст}}\, \Psi_0 (\vec{r})\, e^{-\varkappa_0^2 \tau - \omega_0 T \tau}.$$

То есть, каково бы ни было начальное распределение нейтронов в реакторе, со временем в нем установится координатное распределение потоков нейтронов, соответствующее нулевым гармоникам. Как быстро устанавливается распределение, соответствующее нулевой гармонике? Если за характеристику времени установления принять время, за которое отношение второго члена рядов (9, 12) и (9, 13) к первому уменьшится в e раз, то это характерное время равно

$$\frac{e^{\omega_1 t}}{e^{\omega_0 t}} = e^{(\omega_1 - \omega_0) t} = e^{-1},$$

$$t = \frac{1}{\omega_0 - \omega_1}.$$

Подставляя сюда значения ω_0 и ω_1 из (9, 15), найдем

$$\frac{t}{T} = \frac{1}{(\varkappa_1^2 - \varkappa_0^2) L_\tau^2 + k_\infty e^{-\varkappa_0^2 \tau_\tau} \left(1 - e^{-(\varkappa_1^2 - \varkappa_0^2) \tau_\tau}\right)}.$$

В малых реакторах знаменатель в дроби есть величина, примерно равная единице. В больших реакторах она много больше.

Итак, по крайней мере для малых реакторов время установления оказывается порядка времени жизни теплового нейтрона, т. е. довольно малой величиной.

Все полученные выше формулы справедливы в случае, если быстрые нейтроны рождаются «мгновенно» ($\sim 10^{-14}$ *сек*).

§ 2. Одногрупповое рассмотрение

Рассмотрим гомогенный тепловой реактор без отражателя. Преобразуем уравнение диффузии (9, 2) для такого реактора.

В § 1 гл. IX мы видели, что для нулевой гармоники $j(\tau_т, \vec{r}, t) \cong k_\infty \Sigma^{ст} e^{-\varkappa_0^2 \tau_т} \Phi$. Тогда (9,2) преобразуется к виду:

$$D\Delta\Phi - \Sigma^{ст}\Phi + k_\infty \Sigma^{ст} \Phi e^{-\varkappa_0^2 \tau_т} = \frac{1}{v} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t},$$

или

$$D\Delta\Phi + \Phi\Sigma^{ст}(k_\infty e^{-\varkappa_0^2 \tau_т} - 1) = \frac{1}{v} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t}. \qquad (9,17)$$

Как показывает оценка времени установления, проведенная в конце предыдущего параграфа, следует ожидать, что для периодов времени много больших, чем T (времени жизни теплового нейтрона), определяющей в величине потока нейтронов будет нулевая гармоника. Поэтому для периодов времени порядка секунд и более в первом приближении можно ограничиться исследованием временно́го поведения нулевой гармоники.

Итак, допустим, что Φ можно представить через нулевую гармонику, т. е. $\Phi \cong \Psi_0(\vec{r}) f(t)$. Подставим это Φ в уравнение (9, 17) и примем во внимание, что $\Delta\Psi = -\varkappa_0^2 \Psi$. Получим

$$-\varkappa_0^2 D\Psi_0 f + \Psi_0 f \Sigma^{ст}(k_\infty e^{-\varkappa_0^2 \tau_т} - 1) = \frac{1}{v} \Psi_0 \frac{\partial f}{\partial t}.$$

Умножим и разделим почленно левую часть уравнения на $\Sigma^{ст} f(t)$, одновременно сократив на Ψ_0 все уравнение

$$\Sigma^{ст} f(t)\,[k_\infty e^{-\varkappa_0^2 \tau_т} - (1 + \varkappa_0^2 L_т^2)] = \frac{1}{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial t}.$$

Разделим обе части уравнения на $\Sigma^{ст}$ $\left(\frac{1}{\Sigma^{ст} v} = T$ есть время жизни теплового нейтрона в реакторе$\right)$. Тогда окончательно получим:

$$f(t)\,[k_\infty e^{-\varkappa_0^2 \tau_т} - (1 + \varkappa_0^2 L_т^2)] = T \frac{\partial f}{\partial t}. \qquad (9,18)$$

Выясним физический смысл выражения в квадратных скобках. Вспомним формулу для $k_{эф}$, характеризующего степень некритичности реактора,

$$k_{эф} = \frac{k_\infty e^{-\varkappa_0^2 \tau_т}}{1 + \varkappa_0^2 L_т^2}.$$

Вместо $k_{эф}$ удобно в рассмотрение ввести реактивность ρ, которая по определению есть

$$\rho = \frac{k_{эф} - 1}{k_{эф}} = \frac{\dfrac{k_\infty e^{-\varkappa_0^2 \tau_т}}{1 + \varkappa_0^2 L_т^2} - 1}{\dfrac{k_\infty e^{-\varkappa_0^2 \tau_т}}{1 + \varkappa_0^2 L_т^2}} = \frac{k_\infty e^{-\varkappa_0^2 \tau_т} - (1 + \varkappa_0^2 L_т^2)}{k_\infty e^{-\varkappa_0^2 \tau_т}},$$

и также характеризует некритичность реактора. С помощью реактивности ρ преобразуем уравнение (9, 18). Получим

$$\rho f(l) = T' \frac{\partial f}{\partial l}, \tag{9,19}$$

где

$$T' = \frac{T}{k_\infty e^{-\varkappa_0^2 \tau_T}}. \tag{9,20}$$

Время T' отличается по величине от времени жизни теплового нейтрона T на 5—10%. T' принято называть приведенным временем жизни нейтрона; оно характеризует время жизни нейтрона в ограниченной среде.

Докажем, что реактивность ρ действительно характеризует некритичность реактора. Согласно равенству (9, 15)

$$\frac{\omega_0 T}{k_\infty e^{-\varkappa_0^2 \tau_T}} = \frac{k_\infty e^{-\varkappa_0^2 \tau_T} - (1 + \varkappa_0^2 L_T^2)}{k_\infty e^{-\varkappa_0^2 \tau_T}}.$$

Справа стоит реактивность ρ, а левая часть равенства есть произведение ω_0 на T', т. е. $\omega_0 T' = \rho$, или $\omega_0 = \frac{\rho}{T'}$.

Откуда $\omega_0 t = \rho \frac{t}{T'}$. Тогда

$$\Phi_\infty = C_0 \Psi_0(\vec{r}) e^{\rho \frac{t}{T'}}. \tag{9,21}$$

Мы видим, что реактивность ρ входит сомножителем в показатель экспоненты Φ.

Если $\rho = 0$, то распределение потока нейтронов стационарно, если $\rho > 1$, то Φ растет, если $\rho < 1$, Φ затухает. Следовательно, значение реактивности ρ определяет степень критичности реактора.

§ 3. Нестационарное уравнение с учетом запаздывающих нейтронов

Все полученные выше результаты справедливы, если быстрые нейтроны рождаются «мгновенно» (например, за время $\sim 10^{-14}$ *сек*). Однако в действительности в реакторе существуют еще запаздывающие нейтроны, которые существенно меняют картину нестационарных процессов.

Пусть за каждый вторичный нейтрон рождается всего ε запаздывающих нейтронов.

В реакторе существует несколько групп запаздывающих нейтронов, например m, снабдим каждую группу номером i и будем считать, что доля запаздывающих нейтронов данной группы составляет ε_i.

Ниже приведены характеристики запаздывающих нейтронов, испускаемых продуктами деления U^{235}:

Период полураспада T_i	Время жизни l_i	Постоянная распада λ_i	Доля $\varepsilon_i/\varepsilon$	Энергия E_i, *мэв*
0,43	0,62	1, 1	0,00084	0,42
1,52	2,19	0,456	0,0024	0,62
4,51	6,5	0,151	0,0021	0,43
22	31,7	0,0315	0,0017	0,56
55,6	80,2	0,0124	0,00026	0,25

Наличие в реакторе запаздывающих нейтронов особенно сказывается на его кинетике, хотя число их составляет всего 0,75% от полного числа нейтронов, рождающихся при делении. Запаздывающие нейтроны увеличивают период реактора, что облегчает его регулирование.

Выведем нестационарное уравнение диффузии, учтя запаздывающие нейтроны. Как и прежде, утечка тепловых нейтронов описывается членом $D\Delta\Phi$, поглощение их — членом $(-\Sigma^{ст}\Phi)$, прибыль за счет мгновенных нейтронов будет $[(1-\varepsilon)\Sigma^{ст}\Phi k_\infty e^{-x_0^2\tau}]$, где экспонента учитывает вероятность нейтрону избежать утечки в процессе замедления. Кроме этого, прибыль нейтронов в реакторе будет осуществляться за счет рождения запаздывающих нейтронов. Введем обозначения: O_i — плотность осколков деления, являющихся источниками запаздывающих нейтронов i группы, τ_i — возраст нейтронов i группы, т. е.

$$\tau_i = \int_{4kT}^{E_i} \frac{\lambda_s \lambda_{tr}}{3\xi} \cdot \frac{dE}{E}$$

(для упрощения положим $\tau_i = \tau_{зап}$), где E_i — энергия нейтронов, испускаемых i группой осколков, λ_i — постоянная распада осколков i группы.

Тогда в единицу времени в единице объема распадется $(-\lambda_i O_i)$ осколков. С такой же скоростью будут рождаться и запаздывающие нейтроны, только нужно учесть, что запаздывающий нейтрон, так же как и мгновенный, может уйти из реактора, не успев стать тепловым. Тогда полная скорость генерации запаздывающих нейтронов равна

$$\sum_i \lambda_i O_i e^{-x_0^2\tau_i} .$$

Окончательный вид уравнения диффузии с учетом запаздывающих нейтронов будет следующий

$$D\Delta\Phi - \Sigma_{\cdot\Phi}^{ст} + k_\infty (1-\varepsilon)\,\Sigma^{ст}\,\Phi e^{-\varkappa_0^2 \tau} + \\ + \sum_i \lambda_i O_i\, e^{-\varkappa_0^2 \tau_i} = \frac{1}{v}\cdot\frac{\partial\Phi}{\partial t}. \quad (9{,}22)$$

К этому уравнению нужно еще добавить m уравнений, описывающих изменение со временем плотности осколков деления, т. е. систему

$$-\lambda_i O_i + k_\infty\,\Sigma^{ст}\,\Phi\varepsilon\varepsilon_i = \frac{\partial O_i}{\partial t}, \quad (9{,}23)$$

где член $k_\infty\,\Sigma^{ст}\,\Phi\varepsilon\varepsilon_i$ учитывает прибыль осколков группы i за счет деления ядер горючего.

В предельном случае стационарного реактора $\frac{\partial\Phi}{\partial t} = 0$ и $\frac{\partial O_i}{\partial t} = 0$. Тогда

$$\sum_i \lambda_i O_i = \sum_i k_\infty\,\Sigma^{ст}\,\Phi\varepsilon\varepsilon_i = k_\infty\,\Sigma^{ст}\,\Phi\varepsilon \sum_i \varepsilon_i.$$

но

$$\sum_i \varepsilon_i = 1$$

и, следовательно,

$$\sum_i \lambda_i O_i = k_\infty\,\Sigma^{ст}\,\Phi\varepsilon.$$

Уравнение (9, 22) примет вид:

$$D\Delta\Phi - \Sigma^{ст}\,\Phi + k_\infty\,\Sigma^{ст}\,\Phi e^{-\varkappa_0^2 \tau_т} = 0.$$

Мы получили обычное уравнение стационарного реактора в одногрупповом приближении.

Будем решать уравнение (9, 22) и систему (9, 23) методом разделения переменных, т. е. положим

$$\Phi = \Psi_0(r) f(t), \quad (9{,}24)$$
$$O_i = \Psi_0(r) f_i(t),$$

где $\Psi_0(r)$ — собственная функция волнового уравнения $\Delta\Psi_0 + \varkappa_0^2\Psi_0 = 0$. Законность представления решений в виде (9, 24) легко проверить подстановкой этих решений в уравнения (9,22), (9, 23). После подстановки (9, 24) в уравнение (9, 23) получим

$$-\lambda_i \Psi_0 f_i + k_\infty\,\Sigma^{ст}\,\Psi_0 f\varepsilon\varepsilon_i = \Psi_0 \frac{\partial f_i}{\partial t},$$

а после подстановки (9, 24) в уравнение (9, 22) получим

$$-D\varkappa_0^2\Psi_0 f - \Sigma^{ст}\Psi_0 f + k_\infty(1-\varepsilon)\Sigma^{ст}\Psi_0 f e^{-\varkappa_0^2\tau_т} + \sum_i \lambda_i \Psi_0 f_i e^{-\varkappa_0^2\tau_{т}i} = \frac{1}{v}\Psi_0\frac{\partial f}{\partial t}.$$

После упрощения будем иметь

$$f\left[-D\varkappa_0^2 - \Sigma^{ст} + k_\infty(1-\varepsilon)\Sigma^{ст}e^{-\varkappa_0^2\tau_т}\right] + \sum_i e^{-\varkappa_0^2\tau_{т}i}\lambda_i f_i = \frac{1}{v}\cdot\frac{\partial f}{\partial t}, \quad (9{,}25)$$

$$-\lambda_i f_i + k_\infty\Sigma^{ст} f\varepsilon\varepsilon_i = \frac{\partial f_i}{\partial t}. \quad (9{,}26)$$

Мы получили уравнения, содержащие только временные функции $f(t)$ и $f_i(t)$, следовательно, переменные действительно разделяются.

Все проведенные выше выкладки справедливы для случая $T_т \ll T$ (время замедления много меньше времени жизни теплового нейтрона). В реакторах на тепловых нейтронах это соотношение выполняется довольно хорошо.

Упростим уравнение (9,25). Для этого, приближенно полагая $\tau_{тi} = \tau_т$, разделим уравнение почленно на $\left[\Sigma^{ст} k_\infty e^{-\varkappa_0^2\tau_т}(1-\varepsilon)\right]$. Вспомним, что

$$\frac{D}{\Sigma^{ст}} = L_т^2, \quad \frac{1}{v\Sigma^{ст}} = T.$$

Кроме того, обозначим через $\rho_м$ отношение

$$\frac{k_\infty(1-\varepsilon)e^{-\varkappa_0^2\tau_т} - (1-\varkappa_0^2 L_т^2)}{k_\infty(1-\varepsilon)e^{-\varkappa_0^2\tau_т}}.$$

Тогда окончательно уравнение (9, 25) преобразуется так:

$$f\rho_м + \frac{1}{k_\infty(1-\varepsilon)\Sigma^{ст}}\sum_i \lambda_i f_i = T^*\frac{df}{dt}, \quad (9{,}27)$$

где $\rho_м$ — реактивность, обусловленная мгновенными нейтронами, а $T^* = \dfrac{T}{k_\infty(1-\varepsilon)e^{-\varkappa_0^2\tau_т}}$ есть время жизни теплового нейтрона в реакторе, т. е. по сравнению с T время T^* есть время жизни теплового нейтрона в ограниченной системе, так как для стационарного реактора $k_{эф} = 1$ и $1 + \varkappa_0^2 L_т^2 = k_\infty e^{-\varkappa_0^2\tau_т}$, а $\dfrac{1}{(1+\varkappa_0^2 L_т^2)}$ есть вероятность тепловому нейтрону остаться в объеме реактора.

Уравнения (9, 26) и (9,27) образуют систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Общими решениями этих уравнений будут суперпозиции

$$f(t) = \Sigma C_n e^{\omega_n t}$$

и

$$f_i(t) = \Sigma C_n a_{ni} e^{\omega_n t}.$$

Подставим частные решения $f = e^{\omega_n t}$ и $f_i = a_{ni} e^{\omega_n t}$ в исходные уравнения (9,26), (9,27). Получим из уравнения (9,27)

$$e^{\omega_n t} \rho_м + \frac{1}{k_\infty (1-\varepsilon) \Sigma^{ст}} \sum_i \lambda_i a_{ni} e^{\omega_n t} = T^* \omega_n e^{\omega_n t},$$

Или после сокращения

$$\rho_м + \frac{1}{k_\infty (1-\varepsilon) \Sigma^{ст}} \sum_i^m \lambda_i a_{ni} = T^* \omega_n. \qquad (9,28)$$

Уравнение (9, 26) после подстановки преобразуется к виду:

$$-\lambda_i a_{ni} e^{\omega_n t} + k_\infty \Sigma^{ст} \varepsilon \varepsilon_i e^{\omega_n t} = a_{ni} \omega_n e^{\omega_n t}.$$

Откуда

$$a_{ni} = \frac{k_\infty \Sigma^{ст} \varepsilon \varepsilon_i}{\omega_n + \lambda_i}. \qquad (9,29)$$

Постоянные C_n определяются из начальных условий, а частоту ω_n находим, как корень уравнения (9, 28) после замены в нем a_{ni} на выражение (9, 29). Окончательно

$$\rho_м + \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \sum_i^m \frac{\lambda_i \varepsilon_i}{\omega_0 + \lambda_i} = T^* \omega_0. \qquad (9,30)$$

Причем уравнение имеет $(m + 1)$ корней, где m — число групп запаздывающих нейтронов. Исследуем уравнение (9, 30) для случая, близкого к стационарному, когда ρ мало и $\omega_0 \to 0$. Знаменатель выражения под суммой умножим и разделим на λ_i:

$$\rho_м + \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \sum_i^m \frac{\varepsilon_i}{\left(1 + \frac{\omega_0}{\lambda_i}\right)} = T^* \omega_0.$$

Так как $\omega_0 \to 0$, то

$$\frac{1}{1 + \frac{\omega_0}{\lambda_i}} \cong \left(1 - \frac{\omega_0}{\lambda_i}\right).$$

Тогда

$$\rho_м + \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \sum_i^m \varepsilon_i \left(1 - \frac{\omega_0}{\lambda_i}\right) \cong T^* \omega_0.$$

Принимая во внимание, что $\varepsilon \ll 1$, т. е. $(1-\varepsilon) \cong 1$, получим уравнение

$$\rho_м + \varepsilon - \varepsilon\omega_0 \sum_i^m \frac{\varepsilon_i}{\lambda_i} \cong T^*\omega_0.$$

Откуда

$$\omega_0 \cong \frac{\rho_м + \varepsilon}{T^*}.$$

Произведение $\varepsilon \sum_i^m \frac{\varepsilon_i}{\lambda_i}$ определяет среднее запаздывание нейтронов. Подсчитаем время запаздывания

$$\varepsilon \sum_i^m \frac{\varepsilon}{\lambda_i} = \varepsilon \sum_i^m \varepsilon_i t_i = 0{,}0942 \text{ сек} \sim 10^{-1} \text{ сек}.$$

В то же время $T^*_{макс} \sim 10^{-3}$ сек.
Следовательно,

$$T^* \ll \varepsilon \sum_i^m \varepsilon_i t_i,$$

в любом тепловом реакторе. А тогда при $\rho \ll \varepsilon$, поскольку $\rho \cong \rho_м + \varepsilon$,

$$\omega_0 \cong \frac{\rho}{\varepsilon \sum_i^m \varepsilon_i t_i}. \qquad (9{,}31)$$

Время разгона реактора обратно пропорционально частоте. Следовательно, когда $\rho \ll \varepsilon$, время разгона реактора определяется временем запаздывания запаздывающих нейтронов. Этот результат справедлив и для реакторов на быстрых нейтронах.

Рассмотрим теперь другой предельный случай: $\rho \gg \varepsilon$. В этом случае следует принять $\frac{\omega_0}{\lambda_i} \gg 1$. При этом второй член в (9, 30) станет величиной много меньшей ε. Поскольку по предположению $\rho \gg \varepsilon$, то и $\rho_м \cong \rho - \varepsilon \gg \varepsilon$. Следовательно, второй член в (9,30) станет много меньше первого. Пренебрегая последним по сравнению с ρ, найдем, что при $\rho \gg \varepsilon$

$$\omega_0 \cong \frac{\rho_м}{T^*}. \qquad (9{,}32)$$

Время разгона реактора при больших реактивностях определяется временем жизни теплового нейтрона в реакторе.

§ 4. Одна группа запаздывающих нейтронов

Пусть в реакторе рождается только одна группа запаздывающих нейтронов, которая характеризуется некоторым средним значением константы распада λ.

Найдем для рассматриваемого случая временные функции f и f_i. Из выражений f и f_i в общем виде при $i = 1$ будем иметь:

$$f(l) = C_1 e^{\omega_1 l} + C_2 e^{\omega_2 l}$$

и

$$f_{1,2}(l) = C_1 a_1 e^{\omega_1 l} + C_2 a_2 e^{\omega_2 l},$$

где

$$a_{1,2} = \frac{k_\infty \Sigma^{ст} \varepsilon}{\omega_{1,2} + \lambda},$$

а частоты $\omega_{1,2}$ определяются как корни уравнения

$$\rho_м + \varepsilon \frac{\lambda}{\omega_{1,2} + \lambda} = T^* \omega_{1,2}. \qquad (9{,}33)$$

Найдем $\omega_{1,2}$. Для этого решим уравнение (9, 33)

$$\rho_м(\omega + \lambda) + \varepsilon\lambda - T^*\omega(\omega + \lambda) = 0,$$

$$T^*\omega^2 - \omega\rho_м - (\rho_м + \varepsilon)\lambda + T^*\omega\lambda = 0,$$

$$T^*\omega^2 - \omega(\rho_м - T^*\lambda) - \lambda(\rho_м + \varepsilon) = 0,$$

$$\omega_{1,2} = \frac{\rho_м - T^*\lambda}{2T^*}\left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{4T^*\lambda(\rho_м + \varepsilon)}{(\rho_м - T^*\lambda)^2}}\right] \qquad (9{,}34)$$

Имеет смысл рассмотреть предельный случай $\rho \ll \varepsilon$, т. е. $\rho_м + \varepsilon \ll \varepsilon$ и, вследствие $\rho \cong \rho_м + \varepsilon$, $\rho_м \cong -\varepsilon$. В реакторе на тепловых нейтронах величина

$$T^*\lambda = \frac{T^*}{l} \sim \frac{10^{-3}}{10} = 10^{-4},$$

а $|\rho_м| \sim \varepsilon = 0{,}0075$, поэтому величиной $T^*\lambda$ можно пренебречь по сравнению с $\rho_м$. Тогда из (9, 34) получим

$$\omega_{1,2} \cong -\frac{\varepsilon}{2T^*}\left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{4T^*\lambda\rho}{\varepsilon^2}}\right].$$

При условии, что

$$\varepsilon^2 \gg 2T^*\lambda\rho : \sqrt{1 + \frac{4T^*\lambda\rho}{\varepsilon^2}} \cong 1 + \frac{2T^*\lambda\rho}{\varepsilon^2},$$

получим

$$\omega_{1,2} = -\frac{\varepsilon}{2T^*}\left[1 \pm \left(1 + \frac{2T^*\lambda\rho}{\varepsilon^2}\right)\right],$$

или

$$\omega_1 = \frac{\lambda\rho}{\varepsilon},$$

$$\omega_2 = -\frac{\varepsilon}{T^*}. \qquad (9{,}35)$$

Таким образом, частота ω_1 положительна и зависит от реактивности ρ, а $\omega_2 < 0$ и от ρ не зависит, причем

$$|\omega_1| \ll |\omega_2|.$$

Так, для реактора на тепловых нейтронах

$$\omega_1 \cong \frac{\rho}{0{,}01 \cdot 10} \cong 10\rho \text{ и } \omega_2 \cong -\frac{10^{-2}}{10^{-3}} = -10.$$

Константы C_1 и C_2 в выражениях для временных функций находим из начальных условий: $f(0) = 1$; $f_1(0) = k_\infty \Sigma^{ст} \frac{\varepsilon}{\lambda}$, если считать, что до момента времени $t = 0$ реактор находился в стационарном состоянии ($\omega = 0$). Итак, $f(0) = 1 = C_1 + C_2$. Отсюда $C_2 = 1 - C_1$ и $f(0) = k_\infty \Sigma^{ст} \cdot \frac{\varepsilon}{\lambda} = C_1 a_1 + C_2 a_2$.

Откуда

$$C_1 a_1 + (1 - C_1) a_2 = k_\infty \Sigma^{ст} \varepsilon t,$$

или

$$C_1 = \frac{k_\infty \Sigma^{ст} \cdot \frac{\varepsilon}{\lambda} - a_2}{a_1 - a_2},$$

$$C_2 = \frac{a_1 - k_\infty \Sigma^{ст} \cdot \frac{\varepsilon}{\lambda}}{a_1 - a_2}.$$

Заменяя в последних выражениях a_1 и a_2 их значениями

$$a_1 = \frac{k_\infty \Sigma^{ст} \varepsilon}{\frac{\lambda\rho}{\varepsilon} + \lambda} = \frac{k_\infty \Sigma^{ст} \varepsilon^2}{\lambda(\rho + \varepsilon)} \cong \frac{k_\infty \Sigma^{ст} \varepsilon}{\lambda},$$

$$a_2 = \frac{k_\infty \Sigma^{ст} \varepsilon}{-\frac{\varepsilon}{T^*} + \lambda} \cong T^* \frac{k_\infty \Sigma^{ст} \varepsilon}{-\varepsilon} = -k_\infty \Sigma^{ст} T^*.$$

$$|a_1| \gg |a_2|.$$

Получим

$$C_1 \cong \frac{k_\infty \Sigma^{ст} \frac{\varepsilon}{\lambda}}{a_1} \cong \frac{k_\infty \Sigma^{ст} \varepsilon\lambda(\rho + \varepsilon)}{\lambda k_\infty \Sigma^{ст} \varepsilon^2} \cong 1 + \frac{\rho}{\varepsilon},$$

$$C_2 = 1 - C_1 \cong -\frac{\rho}{\varepsilon}.$$

Итак,

$$f(t) \cong \left(1 + \frac{\rho}{\varepsilon}\right) e^{\frac{\lambda t \rho}{\varepsilon}} - \frac{\rho}{\varepsilon} e^{-\frac{\varepsilon t}{T^*}},$$

$$\frac{\lambda}{k_\infty \Sigma^{ст} \varepsilon} f_1(t) \cong \left(1 + \frac{\rho}{\varepsilon}\right) e^{\frac{\lambda t \rho}{\varepsilon}} + \left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right) \frac{\lambda T^*}{\varepsilon} e^{-\frac{\varepsilon t}{T^*}}. \quad (9{,}36)$$

Таким образом, мы полностью определили нестационарное решение при $t > 0$.

Рассмотрим графически процесс перехода реактора из стационарного состояния с уровнем мощности w_1 в стационарное состояние с мощностью w_2, если реактивность изменилась скачком в момент времени $t = 0$. Графически переходный процесс изображен на рис. 76.

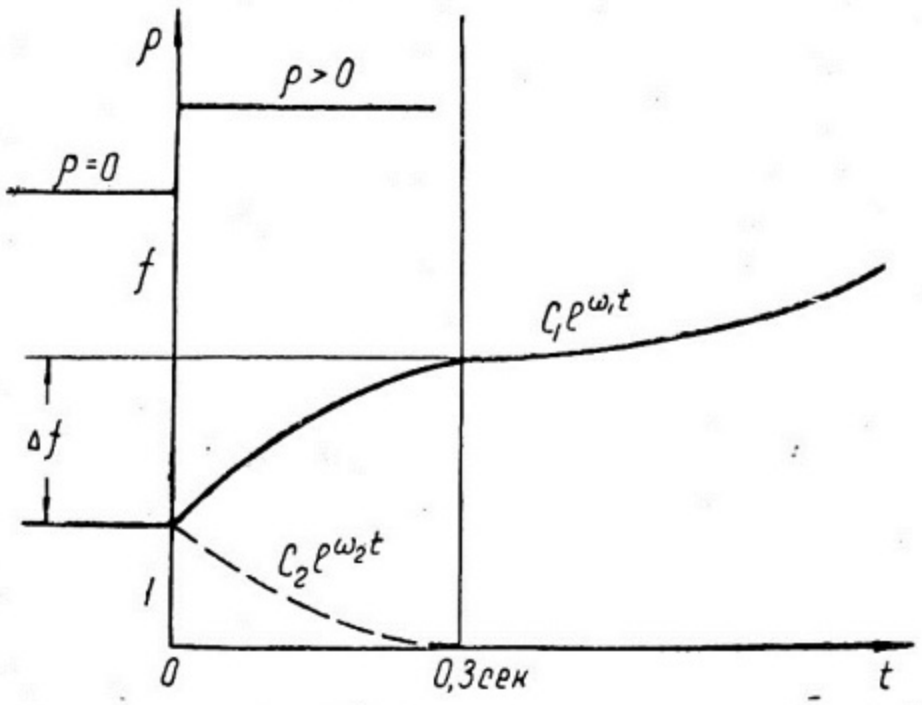


Рис. 76. Переходный процесс

Экспонента $e^{\omega_2 t}$ почти полностью затухает в течение одной секунды. Поэтому с течением времени существенную роль играет член с $e^{\omega_1 t}$. В момент времени, близкий к $t = 0$, временная функция нарастает очень быстро, а затем это резкое нарастание с течением времени сменяется более плавным. Физически этот факт объясняется тем, что в первый момент времени $f(t)$ растет за счет мгновенных нейтронов, а затем уже начинает действовать эффект запаздывающих нейтронов.

Экстраполируя ветвь кривой $C_1 e^{\omega_1 t}$ в точку с $t = 0$ (см. рис. 76), найдем, что последняя попадет в точку $C_1 \cong 1 + \frac{\rho}{\varepsilon}$. Если пренебречь малым временем $\sim 0{,}3$ *сек*, то

скачок реактивности $\rho \ll \varepsilon$ сопровождается скачком потока нейтронов, равным $\frac{\rho}{\varepsilon}$.

Интересно рассмотреть также случай, когда $\rho \sim \varepsilon$; например, $\rho = \varepsilon$. В этом случае $\rho_м = 0$ и из (9, 34) найдем

$$\omega_{1,2} = -\frac{\lambda}{2}\left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{4\varepsilon}{T^*\lambda}}\right].$$

Поскольку $\sqrt{\frac{\varepsilon}{T^*\lambda}} \gg 1$, получим ($\lambda \sim 10^{-1}$),

$$\omega_{1,2} \cong \pm \sqrt{\frac{\lambda\varepsilon}{T^*}}; \quad |\omega_{1,2}| \gtrsim 1.$$

Величины a_1 и a_2 получаются равными

$$a_{1,2} = \frac{k_\infty \Sigma^{ст} \varepsilon}{-|\omega| + \lambda} \cong -\frac{k_\infty \Sigma^{ст} \varepsilon}{|\omega|}.$$

Наконец, C_1 и C_2 тоже равны.

$$C_{1,2} = \frac{\lambda - |\omega|}{2\lambda} \cong -\frac{|\omega|}{2\lambda}.$$

Далее найдем $f(t)$.

$$f(t) = \frac{|\omega|}{2\lambda}\left[e^{|\omega|t} - e^{-|\omega|t}\left(1 - \frac{2\lambda}{|\omega|}\right)\right], \qquad (9{,}37)$$

где $|\omega| \cong \sqrt{\frac{\lambda\varepsilon}{T^*}}$.

Так как $|\omega| \sim 1$, то по (9, 37) разгон должен идти очень резко, поскольку его период порядка 1 *сек*.

Очень трудно создать регулятор, способный за такие малые времена эффективно управлять реактивностью. Поэтому скачки реактивности $\sim \varepsilon$ обычно считаются опасными.

Лекция 11

УПРАВЛЕНИЕ ЯДЕРНЫМИ РЕАКТОРАМИ

§ 5. Регулирование реактора

Регулирование ядерного реактора осуществляется с помощью системы, которая должна разгонять реактор, поддерживать его в стационарном состоянии, останавливать. Регулирование может осуществляться следующими способами: сближением частей активной зоны, движением частей отражателя, введением в активную зону реактора поглощающих стержней. Мы остановимся на последнем способе регулирования.

Интенсивность действия регулирующей системы характеризуется величиной реактивности ρ, где

$$\rho = \frac{k_{эф} - 1}{k_{эф}} = 1 - \frac{1}{k_{эф}} = 1 - \frac{1 + \varkappa^2 L^2}{k_\infty} e^{\varkappa^2 \tau_т}, \qquad (9{,}38)$$

так как

$$k_{эф} = \frac{k_\infty e^{-\varkappa^2 \tau_т}}{1 + \varkappa^2 L^2}.$$

Оценим приращение реактивности $\Delta\rho$ за счет введения в активную зону реактора поглощающего стержня. Будем считать, что действие такого стержня не меняет материального параметра системы, а изменяет только геометрический параметр. Тогда приращение реактивности

$$\Delta\rho \cong -\left\{\frac{1}{k_\infty} e^{\varkappa^2 \tau_т}\left(1 + \frac{\varkappa^2 L^2 \tau_т}{M^2}\right)\right\} M^2 \Delta\varkappa^2. \qquad (9{,}39)$$

Значение $\Delta\rho$ находится дифференцированием (9,38) по $\varkappa$. Основным сомножителем в $\Delta\rho$ является $M^2\Delta\varkappa^2$. Выражение в фигурных скобках близко к единице. Действительно, для стационарного реактора $k_{эф} = 1$, т. е.

$$k_{эф} = 1 = \frac{k_\infty e^{-\varkappa^2 \tau_т}}{1 + \varkappa^2 L^2} = \frac{k_\infty}{e^{\varkappa^2 \tau_т}(1 + \varkappa^2 L^2)}.$$

В случае большого реактора

$$\varkappa^2 L^2 \ll 1 \text{ и } \frac{\varkappa^2 L^2 \tau_т}{M^2} \ll 1,$$

поэтому можно считать, что

$$\Delta\rho \cong -M^2\Delta\varkappa^2 = -2M^2\varkappa\Delta\varkappa. \qquad (9{,}40)$$

Для небольших реакторов вводится поправочный коэффициент и

$$\Delta\rho \cong \frac{1 + \frac{\varkappa^2 L^2 \tau_т}{M^2}}{1 + \varkappa^2 L^2}. \qquad (9{,}41)$$

Таково изменение реактивности при введении поглощающих стержней в активную зону реактора. Вычислим $\Delta\rho$ для ряда конкретных случаев.

§ 6. Расчет регулирующего стержня в одногрупповом приближении

В качестве примера расчета регулирующего стержня рассмотрим простейший случай, когда регулирующий цилиндрический стержень радиуса a помещен по оси цилиндрической

активной зоны бесконечной высоты. Будем считать, что когда стержня в реакторе нет, он находится в стационарном состоянии. Тогда регулирующий стержень будет вносить отрицательную реактивность. Чтобы оценить ее значение, необходимо вычислить геометрический параметр $\varkappa$. Для решения задачи воспользуемся одногрупповым методом.

Одногрупповой метод дает нам одно значение геометрического параметра при выведенном стержне $\varkappa_1 = \frac{\xi}{R}$, где $\xi = 2{,}405$ есть первый корень функции Бесселя первого рода нулевого порядка. Если стержень — в реакторе то, кроме граничного условия на внешней границе, необходимо еще ввести граничное условие при $r = a$, где a — эффективный радиус регулирующего стержня:

$$\varphi(a) = 0.$$

Следует заметить, что истинный радиус стержня отличается от эффективного радиуса. При $a \gg \lambda_{tr}$ эта разница составляет $0{,}71\ \lambda_{tr}$.

Для стержней с малым радиусом $a \sim \lambda_{tr}$ эффективная добавка к истинному радиусу может быть найдена с помощью

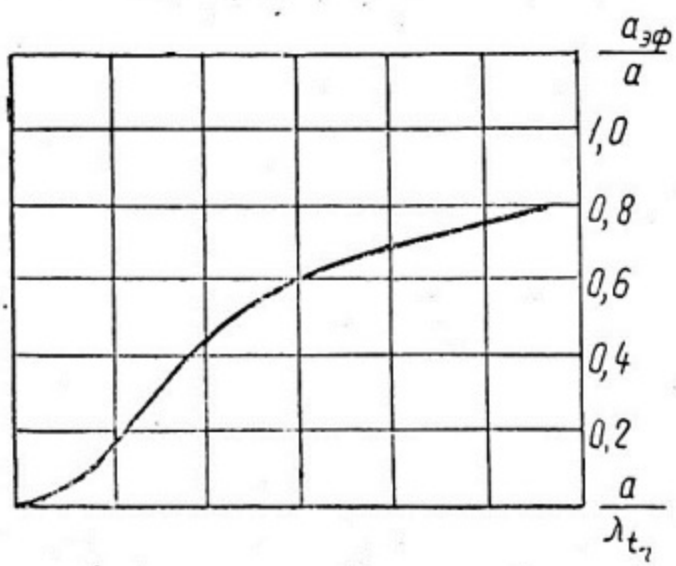


Рис. 77. График для определения эффективной добавки

графика, полученного из газокинетического решения задачи (см. график на рис. 77).

Для потока нейтронов в реакторе со стержнем можно пользоваться выражением

$$\Psi(r) = I_0(\varkappa r) + AN_0(\varkappa r), \qquad (9{,}42)$$

где A — константа, определяемая из условия на внешней границе, а именно,

$$I_0(\varkappa R) + AN_0(\varkappa R) = 0,$$

$$A = -\frac{I_0(\varkappa R)}{N_0(\varkappa R)}.$$

Окончательно,

$$\Psi(r) = I_0(\varkappa r) - \frac{I_0(\varkappa R)}{N_0(\varkappa R)} N_0(\varkappa r). \qquad (9{,}43)$$

Чтобы получить уравнение для определения $\varkappa$, необходимо использовать второе граничное условие. Получим

$$I_0(\varkappa a) - \frac{I_0(\varkappa R)}{N_0(\varkappa R)} N_0(\varkappa a) = 0. \qquad (9{,}44)$$

Приращение реактивности за счет регулирующего стержня будет определяться разностью $\varkappa - \varkappa_1 = \Delta\varkappa$.

Уравнение (9, 44) — трансцендентное, но для упрощения решения можно воспользоваться условием $a\varkappa \ll 1$. Это условие вытекает из соотношения $\varkappa \sim \varkappa_1 = \frac{2{,}4}{R}$, тогда $a\varkappa \cong \frac{2{,}4}{R} \cdot a$, а так как $a \ll R$, то $a\varkappa \ll 1$. Следовательно, $I_0(a\varkappa)$ и $N_0(a\varkappa)$ можно разложить в ряд в области малого значения аргумента. $I_0(a\varkappa) \cong 1$, когда $a\varkappa$ мало, а $N_0(a\varkappa)$ ведет себя как логарифм $a\varkappa$, точнее

$$N_0(a\varkappa) = -\frac{2}{\pi} \ln \frac{C}{a\varkappa}.$$

Итак, примем

$$I_0(a\varkappa) \cong 1, \qquad (9{,}45)$$

$$N_0(a\varkappa) \cong -\frac{2}{\pi} \ln \frac{C}{a\varkappa} = \frac{2}{\pi} \ln \frac{1}{C}\left(\frac{a\xi}{R} + a\Delta\varkappa\right) \cong \frac{2}{\pi} \ln \frac{a\xi}{CR},$$

где $\ln C = 0{,}116$. Упростим также $I_0(\varkappa R)$ и $N_0(\varkappa R)$:

$$I_0(\varkappa R) = I_0[R(\varkappa_1 + \Delta\varkappa)] = I_0(\xi + R\Delta\varkappa).$$

Величина $R\Delta\varkappa$ мала и поэтому $I_0(\xi + R\Delta\varkappa)$ можно разложить в ряд:

$$I_0(\xi + R\Delta\varkappa) = I_0(\xi) + R\Delta\varkappa I_0'(\xi) + \cdots,$$

но т. к. $I_0(\xi) = 0$, то

$$I_0(\xi + R\Delta\varkappa) = I_0(R\varkappa) \cong R\Delta\varkappa I_0'(\xi) \cong -0{,}52\, R\Delta\varkappa.$$

Аналогично,

$$N_0(\varkappa R) = N_0(\xi + R\Delta\varkappa) = N_0(\xi) + R\Delta\varkappa N_0'(\xi) + \cdots$$

Однако в этом случае $N_0(\xi) \neq 0$. Будем считать, что $N_0(R\varkappa) \cong N_0(\xi) \cong 0{,}51$. Остальными членами разложения пренебре-

жем. Подставим полученные разложения в уравнение (9, 44). Получим

$$1 \cong \frac{R\Delta\varkappa\, I_0'(\xi)}{N_0(\xi)} \cdot \frac{2}{\pi} \ln \frac{\xi a}{CR}.$$

Или

$$\Delta\varkappa = \frac{N_0(\xi)}{I_0'(\xi)} \cdot \frac{\pi}{2R \ln \frac{\xi a}{CR}}.$$

Так как

$$\frac{N_0(\xi)}{I_0'(\xi)} \cong -1,$$

то

$$\Delta\varkappa = \frac{\pi}{2R \ln \left(\frac{CR}{\xi a}\right)}. \qquad (9,46)$$

Зная $\Delta\varkappa$, можно найти $\Delta\rho$ согласно (9, 40)

$$\Delta\rho = -\frac{2\xi\pi M^2}{R \cdot 2R \ln \left(\frac{CR}{\xi a}\right)} = -\frac{\pi\xi M^2}{R^2 \ln \left(\frac{CR}{\xi a}\right)} =$$

$$= -7{,}5 \frac{M^2}{R^2} \cdot \frac{1}{0{,}116 + \ln \frac{R}{\xi a}}. \qquad (9,47)$$

В выражении для $\Delta\rho$ мы вместо $\varkappa$ подставили $\varkappa_1$, т. к. $\varkappa_1$ мало отличается от $\varkappa$. Множитель 7,5 — это константа, равная $\pi\xi$.

Из уравнения (9, 47) следует, что зависимость изменения реактивности от a логарифмическая, т. е. слабая. Это означает, что увеличение радиуса поглощающего стержня не будет заметно увеличивать эффективность действия стержня. Поэтому более целесообразно увеличивать число поглощающих стержней, а не радиус поглощающего стержня.

Мы нашли оценку изменения реактивности в одногрупповом приближении. Однако одногрупповая теория не дает истинной картины поглощения нейтронов поглощающими стержнями, так как она исходит из предположения одинаковости поглощающей способности стержня для нейтронов всех энергий. Это дает завышенное значение $\Delta\rho$. Поэтому, чтобы сделать более точный расчет регулирующего стержня, необходимо пользоваться хотя бы двухгрупповой методикой. Например, если стержень изготовлен из кадмия, можно считать его «черным» для нейтронов тепловых энергий и прозрачным для нейтронов спектра замедления. Если провести вычисления по

двухгрупповой схеме, аналогичные приведенным выше, то для $\Delta\rho$ можно получить следующую формулу:

$$\Delta\rho \cong -7{,}5\frac{M^2}{R^2}\cdot\frac{1}{0{,}116\left(1+\frac{\tau}{L^2}\right)+\frac{\tau}{L^2}\ln\frac{L\sqrt{\tau}}{Ma}+\ln\frac{R}{2{,}4\,a}}. \qquad (9{,}48)$$

Введение поглощающего стержня в реактор не только увеличивает поглощение нейтронов, но и меняет поле нейтронов внутри реактора (см. рис. 78). Причем в присутствии стержня поле нейтронов перераспределяется таким образом, что резко возрастает градиент потока на границе; стержень как бы выталкивает нейтронное поле. Это увеличивает утечку нейтронов с поверхности реактора. Изменение поля нейтронов может, кроме того, иметь значение для тепловой перегрузки периферических стержней реактора.

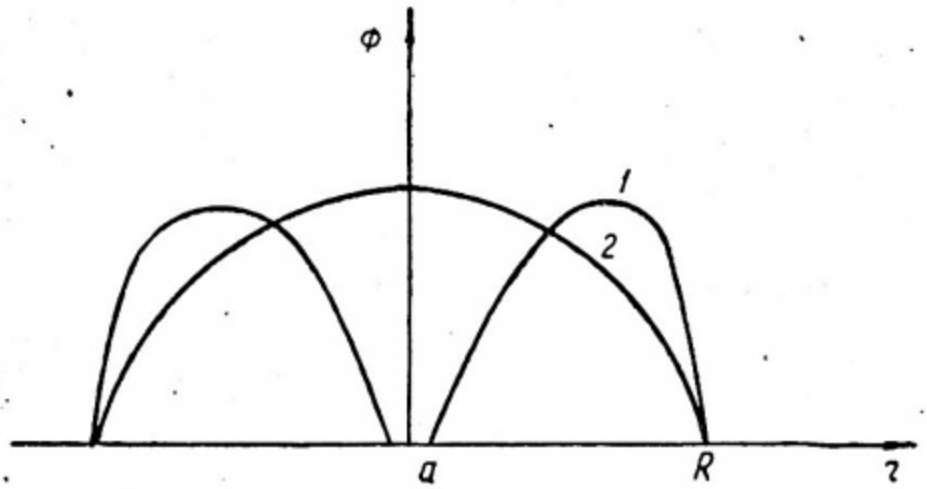


Рис. 78. Поле нейтронов в реакторе: *1* — со стержнем, *2* — без него

Так как в активную зону практически приходится вводить не один, а несколько стержней, чтобы компенсировать достаточный запас реактивности, то встает задача о расчете эксцентрично расположенных стержней. При этом оказывается, что действие системы стержней не аддитивно, т. е. реактивность системы стержней может быть либо больше, либо меньше суммы реактивностей отдельных стержней.

Для слабых поглотителей, слабо деформирующих поле нейтронов, теория возмущений дает результат, согласно которому $\rho \sim \Phi^2$, где Φ — поток нейтронов в невозмущенной системе.

Если нам известна реактивность данного стержня, расположенного в центре реактора, то реактивность того же стержня, расположенного эксцентрично, согласно теории возмущения, будет равна

$$\rho = \rho_0\left(\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)^2, \qquad (9{,}49)$$

где ρ_0 и Φ_0 — реактивность и поток нейтронов для центрального стержня. Для сильных поглотителей формула (9, 49) грубо приближенна.

Имеет практическое значение случай, когда поглощающих стержней в реакторе так много, что они образуют самостоятельную решетку. Расчет таких систем стержней ведется методом эквивалентной ячейки. Ячейку эквивалентного радиуса R делают стационарной, подбирая определенный размер стержня a. Поток нейтронов в такой ячейке удовлетворяет уравнению

$$\Delta\Phi + \varkappa^2\Phi = 0. \tag{9,50}$$

Если считать, что перетечки нейтронов в соседние ячейки не происходит, то граничные условия примут вид:

$$\begin{cases} \nabla\Phi(R) = 0, \\ \Phi(a) = 0. \end{cases} \tag{9,51}$$

Тогда

$$\Phi = A\cos\frac{\pi z}{H}\{I_0(\alpha r) + BN_0(\alpha r)\},$$

$$\alpha = \frac{\xi}{R}, \tag{9.52}$$

$$\frac{\pi^2}{H^2} + \alpha^2 = \varkappa^2,$$

где $\varkappa^2$ — материальный параметр решетки активной зоны, когда в ней нет поглощающих стержней. Подставим (9,52) в граничные условия (9, 51). Получим

$$I_0(\alpha a) + BN_0(\alpha a) = 0,$$

$$I_1(\alpha R) + BN_1(\alpha R) = 0,$$

или

$$\begin{vmatrix} I_0(\alpha a) & N_0(\alpha a) \\ I_1(\alpha R) & N_1(\alpha R) \end{vmatrix} = 0. \tag{9,53}$$

Выражение (9, 53) является критическим условием для определения a.

Если $\alpha a \ll 1$, то определитель (9, 53) можно записать как

$$\frac{1}{\frac{2}{\pi}\ln\frac{\alpha a}{C}} = \frac{I_1(\alpha R)}{N_1(\alpha R)},$$

или

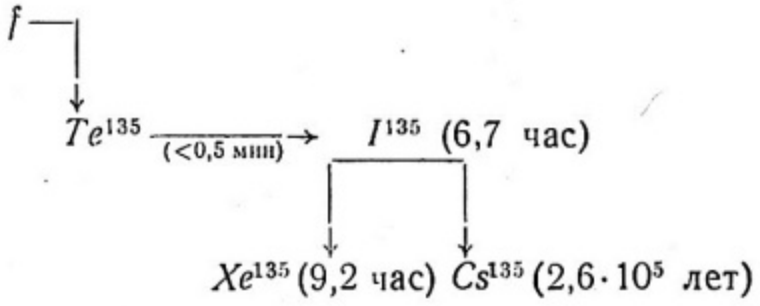
$$a = \frac{C}{\alpha}e^{\frac{\pi}{2}\cdot\frac{N_1(\alpha R)}{I_1(\alpha R)}}. \tag{9,54}$$

Следует помнить, что во всех расчетах a, вообще говоря, эффективный размер. Если $a \sim \lambda_{tr}$, то для вычисления эффектив-

ной добавки к истинному размеру можно пользоваться уже упомянутым графиком, изображенным на рис. 77.

§ 7. Отравление реактора

В процессе работы ядерного реактора в его активной зоне накапливаются продукты радиоактивного распада ядер горючего. В качестве примера рассмотрим одну из цепочек образования радиоактивных веществ



Элементы этой цепочки замечательны сечением захвата. Так

$$\sigma_a^{Xe} = 3 \cdot 10^6_{\text{барн}}.$$

Поэтому, хотя Xe живет недолго, он все же успевает захватить заметное количество нейтронов. Этот эффект вредного поглощения нейтронов продуктами радиоактивного распада осколков деления с большим сечением захвата и небольшим временем жизни (по отношению к распаду) принято называть отравлением.

Разберем процесс отравления количественно. Запишем уравнение для скорости накопления Xe и I. Обозначим через Y^I выход иода, т. е. число атомов I, образующихся на 1 акт деления. Тогда скорость образования иода будет равна $\frac{dI}{dt} = \Phi\Sigma_f Y^I$. Поглощением нейтронов иодом пренебрегаем. Кроме убыли иода за счет поглощения нейтронов, иод будет распадаться со скоростью $\lambda^I \cdot I$, где λ^I — константа распада, а I — ядерная концентрация иода. Окончательно получим уравнение

$$\frac{dI}{dt} = -\lambda^I \cdot I + \Phi\Sigma_f Y^I. \qquad (9{,}55)$$

Уравнение для ксенона выводится аналогично.

$$\frac{dX}{dt} = \Phi\Sigma_f Y^{Xe} + \lambda^I \cdot I - (\lambda^{Xe} + \Phi\sigma_a^{Xe}) X, \qquad (9{,}56)$$

где член $\lambda^I \cdot I$ учитывает прибыль ядер ксенона за счет распада ядер иода, X — ядерная концентрация ксенона, Y^{Xe} — выход ксенона.

Выпишем значения констант распада для иода и ксенона

$$\lambda^I = 2{,}89 \cdot 10^{-5}\ 1/сек,$$

$$\lambda^X = 2{,}09 \cdot 10^{-5}\ 1/сек.$$

В процессе работы реактора концентрации иода и ксенона достигают своих равновесных значений, т. е. $\frac{dI}{dt} = 0$ и $\frac{dX}{dt} = 0$. Обозначим эти равновесные концентрации через I_{eq} и X_{eq}. Тогда

$$I_{eq} = \frac{\Phi \Sigma_f \gamma^T}{\lambda^I}, \tag{9,57}$$

$$X_{eq} = \frac{\Phi \Sigma_f (\gamma^I + \gamma^X)}{\lambda^X + \Phi \sigma_a^X}. \tag{9,58}$$

Оценим значение потока нейтронов, при котором скорость выгорания Xe сравнивается со скоростью его распада

$$\Phi_1 \sigma_a^X = \Phi_1 \cdot 3 \cdot 10^{-18} = \lambda^X \cong 2 \cdot 10^{-5},$$

$$\Phi_1 = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{3 \cdot 10^{-18}} = \frac{2}{3} \cdot 10^{13},$$

т. е.

$$\Phi_1 \sim 10^{13}\ \frac{нейтр}{см^2\ сек}.$$

Введем понятие отравления реактора. Определим отравление как отношение макроскопического сечения поглощения тепловых нейтронов вредными поглотителями к сечению деления горючего вещества. Вспомним, что это относительное поглощение мы ранее обозначали буквой q.

$$q_{Xe} = \frac{\sigma_a^X X_{eq}}{\Sigma_f} = \frac{(\gamma^I + \gamma^X)\, \Phi \sigma_a^X}{\lambda^X + \Phi \sigma_a^X} = \frac{\gamma^I + \gamma^X}{1 + \frac{\lambda^X}{\Phi \sigma_a^X}}. \tag{9,59}$$

Рассмотрим отравление для слабого и сильного нейтронных полей.

а) $\Phi \ll \Phi_1$.

Тогда

$$\frac{\sigma_a^X X_{eq}}{\Sigma_f} \cong \frac{\Phi \sigma_a^X}{\lambda^X} (\gamma^I + \gamma^X), \tag{9,60}$$

б) $\Phi \gg \Phi_1$

$$\frac{\sigma_a^X X_{eq}}{\Sigma_f} \cong (\gamma^I + \gamma^X). \tag{9,61}$$

Для случая $\Phi \ll \Phi_1$ мы получим максимальное предельное значение отравления.

На рис. 79 приведено изменение отравления в реакторе с течением времени. Как видно из рисунка, отравление реактора после выключения может быть значительно большим, чем при стационарной работе, если считать время от момента остановки аппарата.

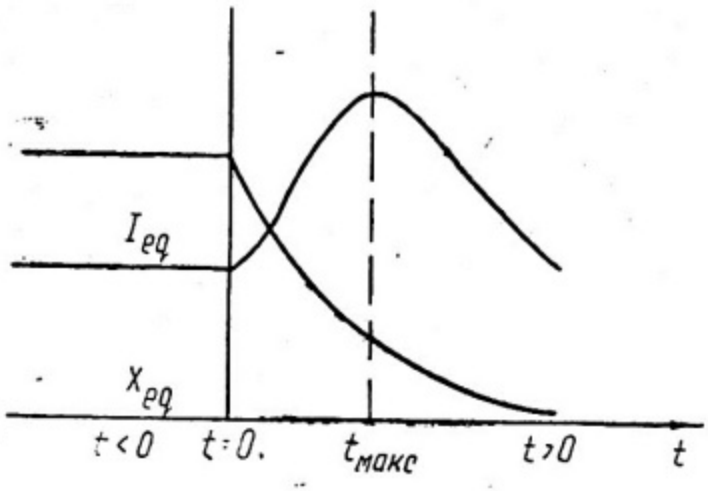


Рис. 79. Изменение отравления реактора с течением времени

Падение реактивности за счет отравления носит название иодной ямы.

Вычислим изменение концентрации Xe с течением времени после остановки реактора. После выключения аппарата

$$\frac{dI}{dt} = -\lambda^I \cdot I, \quad \frac{dX}{dt} = \lambda^I \cdot I - \lambda^X X. \tag{9,62}$$

Отсюда

$$X = C_1 e^{-\lambda^X t} + C_2 e^{-\lambda^I t} + C_3. \tag{9,63}$$

Подставим (9,63) в уравнение (9,62), причем вместо I подставим изменение I с течением времени, т. е.

$$I = I_{eg} e^{-\lambda^I t},$$

т. к. при

$$t = 0 \quad I = I_{eg} \text{ и } \frac{dI}{dt} = -\lambda^I \cdot I.$$

Тогда получим

$$-C_1\lambda^X e^{-\lambda^X t} - C_2\lambda^I e^{-\lambda^I t} = \lambda^I I_{eq} e^{-\lambda^I t} - \lambda^X C_1 e^{-\lambda^X t} - \lambda^X C_2 e^{-\lambda^I t}.$$

Если положить $C_3 = 0$, то

$$C_2 = \frac{\lambda^I I_{eg}}{\lambda^X - \lambda^I}.$$

Константу C_1 находим из условия, что при $t = 0$ $X = X_{eg}$. Тогда

$$C_1 = \frac{\lambda^I I_{eq}}{\lambda^X - \lambda^I} = X_{eq}.$$

или

$$C_1 = X_{eq} - \frac{\lambda^I I_{eq}}{\lambda^X - \lambda^I}.$$

Окончательно

$$X = \left(X_{eq} - \frac{\lambda^I I_{eq}}{\lambda^X - \lambda^I} \right) e^{-\lambda^X t} + \frac{\lambda^I I_{eq}}{\lambda^X - \lambda^I} e^{-\lambda^I t} = \tag{9,64}$$

$$= X_{eq} e^{-\lambda^X t} + \frac{\lambda^I I_{eq}}{\lambda^I - \lambda^X} (e^{-\lambda^X t} - e^{-\lambda^I t}).$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава V. Критические размеры реактора в возрастном и многогрупповом приближении

§ 1. Постановка задачи 3
§ 2. Решение задачи для гомогенной активной зоны без отражателя 6
§ 3. Критическое уравнение для реактора со сложным спектром нейтронов 8
§ 4. Спектр нейтронов в реакторе 11
§ 5. Спектр излучения реактора 13
§ 6. Уравнения многогруппового метода 14
§ 7. Техника применения многогруппового метода . . . 17
§ 8. Двухгрупповой метод в применении к активной зоне с отражателем 20

Глава VI. Расчет параметров решетки гетерогенного реактора

§ 1. Коэффициент использования тепловых нейтронов . . 25
§ 2. Зазор с теплоносителем вокруг блока 35
§ 3. Температурные эффекты в решетке 37
§ 4. Блокированное и неблокированное поглощение . . . 39
§ 5. Средний путь нейтрона в блоке 43
§ 6. Резонансное поглощение для отдельного уровня . . . 45
§ 7. Влияние температуры уранового блока на резонансное поглощение 47
§ 8. Размножение на быстрых нейтронах 49
§ 9. Длина миграции нейтронов в решетке 55

Глава VII. Изменение изотопного состава и воспроизводство ядерного горючего

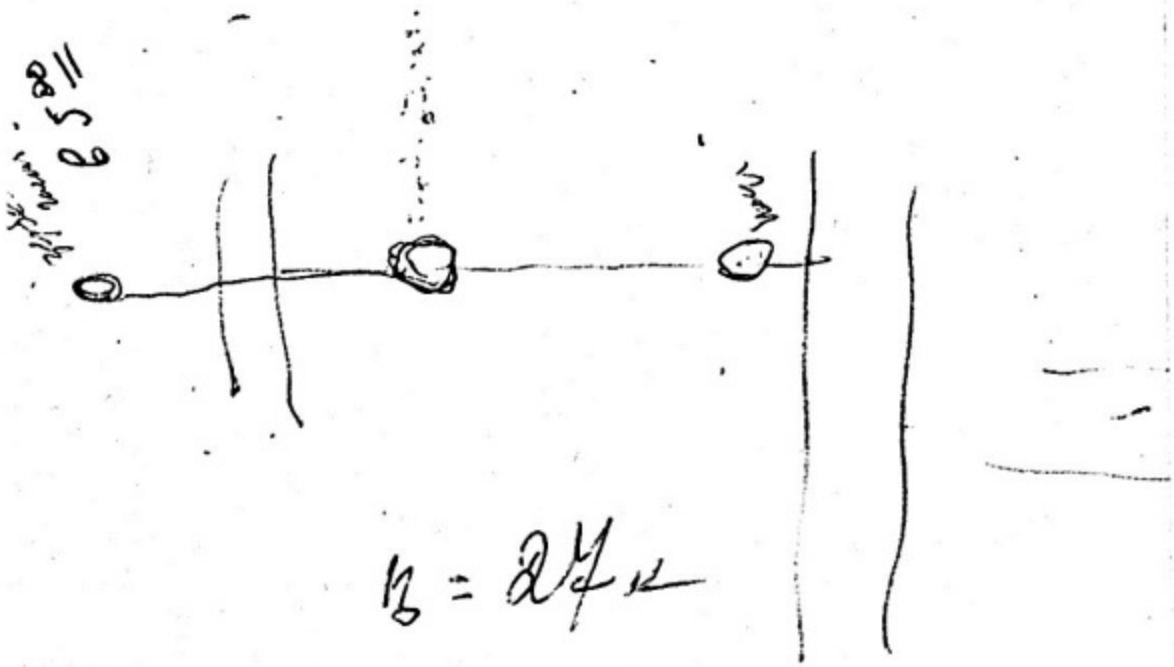
§ 1. Уравнения выгорания 58
§ 2. Решение уравнений выгорания 61
§ 3. Коэффициент воспроизводства 66

Глава VIII. Теория возмущений

§ 1. Одногрупповое приближение 76
§ 2. Возрастная теория и многогрупповое приближение . . 80

Глава IX. **Нестационарные процессы и регулирование реактора**

§ 1. Нестационарное уравнение реактора . . . . .
§ 2. Одногрупповое рассмотрение . . . . . .
§ 3. Нестационарное уравнение с учетом запаздывающих нейтронов . . . . . .
§ 4. Одна группа запаздывающих нейтронов . . . . . .
§ 5. Регулирование реактора 1
§ 6. Расчет регулирующего стержня в одногрупповом приближении 1
§ 7. Отравление реактора 1



Техн. редактор Р. А. Негримовская. Корректор Н. Прокофье
Л 40790 от 9/VI-61 г. Объем 7 п. л. Зак. 200. Тир. 300 э
Типография МИФИ, М. Пионерская, 12.