

Н.А. КУДРЯШОВ

Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Москва, Россия

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕСТА ПЕНЛЕВЕ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ПЕРВЫХ ИНТЕГРАЛОВ, МНОЖИТЕЛЕЙ ЯКОБИ И ОБЩИХ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассматриваются три эволюционных уравнения третьего и четвертого порядков. Исследуемое уравнение является обобщением нелинейного уравнения Шрёдингера. Исследуемые уравнения фактически являются обобщением уравнения Кортевега-де Вриза-Бюргерса. Для исследования свойств интегрируемости эволюционных уравнений используется тест Пенлеве. Показано, что в общем случае уравнения не проходят тест Пенлеве. Представлен простой метод вычисления последних множителей Якоби. Найдены общие решения рассмотренных дифференциальных уравнений.

N.A. KUDRYASHOV

National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, Russia

APPLICATION OF THE PAINLEVE TEST TO CONSTRUCTING FIRST INTEGRALS, JACOBI MULTIPLIERS AND GENERAL SOLUTIONS OF SOME NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS

Three evolutionary partial differential equations of the third and fourth orders are considered. The equation under study is a generalization of the nonlinear Schrödinger equation. The equations under study are, in fact, a generalization of the Korteweg-de Vries-Burgers equation. The Painlevé test is used to study the integrability properties of the evolutionary equations. It is shown that, in general, the equations do not pass the Painlevé test. A simple method for calculating the last Jacobi multipliers is presented. General solutions to the differential equations under study are found.

В докладе рассматриваются три эволюционных уравнения в частных производных третьего и четвертого порядков

$$u_t + 6uu_x + u_{xxx} = 9au_{xx} + 24a^3u + 12au^2,$$

$$u_t + 6uu_x + u_{xxx} = 10au_{xx} + 30a^3u + 15au^2,$$

$$u_t + u_{xxxx} - 14au_{xxx} + 71a^2u_{xx} = 54auu_x - 6uu_{xx} - 6u_x^2 - 120a^4u - 60a^2u^2,$$

которые фактически являются обобщением уравнения Кортевега-де Вриза-Бюргерса. Для исследования свойств интегрируемости эволюционных уравнений используется тест Пенлеве. Показано, что в общем случае уравнения не проходят тест Пенлеве. Однако они обладают свойством Пенлеве, если их решения искать, используя переменные бегущей волны. Информация из теста Пенлеве используется для определения первых интегралов нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Представлен простой метод вычисления последних множителей Якоби. Первые интегралы используются для получения общих решений дифференциальных уравнений. Общие решения выражены в терминах эллиптической функции Вейерштрасса и трансцендентов первого уравнения Пенлеве.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект государственного задания № FSWU-2026-0006).

Список литературы

1. Kowalevski, S., Sur le problème de la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe, *Acta Math.*, 1889, vol. 12, no. 1, pp. 177–232.
2. Kowalevski, S., Sur une propriété du système d'équations différentielles qui définit la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe, *Acta Math.*, 1890/1891, vol. 14, no. 1, pp. 81–93.
3. Kudryashov, N. A., Painlevé Analysis and Exact Solutions of the Korteweg – de Vries Equation with a Source, *Appl. Math. Lett.*, 2015, vol. 41, pp. 41–45.
4. Kudryashov, N. A., Painlevé Test, First Integrals and Analytical Solutions of the Korteweg – de Vries – Burgers Equation with a Nonlinear Source, *Chaos Solitons Fractals*, 2025, vol. 201, Pt. 3, Art. 117380.
5. Kudryashov, N.A. Traveling Wave Solutions of the Burgers – Gardner Equation with a Nonlinear Source. *Regul. Chaot. Dyn.* (2025).