МОСКОВСКИЙ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО
КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-
ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

С. П. Андреев, Б. М. Карнаков,
А. В. Кошелкин, В. Д. Мур

027-87

СОСТОЯНИЯ С МАЛОЙ ЭНЕРГИЕЙ СВЯЗИ В КОРОТКОДЕЙСТВУЮЩЕМ ПОТЕНЦИАЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

МОСКВА 1987

Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Московский ордена Трудового Красного Знамени инженерно-физический институт

С.П.Андреев, Б.М.Карнаков, А.В.Кошелкин, В.Д.Мур

СОСТОЯНИЯ С МАЛОЙ ЭНЕРГИЕЙ СВЯЗИ В КОРОТКОДЕЙСТВУЮЩЕМ ПОТЕНЦИАЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Препринт 027-87

Утверждено
редсоветом института

Москва 1987

УДК 535.338

Андреев С.П., Карнаков Б.М., Кошелкин А.В., Мур В.Д. Состояния с малой энергией связи в короткодействующем потенциале при наличии магнитного поля. -М.:Препринт/МИФИ, 027-87, 1987, 24с.

Исследован спектр слабосвязанных состояний электрона в короткодействующем центральном потенциале при наличии магнитного поля. Показано, что для состояний с орбитальным моментом $\ell \geq 1$ спектр состоит из слабо смещенных "ямных" уровней, т.е. уровней в центральном потенциале, и уровней Ландау. Для s -уровней исследована перестройка спектра для высших зон Ландау. Получены формулы для ширин квазистационарных состояний в присутствии магнитного поля. Рассмотрена перенормировка длины рассеяния на короткодействующем потенциале за счет действия магнитного поля на малых расстояниях. Обсуждены качественные закономерности фотопоглощения на $\mathcal{D}^-$ - центрах в полупроводниках в квантующем магнитном поле.

Задача о движении заряженной частицы, находящейся в короткодействующем центральном потенциале $U(r)$ радиуса r_c при наличии однородного магнитного поля $\vec{H}$, причем такого, что магнитная длина $L = (c\hbar/|e|H)^{1/2}$ много больше радиуса действия потенциала, имеет важные приложения в атомной физике и в физике полупроводников [I–4], и обсуждалась во многих работах (см., например, [5–9]). Она представляет и самостоятельный теоретический интерес как задача о взаимодействиях с сильно несоизмеримыми радиусами $(r_c \ll L)$, в которой может проявляться эффект Зельдовича [I0] – перестройка спектра. В последнее время этот эффект достаточно подробно исследовался в связи с теорией адронных атомов, мезомолекулярных спектров и т.д. [II – I4].

I. Спектр состояний с $m \neq 0$

Рассматриваемая задача характеризуется гамильтонианом

$$\hat{H} = -\frac{1}{2}\Delta + \frac{1}{2}\omega^2(x^2+y^2) + \omega \hat{l}_z + \hat{U}(r). \tag{I}$$

Здесь $\hbar = c = \mu = I$; μ – масса; $-e<0$ – заряд частицы; $2\omega = \omega_H = |e|H$; магнитное поле направлено по оси z и использована цилиндрическая калибровка векторного потенциала. При движении частицы в магнитном поле орбитальный момент не сохраняется. Однако при выполнении условия $r_c \ll L$ для классификации состояний наряду с $m = l_z$ можно ввести и орбитальный момент l [7]. Так, при $U \equiv 0$ собственные функции гамильтониана (I)

$$\Psi_{knm}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{ikz}\, \Psi_{nm}(\vec{\rho}), \tag{2}$$

а энергия $E_{knm} = E_N^{(0)} + k^2/2$,

$$E_N^{(0)}=(2N+1)\omega,\ N=n+(m+|m|)/2\ ;\ n=0,1,2,\ldots$$

Здесь $\Psi_{nm}(\vec{\rho})$ – волновые функции уровней Ландау [15] $E_N^{(0)}$:

$$\Psi_{nm}(\vec{\rho})=R_{nm}^{(0)}Y_{\mu m}(\vec{n})r^{\mu}e^{-\omega\rho^2/2}F(-n,\mu+1,\omega\rho^2),$$

где $\rho=r\sin\theta$, $\mu=|m|$, $\vec{n}=\vec{r}/r$,

$$R_{nm}^{(0)}=i^{\mu}(-1)^m 2^{\mu+1}\left[\frac{(\mu+n)!}{(2\mu+1)!\,n!}\right]^{1/2}\omega^{\frac{\mu+1}{2}}.$$

На малых расстояниях $(r\ll L,\kappa^{-1})$ волновые функции (2) принимают вид

$$\Psi_{\kappa nm}\sim r^{|m|}Y_{|m|,m}(\vec{r}/r),$$

т.е. действительно отвечают определенному значению момента, равному $\ell=|m|$ (следующие члены разложения по степеням κr и r/L приводят к значениям $\ell=|m|+1$, $|m|+2$, ...). Это же справедливо и при $U(r)\neq 0$, если только нет случайного вырождения.

Энергетический спектр $E_{n\ell m}$ гамильтониана (I) при $m\neq 0$ состоит из слабо смещенных (в своих масштабах) "ямных" уровней и уровней Ландау. В случае $m=0$ при наличии в потенциале U мелкого S – уровня возникает перестройка спектра.

Для энергетического спектра состояний с $\ell=|m|$ справедливо уравнение [7]:

$$-\frac{1}{a_\ell}+r_\ell(E-m\omega)=\left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2}\frac{(2\ell+1)!}{\ell!}\omega^{\ell+1/2}I_\ell\left(\frac{E}{\omega}-(m+|m|+1)\right),\quad (3)$$

причем

$$I_\ell(\varepsilon)=\frac{2^{\ell+1}}{(2\ell+1)!!}\int_0^\infty\frac{dt}{\sqrt{t}}\frac{d^{\ell+1}}{dt^{\ell+1}}\left[\left(\frac{t}{1-e^{-2t}}\right)^{\ell+1}e^{-\varepsilon t}\right],\quad (4)$$

a_ℓ, r_ℓ – длина рассеяния и эффективный радиус*) в потен-

*) Подчеркнем, что только для S – волны a_ℓ и r_ℓ имеют размерность длины.

циале U. Это уравнение определяет спектр мелких уровней $(E \ll r_c^{-2})$ с $E_{\ell m} < (m+|m|+1)\omega$, т.е. ниже основной зоны Ландау с данным m. Чтобы получить спектр квазистационарных состояний в более высоких зонах Ландау, нужно аналитически продолжить (4) по энергии. Такое продолжение нетрудно осуществить, используя рекуррентное соотношение

$$I_\ell(\varepsilon) = I_\ell(\varepsilon-2) + I_{\ell-1}(\varepsilon).$$

Учитывая значение интеграла $I_{-1}(\varepsilon) = i\sqrt{\pi/\varepsilon}$, находим

$$I_\ell(\varepsilon) = \sum_{k=0}^{\ell} C^k_{n+k-1} I_{\ell-k}(\varepsilon-2n) + i\sum_{s=0}^{n-1} C^\ell_{\ell+s}\left(\frac{\pi}{\varepsilon-2s}\right)^{1/2}. \qquad (5)$$

Здесь C^k_n – биномиальные коэффициенты.

Уравнения (3) – (5) определяют энергетический спектр состояний с любым $\ell = |m|$ в произвольной зоне Ландау с $N \ll (L/r_c)^2$. Характер спектра существенно различен при орбитальных моментах $\ell = 0$ и $\ell \neq 0$, когда возникает центробежный барьер.

В случае $\ell \geq 1$ эффективный радиус $|r_c| \sim r_c^{1-2\ell} \gg \omega^{\ell}$ велик и левая часть уравнения (3) является резкой функцией E. Правая же часть его мала $(\backsim \omega^{\ell+1/2})$ за исключением узких областей значений E, близких к энергиям невозмущенных уровней Ландау, в которых она $\backsim (E-E_N^{(0)})^{-1/2}$. Поэтому уравнение (3) имеет решения либо при условии

$$\frac{1}{a_\ell} - r_\ell E \simeq i k^{2\ell+1}, \quad \ell \geq 1, \qquad (6)$$

т.е. когда в короткодействующем потенциале $U(r)$ в отсутствие магнитного поля имеется мелкий уровень с моментом ℓ, либо при энергиях $E_{n\ell m} \equiv E_N^{(0)} + \Delta E_{nm} - i\Gamma_{nm}/2$, близких к уровням Ландау. Этот последний случай отвечает значениям $\varepsilon \to 2n$, для которых формула (5) принимает вид

$$I_\ell(\varepsilon) \approx \pi^{1/2} C^n_{n+\ell}(2n-\varepsilon)^{-1/2} + i\left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2}\sum_{s=0}^{n-1} C^\ell_{\ell+s}(n-s)^{-1/2}.$$

При этом из уравнения (3) следуют выражения для сдвига уровня Ландау [8]

$$\Delta E_{nm} = -2\left\{\frac{(2\ell+1)!\,(\ell+n)!}{n!\,(\ell!)^2}\left[\frac{1}{a_\ell} - (E_N^{(0)} - m\omega) r_\ell\right]^{-1}\omega^{\ell+1}\right\}^2, \tag{7}$$

и для ширины его при $n \geq 1$ и $a_\ell^{-1} - (E_N^{(0)} - m\omega) r_\ell < 0$, связанной с переходами на более низкие уровни Ландау (т.е. с меньшими значениями радиального квантового числа n),

$$\Gamma_{nm} = \sum_{s=0}^{n-1} \frac{(\ell+s)!\, n!}{s!\,(\ell+n)!} (n-s)^{-1/2}\, \omega^{-1/2} (-2\Delta E_{nm})^{3/2}. \tag{8}$$

Следует подчеркнуть, что смещенные под влиянием потенциала $\bar{U}$ уровни Ландау соответствуют обычным стационарным, или квазистационарным при $n \geq 1$, состояниям лишь в случае $a_\ell^{-1} - (E_N^{(0)} - m\omega) r_\ell < 0$ (в противном случае уровни Ландау "уходят" на нефизический лист, связанный с соответствующей точкой ветвления).

Если в потенциале U нет мелкого уровня с моментом ℓ, то $|a_\ell| \lesssim r_c^{2\ell+1}$. При этом слагаемое с эффективным радиусом выступает как поправка. Опуская его в (7), (8), приходим при $a_\ell < 0$ к результатам теории возмущений по длине рассеяния ([8], см. также [7], [17]).

В случае существования в потенциале $U(r)$ мелкого уровня*) $E_\ell^{(0)}$ с моментом ℓ и в отсутствие $\vec{H}$, т.е. при выполнении условия (6), уравнения (3) и (5) определяют сдвиг (и ширину) в магнитном поле компонент такого уровня с $m = \pm\ell$. Как видно, доминирующая часть сдвига уровня определяется обычным парамагнитным сдвигом (при $\ell \geq 1$)

$$E_{\ell, m=\pm\ell} = E_\ell^{(0)} \pm \ell\omega. \tag{9}$$

Если $E_\ell^{(0)} < (\ell+1)\omega$, то состояния с $m = \pm\ell$ в магнитном поле являются истинно связанными, так что магнитное поле оказы-

---

*) Напомним, что он существует при $|a_\ell| \gg r_c^{2\ell+1}$. В случае $a_\ell > 0$ уровень – реальный, причем его энергия $(\ell \geq 1)$ равна $E_\ell^{(0)} \approx (a_\ell r_\ell)^{-1} < 0$, так как $r_\ell < 0$. При $a_\ell < 0$ уровень – квазистационарный, теперь $E_\ell^{(0)} > 0$, а ширина уровня $\Gamma_\ell^{(0)} = 2(2E_\ell^{(0)})^{\ell+1/2}/|r_\ell|$.

вает некоторое стабилизирующее действие [18]: в его отсутствии уровень является связанным лишь при $E_\ell^{(0)} < 0$. В случае $E_\ell^{(0)} > (\ell+1)\omega$ у рассматриваемых состояний появляется ширина, связанная с переходами на более низкие уровни Ландау. Удерживая в уравнении (3) справа лишь мнимую часть, определяемую второй суммой в (5), получаем при $\ell \geq 1$

$$\Gamma_{\ell,\pm\ell} = \frac{2^{\ell+3/2}}{|r_\ell|}(2\ell+1)!!\,\omega^{\ell+1}\sum_{s=0}^{n_0} C_{\ell+s}^{\ell}\left(E_\ell^{(0)}-(\ell+1+2s)\omega\right)^{-1/2}. \quad (10)$$

Здесь n_0 характеризует максимальное значение радиального квантового числа уровней Ландау, лежащих ниже "ямного" уровня, и фиксируется соотношением $2n_0\omega < E_\ell^{(0)}-(\ell+1)\omega < 2(n_0+1)\omega$. Сравнение (10) и (8) показывает, что ширины "ямных" состояний существенно больше, по порядку величины в $(L/r_c)^{2(2\ell-1)}$ раз, ширин уровней Ландау. Это связано с резким различием в размерах областей локализации волновых функций соответствующих квазистационарных состояний.

Отметим, что формулы (7), (8), (10) непосредственно не применимы в случае, когда $E_\ell^{(0)} + m\omega \approx E_N^{(0)}$. При этом происходит квазипересечение "ямного" уровня, сдвинутого магнитным полем, с уровнем Ландау. Этот вопрос будет рассмотрен отдельно*).

Уточним формулу (9) для сдвига "ямного" уровня. Если этот уровень является реальным, $E_\ell^{(0)} \equiv -\varkappa_0^2/2 < 0$, а магнитное поле слабым, так что $\omega \ll \varkappa_0^2$, то уравнение (3) после разложения его правой части по малому параметру $\omega/E_\ell^{(0)}$ принимает вид

$$-\frac{1}{a_\ell} + (E_{\ell m} - m\omega)\,r_\ell =$$

$$= i\left[2(E_{\ell m}-m\omega)\right]^{\ell+1/2}\left\{1 + g_\ell^{(1)}\frac{\omega^2}{(E_{\ell m}-m\omega)^2} + g_\ell^{(2)}\frac{\omega^4}{(E_{\ell m}-m\omega)^4} + \ldots\right\},$$

где

$$g_\ell^{(1)} = -1/24\,(4\ell^2-1)(\ell+1),$$

---

*) Квазипересечение уровней в пренебрежении их шириной рассмотрено в [8], там же указана оценка ширины области квазипересечения.

$$g_l^{(2)} = -(2l-3)(2l-5)(5l+7)g_l^{(1)}/240 .$$

Отсюда для энергии

$$E_{l,\pm l} = E_l^{(0)} \pm l\omega - 2\chi_l^{(1)}\omega^2 - 4\chi_l^{(2)}\omega^4 - \dots$$

последовательными итерациями находим*)

$$\chi_l^{(1)} = -2g_l^{(1)}\varkappa_0^{2l-3}A_l(\varkappa_0), \quad \chi_l^{(2)} = -4g_l^{(2)}\varkappa_0^{2l-7}A_l(\varkappa_0),$$
$$A_l(\varkappa_0) = \left[(-1)^{l+1}r_l + (2l+1)\varkappa_0^{2l-1}\right]^{-1}. \qquad \text{(II)}$$

При $l = 0$ и I выражения для восприимчивости $\chi_l^{(1)}$, расходящиеся при $\varkappa_0 \to 0$, совпадают с известными результатами [4,18] теории возмущений для диамагнитного сдвига слабосвязанных состояний. Для $l \geq 2$, наоборот, $\chi_l^{(1)} \backsim \varkappa_0^{2l-3} \to 0$ при $\varkappa_0 \to 0$. Это означает, что для таких значений момента магнитная восприимчивость уже не связана с большими расстояниями, а определяется действием поля в области локализации волновой функции ($r \lesssim r_c$), имеет порядок величины $\chi_l^{(1)} \sim r_c^2$ и зависит от конкретного вида потенциала. В рассматриваемом подходе эта часть сдвига уровня**) воспроизводится перенормировкой длины рассеяния (см. п. 4). Что же касается гипервосприимчивости $\chi_l^{(2)}$, то она определяется большими расстояниями ($r \gg r_c$) для $l \leq 3$. В целом особенности поведения слабосвязанных состояний в магнитном поле аналогичны особенностям их поведения в электрическом поле [16].

Заканчивая обсуждение вопроса о спектре состояний с $l = |m| \neq 0$ подчеркнем, что физическая причина слабого взаимного влияния друг на друга "ямного" уровня и уровней Ландау связана с наличием малопроницаемого для медленных частиц центробежного барьера, разделяющего области действия потенциала $U(r)$ и магнитного поля, в которых локализованы волновые функции соответствующих состояний. Это полностью аналогично эффекту Зельдо-

---

*) Эти результаты справедливы и при $l = 0$.

**) При $l \geq 2$ она является определяющей поправкой к парамагнитному сдвигу (9) в общем случае, так как правая часть уравнения (3) $\backsim \omega^{l+1/2}$.

вича в кулоновской задаче для состояний с $\ell \neq 0$ [13], когда, в отличие от S – состояний, не происходит существенной перестройки спектра.

Обсудим теперь энергетический спектр состояний с $\ell \neq |m|$. В случае $m = \pm(\ell - 1)$ это можно сделать непосредственно на основе аналогичного (3) уравнения:

$$-\frac{1}{a_\ell} + r_\ell (E - m\omega) = F_{\ell,|m|}\left(E/\omega - (m + |m| + 1)\right). \qquad (12)$$

При этом[*)]

$$\frac{\partial F_{\ell,\ell-1}}{\partial \mathcal{E}} = (2\pi)^{-1/2} \frac{(2\ell+1)!}{\ell!} \omega^{\ell+1/2} I_{\ell-1}(\varepsilon),$$

а $I_{\ell-1}(\varepsilon)$ определяется формулой (4).

В отличие от случая $\ell = |m|$, правая часть в (12) мала при всех значениях E. Соответственно

$$-\frac{1}{a_\ell} + r_\ell (E_{\ell m} - m\omega) \approx 0 \ , \ E_{\ell m} \approx E_\ell^{(0)} + m\omega \ , \qquad (13)$$

так что решение существует лишь при наличии в потенциале $\bar{U}(r)$ мелкого уровня с моментом ℓ и описывает его парамагнитный сдвиг. Замечания, высказанные в связи с уточнением формулы (9), непосредственно переносятся и на случай $m = \pm(\ell - 1)$. При $E_\ell^{(0)} > \ell\omega$ у рассматриваемых "ямных" состояний возникает ширина

$$\Gamma_{\ell,\pm(\ell-1)} = \frac{2^{\ell+3/2}}{|r_\ell|} (2\ell+1)!!\,\omega^\ell \sum_{S=0}^{n_0} C_{\ell-1+S}^{\ell-1} \sqrt{E_\ell^{(0)} - (\ell+2S)\omega} \qquad (14)$$

(для ее вычисления, как и при выводе (10), в уравнении (12) справа следует удержать мнимую часть). Эта ширина является монотонно возрастающей функцией энергии и в случае $n_0 \gg 1$, реализующемся при $H \to 0$, переходит, как и (10), в ширину уровня в отсутствие магнитного поля.

Наконец, сделаем замечание по поводу состояний с $\ell \geq |m| + 2$. Как и в случае $\ell = |m| + 1$ они существуют лишь при наличии в потенциале $U(r)$ мелкого уровня с моментом ℓ. Энергетичес-

---

*) Это соотношение может быть получено в результате преобразований, аналогичных использованным в работе [16].

кие сдвиги этих состояний определяются обычными выражениями для пара- и диамагнитного сдвигов. Что же касается ширин этих состояний, возникающих при*) $E_e^{(0)} > (|m|+1)\omega$, то они более просто, чем с использованием уравнений вида (3),(I2), могут быть рассчитаны на основе развитой в разделе 3 теории.

2. Особенности перестройки спектра S – уровней

Уравнения (3),(5), определяющие энергетический спектр в произвольной зоне Ландау, при $\ell = m = 0$ принимают вид

$$-\frac{1}{a_0} - i\sum_{s=0}^{N-1}\left[\frac{E}{\omega}-(2s+1)\right]^{-1/2}(2\omega)^{-1/2} + r_0 E = \omega^{1/2} I\left(N+\frac{1}{2}-\frac{E}{2\omega}\right), \quad (I5)$$

где

$$I(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty \frac{dt}{t^{3/2}}\left[\frac{t}{1-e^{-t}}e^{-\varepsilon t} - 1\right]$$

($I(\varepsilon)$ совпадает с обобщенной дзета-функцией $\zeta(\frac{1}{2}, \varepsilon)$).

Используя при $\varepsilon \to 0$ разложение

$$I(\varepsilon) = \varepsilon^{-1/2} + \zeta(\tfrac{1}{2}) + O(\varepsilon)$$

(здесь $\zeta(1/2) = -1,460\ldots$, $\zeta(s)$ – дзета-функция Римана), для решения уравнения (I5), соответствующего малому сдвигу и уширению (при $N \geq 1$) уровней Ландау, $E_N = E_N^{(0)} + \Delta E_N - i\Gamma_N/2$, получаем:

$$\sqrt{-\Delta E_N + i\Gamma_N/2} \approx \frac{\sqrt{2}\,\omega}{-a_0^{-1} + r_0 E_N^{(0)} - \zeta(1/2)\sqrt{\omega} - i g_N\sqrt{\omega}}\ ; \quad (I6)$$

где $g_N = \sum_{s=0}^{N-1}(N-s)^{-1/2}$, причем $g_N \approx 2\sqrt{N}$ при $N \gg 1$.

Формула (I6) применима, в частности, в случае $|a_0| \ll L$, когда в потенциале $U(r)$ нет мелкого S – уровня. При $a_0 < 0$ сдвинутые уровни Ландау находятся на физическом листе S – матрицы, связанном с точкой ветвления $E = E_N^{(0)}$, и являются обычными квазистационарными уровнями; при этом

---

*) Отмеченное при $|m| = \ell$, в связи с формулами (9),(I0), стабилизирующее действие магнитного поля сохраняется и для состояний с другими значениями m.

$$\Delta E_N = -2\omega^2 a_0^2\left(1 - 2\zeta(1/2)\sqrt{\omega}\, a_0 + 2r_0 E_N^{(0)} a_0 - 3g_N^2 \omega a_0^2\right),$$
$$\Gamma_N = 8 g_N \omega^{5/2}(-a_0)^3\left(1 - 3\zeta(1/2)\sqrt{\omega}\, a_0 + 3r_0 E_N^{(0)} a_0 - 2g_N^2 \omega a_0^2\right) \qquad (17)$$

для $N \ll (\omega a_0^2)^{-1} \sim (L/r_c)^2$. С точностью до поправочных членов эти результаты совпадают с формулами теории возмущений по длине рассеяния [8] . Подчеркнем, что формулы (16),(17) справедливы и при $a_0 > 0$. Однако в этом случае уровни Ландау "уходят" на нефизический лист и уже не отвечают квазистационарным состояниям, а $\Gamma_N < 0$ не имеет смысла ширины уровня, определяющей его"время жизни".

По мере увеличения $|a_0|$ (при углублении ямы), когда виртуальный уровень в потенциале U приближается к порогу $E = 0$, сдвиг и ширина уровней Ландау также увеличиваются, и при $|a_0| \sim L$ формулы (17), а также при $N \sim 1$ и (16), уже неприменимы. В этом случае из-за сильного "взаимодействия" мелкого ямного S - уровня с энергией $E \sim \omega$ с уровнями Ландау возникает перестройка их спектра для значений $N \sim 1$ (сдвиги уровней $\sim \omega$). Для нижних уровней с $N = 0$ и 1 такая перестройка исследовалась ранее.

Совершенно иное поведение уровней возникает при $N \gg 1$. В этом случае не происходит существенной перестройки спектра из-за сильного "поглощения", связанного с переходами на более низкие уровни Ландау под влиянием короткодействующего потенциала U . Действительно, как это видно из левой части уравнения (15), такое "поглощение" может быть очень просто учтено переходом к эффективной длине рассеяния:

$$\frac{1}{a_{эфф}} = \frac{1}{a_0} + \zeta\left(\tfrac{1}{2}\right)\omega^{1/2} + i g_N \omega^{1/2}, \qquad (18)$$

являющейся уже комплексной величиной. Так как $g_N \simeq 2\sqrt{N} \gg 1$ при $N \gg 1$, то даже в резонансном случае, когда $|a_0| \gtrsim L$, эффективная длина рассеяния мала $|a_{эфф}| \ll L$. Соответственно сдвиг и ширина уровней Ландау также малы и могут быть рассчитаны по теории возмущений по длине рассеяния

$$\Delta E_N - i\Gamma_N/2 = -2\omega^2 \alpha^2_{\text{эфф}}, \qquad (19)$$

этот же результат следует, естественно, и из формулы (16).

Отмеченное различие в характере влияния мелкого "ямного" s – уровня на уровни Ландау с $N \sim 1$ и $N \gg 1$ аналогично явлению, возникающему в кулоновской задаче с короткодействием [13], когда при увеличении поглощения эффект Зельдовича сменяется эффектом Крелла [22]. В этой задаче поглощение, связанное с наличием неупругих каналов, учитывается феноменологически введением мнимой части длины рассеяния. В рассматриваемом случае мнимая часть эффективной длины рассеяния (18) возникает динамически.

3. Ширины квазистационарных состояний

Как отмечалось в разделе I, квазистационарное состояние с $E = E_\ell^{(0)} - i\Gamma_\ell/2$ в потенциале $\bar{U}(r)$, отвечающее моменту $\ell \neq 0$ и его проекции m, при $E_\ell^{(0)} > (|m|+1)\omega$ остается квазистационарным и при наличии магнитного поля. Для вычисления его ширины будем исходить из интегральной формы уравнения Шредингера

$$\Psi_{E\ell m}(\vec{r}) = -\int G_H^{(+)}(\vec{r},\vec{r}\,';E)\,\bar{U}(\vec{r}\,')\,\Psi_{E\ell m}(\vec{r}\,')\,d\vec{r}\,'. \qquad (20)$$

Здесь функция Грина частицы в однородном магнитном поле

$$G_H^{(+)}(\vec{r},\vec{r}\,';E) = \frac{1}{2\pi}\sum_n \int dk \left(E_{nm}^{(0)} + \frac{k^2}{2} - E - i0\right)^{-1} e^{ik(z-z')}\,\Psi_{nm}(\vec{\rho})\,\Psi^*_{nm}(\vec{\rho}\,'),$$

как и волновая функция квазистационарного состояния, отвечает расходящейся на бесконечности волне; $E_{nm}^{(0)} \equiv E_N^{(0)}$ –уровни Ландау.

Так как в интеграле (20) существенны лишь малые расстояния $r \lesssim r_c$, волновую функцию в нем можно заменить невозмущенной волновой функцией $\Psi^{(+)}_{k_0\ell m} = \varphi_{k_0\ell}(r)\,Y_{\ell m}(\vec{n})/r$, для которой справедливы асимптотики:

$$\varphi_{k_0\ell} \approx \begin{cases} A_\ell r^{-\ell}, & r_c \ll r \ll k_0^{-1} \qquad (21) \\ (-ik_0)^\ell\,[(2\ell-1)!!]^{-1} A_\ell\, e^{ik_0 r}/r, & r \gg k_0^{-1}, \qquad (21') \end{cases}$$

а нормировочный коэффициент связан с эффективным радиусом соотношением [23] $A_\ell=(2\ell-1)!!\,(2/|r_e|)^{1/2}$.

Выполняя в (20) интегрирование сначала по K, потом по угловым и, наконец, по радиальной переменным, при $|z|\gg r_e$ получаем:

$$\Psi_{E\ell m}(\vec r)=(2\ell+1)!!\,(2|r_e|)^{-1/2}\sum_n R_{n\ell m}\cdot(iK_{nm})^{-1}e^{iK_{nm}|z|}\bar{\Psi}_{nm}(\vec\rho), \quad (22)$$

где $K_{nm}=[2(E-E^{(0)}_{nm})]^{1/2}$.

Коэффициенты $R_{n\ell m}(K_{nm})$, возникающие при интегрировании по углам

$$\int\Psi^*_{nm}(\vec\rho)e^{-iKz}Y_{\ell m}(\vec n)\,d\Omega_{\vec n}\approx r^\ell R_{n\ell m}(K), \quad (23)$$

могут быть найдены с использованием соотношения

$$\cos\theta\, Y_{\ell m}(\vec n)=C_{\ell m}Y_{\ell-1,m}(\vec n)-C_{\ell+1,m}Y_{\ell+1,m}(\vec n),$$

$$C_{\ell m}=i\left[(\ell-m)(\ell+m)/(2\ell-1)(2\ell+1)\right]^{1/2}.$$

В частности, для $\ell=|m|$, $\ell=|m|+1$, $\ell=|m|+2$ имеем соответственно:

$$R_{n|m|m}=R^{(0)}_{nm},\quad R_{n,|m|+1,m}=-iK\,C_{|m|+1,|m|}R^{(0)}_{n,m}, \quad (24)$$

$$R_{n,|m|+2,m}=\left(\frac{2n+|m|+1}{2(|m|+1)}\omega-\frac{K^2}{2}\right)C_{|m|+1,|m|}\,C_{|m|+2,|m|}\,R^{(0)}_{nm}.$$

Наконец, значение интеграла

$$\int_0^\infty r^{\ell+1}U(r)\,\varphi_{K_0\ell}(r)\,dr=(2\ell+1)!!\,(2|r_e|)^{-1/2}, \quad (25)$$

использованное в (23), может быть получено следующим образом. Волновая функция $\Psi^{(+)}_{K_0\ell m}$ квазистационарного состояния в отсутствие магнитного поля удовлетворяет уравнению (20), в котором фигурирует функция Грина свободной частицы $G^{(+)}_0$, и при $r\gg r_c$ имеет асимптотики (2I). С другой стороны, в этом случае правую часть (20) при $r\gg K_0^{-1}$ можно преобразовать к виду

$$2\frac{(-iK_0)^\ell}{(2\ell+1)!!\,r}e^{iK_0 r}Y_{\ell m}(\vec n)\int_0^\infty r^{\ell+1}U(r)\,\varphi_{K_0\ell}(r)\,dr.$$

Сравнение ее с асимптотикой (2I′) приводит к (25).

Используя выражение (22) для волновой функции рассматриваемого квазистационарного состояния при $r_c \ll |z| \ll |K_{nm}|/\Gamma_{\ell m}$, найдем поток вероятности через две бесконечные плоскости, перпендикулярные магнитному полю и расположенные по разные стороны от центра. С учетом нормировки на единицу вероятности нахождения частицы в области $r \lesssim r_c$ этот поток определяет вероятность вылета частицы из ямы в единицу времени – ширину уровня:

$$\Gamma_{\ell m} = \left[(2\ell+1)!!\right]^2 |r_\ell|^{-1} \sum_{n=0}^{n_0} |R_{n\ell m}(K_{nm})|^2 K_{nm}^{-1}, \tag{26}$$

при этом $K_{nm} \approx 2^{1/2}\left[E_\ell^{(0)} - (2n+|m|+1)\omega\right]^{1/2}$ (мы ограничились парамагнитной частью сдвига уровня и пренебрегли шириной), а значение n_0 определяется условием $2n_0 < E_\ell^{(0)} - (|m| + 1)\omega < 2(n_0+1)$.

Учитывая значения (24) коэффициентов $R_{n\ell m}(K_{nm})$, замечаем, что формула (26) для значений $|m| = \ell$ и $|m| = \ell - 1$ воспроизводит результаты (I0) и (I4), а для $|m| = \ell - 2$ дает $(\ell \geq 2)$:

$$\Gamma_{\ell,\pm(\ell-2)} = 2^{\ell+3/2} \frac{(2\ell+1)!!(\ell-1)}{(2\ell-1)|r_\ell|} \omega^{\ell-1} \times$$

$$\times \sum_{n=0}^{n_0} C_{\ell+n-2}^{\ell-2} \left[E_\ell^{(0)} - (2n+\ell-1)\omega\right]^{-1/2} \left[E_\ell^{(0)} - \frac{(2\ell-1)(2n+\ell-1)\omega}{2(\ell-1)}\right]^2 \tag{27}$$

(при выключении магнитного поля, $\omega \to 0$, суммирование можно заменить интегрированием; при этом, как и следует, формула (27) переходит в выражение $\Gamma_\ell = 2(2E_\ell^{(0)})^{\ell+1/2} |r_\ell|^{-1}$ для ширины квазистационарного состояния с $\ell \neq 0$ в отсутствие поля).

Заметим, что формула (27), как и (I0), а также и (26) для значений $\ell = |m| + 2S$, S – целое, требует уточнения в случае $E_\ell^{(0)} \approx (2n_0 + |m| + 1)\omega$, когда происходит квазипересечение рассматриваемого уровня с уровнем Ландау, из-за появления в ней расходимости. Для значений же $\ell = |m| + 2S + 1$ (см. (I4)) расходимостей не возникает. Такое различие связано с характером "перемешивания" состояний с разными значениями ℓ магнитным полем: комбинируют лишь состояния со значениями орбитального момента одинаковой четности.

4. Перенормировка длины рассеяния

Если в потенциале $U(r)$ существует мелкий уровень с орбитальным моментом ℓ, то длина рассеяния a_ℓ аномально велика ($a_\ell \gg r_c^{2\ell+1}$, $a_\ell = \infty$ в момент возникновения ℓ - уровня). В этом случае может быть существенна ее перенормировка, связанная с учетом действия магнитного поля на малых, $r \lesssim r_c$, расстояниях. Получим формулы, описывающие перенормировку длины рассеяния.

Прежде всего отметим, что регулярное в нуле решение $\Psi_{\ell m}^{(0)}$ уравнения Шредингера в потенциале U

$$\left(-\frac{1}{2}\Delta + U(r) - E\right)\Psi_{\ell m}^{(0)} = 0, \tag{28}$$

отвечающее моменту ℓ и его проекции m, на расстояниях $r_c \ll r \ll |\kappa|^{-1}$, $\kappa = (2E)^{1/2}$ имеет асимптотику

$$\Psi_{\ell m}^{(0)} \equiv r^{-1}\varphi_\ell^{(0)}(r)\, Y_{\ell m}(\vec{n}) \approx A_\ell\{r^{-\ell-1} + \ldots + B_\ell(r^\ell + \ldots)\}\, Y_{\ell m}(\vec{n}), \tag{29}$$

где

$$(2\ell-1)!!(2\ell+1)!!\, B_\ell \equiv \kappa^{2\ell+1}\, ctg\, \delta_\ell(\kappa) = -\frac{1}{a_\ell} + r_\ell E + \ldots . \tag{30}$$

Здесь δ_ℓ, a_ℓ, r_ℓ - фазовый сдвиг, длина рассеяния и эффективный радиус в потенциале $U(r)$ (именно эти a_ℓ и r_ℓ фигурируют в уравнениях (3), (6); (12)). Так как в момент возникновения связанного состояния, $E_\ell^{(0)} = 0$, длина рассеяния $a_\ell = \infty$, то, как видно из (29), при $\ell \geq 1$ волновая функция $\Psi_{\ell m}^{(0)}$ может быть нормирована на единицу; при этом

$$A_\ell^2 = 2\left[(2\ell-1)!!\right]^2 |r_\ell|^{-1}$$

(сравнить с (21)).

При включении магнитного поля решение уравнения Шредингера

$$\left(-\frac{1}{2}\Delta + U(r) + m\omega + \frac{1}{2}\omega^2\rho^2 - E\right)\Psi_{\ell m} = 0 \tag{31}$$

имеет вид

$$\Psi_{\ell m} = R_{\ell m}(r)Y_{\ell m}(\vec{n}) + \sum_{\ell' \neq \ell} R_{\ell' m}(r)\, Y_{\ell' m}(\vec{n}) \tag{32}$$

и однозначно определяется следующими условиями при $r \to 0$:

$$R_{\ell m}(r) \equiv r^{-1}\varphi_{\ell m}(r) \approx C_{\ell m} r^{\ell};\; R_{\ell' m} r^{-\ell'} \to 0,\; \ell' \neq \ell. \tag{33}$$

Хотя в магнитном поле орбитальный момент частицы не сохраняется, тем не менее приведенное решение (32), удовлетворяющее условиям (33), можно охарактеризовать как отвечающее определенному значению момента, равному ℓ (сравнить с разд. I). При выключении магнитного поля волновая функция (32) переходит в (29).

На расстояниях

$$r_c \ll r \ll |\kappa|^{-1},\, L, \tag{34}$$

т.е. в области, где частица ведет себя как свободная с нулевой энергией, волновая функция (32) имеет асимптотику

$$\Psi_{\ell m} \approx R_{\ell m}(r)Y_{\ell m}(\vec{n}) \approx A_{\ell}\left\{\frac{1}{r^{\ell+1}} + \ldots + B_{\ell m}(E)(r^{\ell} + \ldots)\right\} Y_{\ell m}(\vec{n}), \tag{35}$$

аналогичную (29), которая определяет перенормированные длину рассеяния $a_{\ell m}$ и эффективный радиус $r_{\ell m}$, зависящие теперь не только от момента ℓ , но и от его проекции m [I9].

Умножая уравнение (28) слева на $r^2\,\Psi^*_{\ell m}$, уравнение (3I) – на $r^2\,\Psi^{(0)*}_{\ell m}$, почленно вычитая одно из другого и интегрируя по углам θ , φ и по r от $r=0$ до значения r , удовлетворяющего условию (34), с учетом ортогональности шаровых функций и асимптотик (29) и (35), находим:

$$\left(\varphi_{\ell m}\varphi_{\ell}^{(0)\prime} - \varphi_{\ell}^{(0)}\varphi_{\ell m}'\right)\Big|_0^r \approx A_\ell^2\left[(2\ell-1)!!\right]^{-2}\Big[\frac{1}{a_{\ell m}} - \frac{1}{a_\ell} - (r_{\ell m} - r_\ell)E\Big] = -2\int_0^r r^2 dr \int d\Omega \left(m\omega + \frac{\omega^2}{2}\rho^2\right)\Psi_{\ell m}\Psi^{(0)*}_{\ell m}. \tag{36}$$

Прежде всего отметим, что под знаком интеграла в правой части этого соотношения можно заменить $\Psi_{\ell m}$ на невозмущенную магнитным полем волновую функцию $\Psi^{(0)}_{\ell m}$. Более того, под волновой функцией $\Psi^{(0)}_{\ell m}$ можно понимать волновую функцию в момент возникновения ℓ – уровня (перенормировка низкоэнергетических параметров при отсутствии в потенциале $U(r)$ мелкого уровня несущественна и в работе не обсуждается).

Характер дальнейших преобразований зависит от значения момента ℓ. Так как $\Psi^{(0)}_{\ell m} \backsim r^{-\ell-1}$ при $r \to \infty$ (в момент возникновения связанного состояния в отсутствие магнитного поля), то при значениях $\ell \geq 2$ интеграл в соотношении (36) сходится на верхнем пределе и интегрирование по r можно производить в бесконечных пределах. При этом для перенормировки длины рассеяния получаем:

$$\frac{1}{a_{\ell m}} - \frac{1}{a_\ell} = r_\ell \left\{ m\omega + \frac{1}{2}\omega^2 \langle \rho^2 \rangle_m \right\}, \tag{37}$$

где

$$\langle \rho^2 \rangle_m = \int \rho^2 \left| \Psi^{(0)}_{\ell m} \right|^2 dV \quad , \ell \geq 2 \tag{38}$$

(сравнить с формулой (23) из работы [19]). Эффективный радиус в рассматриваемом приближении не перенормируется.

Наиболее существенная, пропорциональная $m\omega$, часть перенормировки длины рассеяния, соответствующая парамагнитному сдвигу уровня, уже была учтена ранее в уравнениях (3),(12). Что же касается части перенормировки, пропорциональной $\omega^2 \sim H^2$, то она представляет диамагнитный сдвиг уровня, связанный с действием магнитного поля на малых, $r \lesssim r_c$, расстояниях (в области локализации волновой функции). Сравнение величины этого сдвига согласно (37),(38)

$$E_{\ell m} - E^{(0)}_\ell = m\omega + 1/2\, \omega^2 \langle \rho^2 \rangle_m \tag{39}$$

с результатами, полученными в разделе I для части диамагнитного сдвига, определяемой действием магнитного поля на больших, $r \gg r_c$, расстояниях показывает, что при $\ell \geq 2$ вклад больших расстояний менее существен. В связи с этим обстоятельством подчеркнем, что описываемая (39) часть диамагнитного сдвига не зависит от величины и знака энергии невозмущенного уровня и одинакова как для реального, при $E_\ell^{(0)} < 0$, так и для квазистационарного, при $E_\ell^{(0)} > 0$, состояния.

При значениях момента ℓ = 0 и I интегрирование в соотношении (36) нельзя распространять до бесконечности ввиду расходимости интеграла. Теперь из него следует выделить постоянный в разложении по степеням r член. При ℓ = I это достигается следующим преобразованием интеграла:

$$\int_0^r r^2 dr \int d\Omega \, |\Psi_{1m}^{(0)}|^2 r^2 \sin^2\theta =$$

$$= \langle 1m|\sin^2\theta|1m\rangle \left\{ \int_0^r r^4 \left[R_1^2 - \frac{A_1^2}{r^4}\right] dr + A_1^2 r \right\} =$$

$$= \frac{2(1+|m|)}{5} \int_0^\infty r^4 \left[R_1^4 - \frac{A_1^2}{r^4}\right] dr + O(r).$$

Опуская поправочный, $\sim r$, член, для перенормировки длины рассеяния при ℓ = I приходим к аналогичному (37) выражению, в котором теперь

$$\langle \rho^2 \rangle_m = \frac{2}{5}(1+|m|) \int_0^\infty r^4 \left[R_1^4 - \frac{A_1^2}{r^4}\right] dr \; , \; \ell = 1. \tag{40}$$

Поступая аналогичным образом, для перенормировки длины s - рассеяния получаем:

$$\frac{1}{a_0^{(r)}} - \frac{1}{a_0} = \frac{2}{3}\omega^2 \int_0^\infty r^2 (1 - \chi_0^2(r))\, dr, \tag{41}$$

где $\Psi_0^{(0)} = \chi_0(r)/\sqrt{4\pi}\, r$ — волновая функция в момент появления связанного состояния, нормированная условием $\chi_0(r) \to 1$ при $r \to \infty$ (при ℓ = 0 волновая функция состояния с E = 0 не является квадратично интегрируемой).

Полученные результаты для диамагнитной части сдвига уровня за счет малых расстояний допускают наглядное истолкование. Для этого заметим, что волновая функция $\Psi_{E\ell m}^{(0)}$ реального мелкого уровня с энергией связи $\mathcal{E} = -E_\ell^{(0)} = \varkappa_0^2/2$ (в отсутствие магнитного поля) при $r \gg r_c$ имеет вид

$$\Psi_{\varkappa_0 \ell m} \approx 2\varkappa_0 C_{\varkappa_0 \ell} (\pi r)^{-1/2} K_{\ell+1/2}(\varkappa_0 r) Y_{\ell m}(\vec{n}) \equiv \tilde{K}_{\ell+1/2}(r) Y_{\ell m}(\vec{n}),$$

где $K_\nu(z)$ – функция Макдональда, а

$$C_{\varkappa_0 \ell}^{-2} = -r_\ell \varkappa_0^{1-2\ell} + (-1)^\ell (2\ell+1).$$

При значениях момента $\ell = 0, 1$ диамагнитный сдвиг уровня можно записать в виде

$$\Delta E_{\ell m}^{(2)} = \frac{1}{2}\omega^2 \langle \rho^2 \rangle_m = \frac{1}{2}\omega^2 \int_0^\infty \left(R_\ell^2(r) - \tilde{K}_{\ell+1/2}^2(r) \right) r^2 dr \times$$

$$\times \langle \ell m | \sin^2\theta | \ell m \rangle + \frac{1}{2}\omega^2 \langle \ell m | \sin^2\theta | \ell m \rangle \int_0^\infty \tilde{K}_{\ell+1/2}^2(r) r^2 dr .$$

Первое слагаемое в правой части определяется малыми расстояниями, $r \lesssim r_c$, и воспроизводится перенормировкой длины рассеяния (37), (40) и (41). Второе же слагаемое определяется большими расстояниями, является доминирующим при $\varkappa_0 \to 0$ для $\ell = 0$ и I и воспроизводится полученными выше в разделе I результатами. В случае $\ell \geq 2$, наоборот, вклад больших расстояний мал, и доминирующая часть диамагнитного сдвига определяется перенормировкой длины рассеяния (37), (38).

5. Магнитопримесное фотопоглощение в полупроводниках

Обсудим вопрос о фотопоглощении на слабосвязанных состояниях $\mathcal{D}^-$ – примеси в полупроводниках в квантующем магнитном поле. Такая ситуация имеет место в низкотемпературных ($T \lesssim 1^\circ$ K) экспериментах [24 – 26]. Кривая фотоотрыва имеет четко выраженные периодические (с периодом $\approx \omega_H$) максимумы.

В пренебрежении взаимодействием электрона с примесью в p — состоянии, характерная особенность коэффициента поглощения определяется зависимостью

$$\eta \sim (\delta E_N)^{-1/2} \to \infty \quad , \quad \delta E_N \to 0, \tag{42}$$

где

$$\delta E_N \simeq \Omega + \mathcal{E}_0 - \omega_H (N + \tfrac{1}{2})$$

(Ω — частота излучения), повторяющей ход плотности конечных состояний, $\rho_N \sim (\delta E_N)^{-1/2}$, электрона вблизи (и выше) дна произвольной зоны Ландау N .

При учете взаимодействия в p - волне характер зависимости резко изменяется, теперь [6]

$$\eta \sim (\delta E_N)^{-1/2} (1 + |\Delta E_{N1}| / \delta E_N)^{-1} \to 0, \; \delta E_N \to 0, \tag{43}$$

где ΔE_{n1} — сдвиг уровня Ландау с $|m|$ = I ; он определяется длиной рассеяния a_1 в p - состоянии и согласно (7) равен

$$\Delta E_{n1} = -\frac{9}{2} (n+1)^2 a_1^2 \omega_H^4 . \tag{44}$$

Согласно (43) кривая фотопоглощения должна иметь максимумы вблизи и несколько ниже любой зоны Ландау. Зависимость (43) допускает наглядное объяснение. Действительно, она определяется произведением плотности конечных состояний электрона ρ_N на коэффициент его прохождения через мелкий одномерный потенциал $U_{эфф} = \alpha \delta(z)$ в конечном состоянии, равный

$$\mathcal{D}(\delta E) = \frac{\delta E}{\alpha^2/2 + \delta E} .$$

Так как для слабого короткодействующего потенциала $U(r)$ значение α следует выбрать в виде [I5]

$$\alpha = \int U(r) |\Psi_{nm}|^2 dV \simeq |R_{nm}^{(0)}|^2 \int_0^\infty r^4 U(r) dr = \frac{9}{2} |R_{nm}^{(0)}|^2 a_1^8$$

(см.(2), $|m| = 1$), то, после замены борновской длины рассеяния

$$a_1^б = \frac{2}{9}\int_0^\infty r^4 U(r)dr$$

на точную a_1, приходим к (43) уже для достаточно произвольного короткодействующего потенциала.

Заметим, что в случае $a_1 < 0$, когда смещенный уровень Ландау находится на физическом листе, коэффициент поглощения имеет два максимума вблизи дна каждой зоны Ландау. Один из них определяется формулой (43). Второй является брейт-вигнеровским резонансом, обусловленным появлением магнитопримесного состояния [5]. При $a_1 > 0$ уровни Ландау уходят на нефизический лист и второго максимума не возникает.

Характерные значения параметров $\mathcal{D}^-$ - центра в кремнии таковы:

$$r_c \approx 1{,}5\ 10^{-7}\ \text{см},\quad m^* \approx 0{,}4\ m_e\ ,\quad a_0 \approx \varkappa_0^{-1} = 6{,}7\ 10^{-7}\ \text{см}.$$

В эксперименте [26] концентрация $\mathcal{D}^-$ - примеси составляет $n_0 = 6\cdot 10^{14}$ см$^{-3}$. При этом $n_0 a_0^3 \ll 1$, так что условия одноцентрового приближения хорошо выполняются, также и условие $r_c \ll l$ (при $H = 6$ Тл имеем $l = 10^{-6}$ см). Используя для a_1 естественную оценку

$$|a_1| = r_c^3\ ,$$

находим:

$$|\Delta E_{n1}| \approx 0{,}9\cdot 10^{-4}(n+1)^2 (H/6)^4\cdot m\text{эВ}, \tag{45}$$

где H - величина магнитного поля в Тл.

При $H = 6$ Тл согласно (43), (45) ширина максимума фотопоглощения в основную зону Ландау составляет $|\Delta E_{01}|/\omega_H \approx 0{,}3\cdot 10^{-4}$. Эта величина много меньше полученной в работе [26]. Возможными причинами расхождения являются, по-видимому, недостаточная монохроматичность излучения и эффекты уширения линии за счет конечности времени релаксации импульса электрона, обусловленной многоцентровым рассеянием. Дальнейшая проверка предсказаний одноцентровой теории слабосвязанных состояний в магнитном поле требует более тщательных экспериментальных исследований.

Литература

1. Бычков Ю.А. Квантовая теория электропроводности металлов в сильных магнитных полях. – ЖЭТФ,1960,т.39,№3,с.689-702.

2. Андреев С.П. Спектры и кинетика систем с магнитопримесными состояниями при конечном радиусе потенциала:УФН,1984,т.143,№2,с.213-238.

3. Демков Ю.Н., Островский В.Н. Метод потенциалов нулевого радиуса в атомной физике.–Л.:ЛГУ,1975.

4. Демков Ю.Н., Друкарев Г.Ф. Слабосвязанная частица с ненулевым орбитальным моментом в электрическом или магнитном поле.– ЖЭТФ, 1981,т.80,с.1218-1229.

5. Андреев С.П. Тонкая структура линий циклотронного резонанса.– ЖЭТФ,1978,т.75,№3,с.1056-1065.

6. Андреев С.П.,Кошелкин А.В. Теория фотопоглощения в квантующем магнитном поле для случая рассеивателей малого радиуса.– ДАН СССР,1983,т.272,с.594-597.

7. Андреев С.П.,Карнаков Б.М.,Мур В.Д. Слабосвязанные состояния электрона во внешнем поле.–Письма в ЖЭТФ,1983,т.37,с.155-157.

8. Карнаков Б.М.,Мур В.Д. Сдвиги уровней под влиянием короткодействующего потенциала.–ЖЭТФ,1984,т.87,№4,с.1150-1163.

9. Андреев С.П. Осцилляции проводимости носителей заряда с анизотропным энергетическим спектром в квантующем магнитном поле.– ЖЭТФ,1979,т.77,№3,с.1046-1057.

10. Зельдович Я.Б. Уровни энергии в искаженном кулоновском поле.–ФТТ,1959,т.1,№11,с.1637-1641.

11. Кудрявцев А.Е.,Маркушин В.Е.,Шапиро И.С. Ядерный сдвиг уровней $p\bar{p}$ – атома. – ЖЭТФ,1978,т.74,№2,с.432-444.

12. Попов В.С., Кудрявцев А.Е., Мур В.Д. Ядерный сдвиг уровней и радиационные переходы в протон-антипротонном атоме.– ЖЭТФ,1979,т.77,№5,с.1727-1750.

13. Карнаков Б.М.,Мур В.Д.,Попов В.С. О перестройке атомного

спектра при $l \neq 0$.–ДАН СССР,1984,т.279,№2,с.345–349.

14. Карнаков Б.М.,Мур В.Д. Ядерные сдвиг и уширение мезомолекулярных уровней.– ЯФ,1986,т.44,№6,с.1409–1420.

15. Ландау Л.Д.,Лифшиц Е.М. Квантовая механика.–М.:Наука,1974.

16. Андреев С.П.,Карнаков Б.М.,Мур В.Д.,Полунин В.А. Спектр слабосвязанных состояний частицы во внешних электрических полях.– ЖЭТФ,1984,т.86,№3,с.866–881.

17. Гурвич Ю.А.,Зильберминц А.С. Фотоотрыв электрона, связанного на центре малого радиуса, в магнитном поле.–ЖЭТФ,1983,т.85,№4,с.1299–1307.

18. Демков Ю.Н.,Друкарев Г.Ф. Частица с малой энергией связи в магнитном поле.– ЖЭТФ,1965,т.49,№1,с.257–264.

19. Андреев С.П.,Карнаков Б.М.,Мур В.Д. Энергетический спектр частицы при взаимодействии с сильно несоизмеримыми радиусами.– ТМФ,1985,т.64,№2,с.287–298.

20. Андреев С.П.,Ткаченко С.В. Теория магнитооптических явлений в полупроводниках для случая рассеивателей малого радиуса.– ЖЭТФ,1982,т.83,№5,с.1816–1830.

21. Попов В.С.,Кудрявцев А.Е.,Лисин В.И.,Мур В.Д. К теории ядерного сдвига уровней в адронных атомах.–ЖЭТФ,1981,т.80,№4,с.1271–1287.

22. Krell M. Repulsive Effects Due to the Absorption in Exotic Atoms.- Phys. Rev. Lett., 1971, v. 26, N 10, p. 584-587.

23. Мур В.Д.,Попов В.С. Связанные состояния вблизи границы нижнего континуума /в случае фермионов/.–ТМФ,1976,т.27,с.204–216.

24. Cohn D.R., Lax B., Button K. J., Dreybrodt W. Anomalous Far Infrared Magnetoabsorption In n-CdS.- Solid State Communications, 1971, v. 9, N 1, p. 441-444.

25. Taniguchi M., Narita S. Isolated D^- States and D^- Complexes in Germanium in Magnetic Fields.- J. Phys. Soc. Japan, 1979, v. 47, N5, p. 1503-1510.

26. Narita S., Shinbashi T., Kobayashi M. Uniaxial Stress and Magnetic Field Effects on Far-Infrared Photoconductivity of D^- Centres in P, As and Li Doped Si Crystals.- J. Phys. Soc. Japan, 1982, v. 51, N 7, p. 2181-2193.

Содержание

Сергей Павлович Андреев
Борис Михайлович Карнаков
Андрей Васильевич Кошелкин
Вадим Давыдович Мур

Состояния с малой энергией связи в короткодействующем потенциале при наличии магнитного поля

Рукопись поступила в издательский отдел 6.04.87

Ответственный за выпуск А.В.Кошелкин

Л.-59796 Подписано в печать 4/VI -1987г. Формат 60x84 I/I6
П.л. 1,5 Уч.-изд.л. 1,5 Тираж 120 экз.
Изд. № 027-87 Заказ 1856 Цена 10 коп.

Типография МИФИ, Каширское шоссе, д. 3I