

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
«МИФИ»

Н.П. Собенин, М.А. Гусарова, М.В. Лалаян

Методическое пособие  
по практическим занятиям курса  
«ТЕХНИКА СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТ»

*Рекомендовано к изданию  
УМО «Ядерные физика и технологии»*

Москва 2013

УДК 621,384,6 (075)  
ББК 32,85я7  
С54

Собенин Н.П., Гусарова М.А., Лалаян М.В. **Методическое пособие по практическим занятиям курса «Техника сверхвысоких частот».** – М.: НИЯУ МИФИ, 2013. – 152 с.

Представлены примеры выполнения курсового проекта и большого домашнего задания по всем аспектам фундаментального курса «Техника СВЧ», а также задачи, примеры их решения и перечень контрольных вопросов по разным разделам курса.

Пособие предназначено для студентов НИЯУ МИФИ кафедры «Электрофизические установки». Также пособие может быть использовано студентами, обучающимися по специальностям, связанным с техникой СВЧ.

Подготовлено в рамках Программы создания и развития НИЯУ МИФИ.

Рецензент канд. тех. наук *А.А. Завадцев*

ISBN 978-5-7262-1851-9

© *Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», 2013*

Редактор *Е.Н. Кочубей*

Подписано в печать 15.11.2013. Формат 60x84 1/16.

Уч.-изд. л. 10,0. Печ. л. 9,5. Тираж 90 экз.

Изд. № 1/5. Заказ № 19.

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ».  
115409, Москва, Каширское ш., 31

ООО «Полиграфический комплекс «Курчатовский».  
144000, Московская область, г. Электросталь, ул. Красная, д.42

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Предисловие</b> .....	4
<b>I. Примеры выполнения курсового проекта</b> .....	5
Задание I.1. Расчет мостового соединения .....	5
Задание I.2. Расчет поглощающей нагрузки .....	11
Задание I.3. Расчет трансформатора типа волны для круглого диафрагмированного волновода с магнитной связью .....	18
Задание I.4. Расчет характеристик волн высших типов в сверхпроводящем ускоряющем резонаторе .....	27
Задание I.5. Расчет отклоняющей структуры высокочастотного дефлектора .....	43
Задание I.6. Определение пороговых уровней возникновения мультипакторного разряда в сверхпроводящем ускоряющем резонаторе .....	56
Задание I.7. Определение пороговых уровней возникновения мультипакторного разряда в микротроне-рекуператоре .....	62
<b>II. Примеры решения задач по объемным резонаторам</b> .....	70
Условия задач .....	70
Решения задач .....	78
<b>III. Домашнее задание и примеры решения</b> .....	97
Варианты домашнего задания .....	97
Примеры решения домашнего задания .....	99
Задание III.1. Волна типа $H_{01}$ в волноводе прямоугольного сечения .....	99
Задание III.2. Волна типа $E_{11}$ в волноводе прямоугольного сечения .....	106
Задание III.3. Волна $H_{11}$ в волноводе круглого сечения .....	114
Задание III.4. Волна типа $E_{11}$ в волноводе круглого сечения .....	121
<b>Контрольные вопросы по курсу</b> .....	129
<b>Приложения:</b>	
1. Сведения о функциях Бесселя .....	144
2. Сведения из матричной алгебры .....	146
3. Волноводы прямоугольного сечения .....	149
4. Коаксиальные волноводы .....	150
5. Свойства материалов, применяемых в диапазоне СВЧ .....	151
6. Свойства диэлектриков .....	152

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Данное пособие является практическим руководством по курсу «Техника сверхвысоких частот» и предназначено для помощи студентам при выполнении курсового проекта, домашнего задания, решения задач на семинарских занятиях и подготовки к контрольным мероприятиям по курсу и к экзаменам.

Пособие включает примеры выполнения курсового проекта устройств СВЧ разного назначения, в том числе СВЧ-устройств и замедляющих структур ускорителей заряженных частиц. Студенты проводят расчеты с использованием таких программ численного моделирования, как CST MicrowaveStudio, ANSYS, HFSS и др.

В пособие включены также примеры выполнения домашнего задания, охватывающего весь спектр вопросов распространения волн разных типов в дисперсных линиях передач. Для такого раздела курса, как объемные резонаторы, студентам предложено несколько десятков задач, причем двадцать наиболее типичных задач приведены с решениями. Для подготовки к контрольным мероприятиям приведены перечни вопросов для 22 разделов, охватывающих весь курс «Техника сверхвысоких частот».

В приложении приведены справочные материалы, полезные при выполнении курсового проекта, домашнего задания и решения задач.

Изучение представленных в пособии методических разработок позволит студентам найти правильные решения при выполнении конкретных задач при изучении курса «Техника сверхвысоких частот».

---

# I. ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

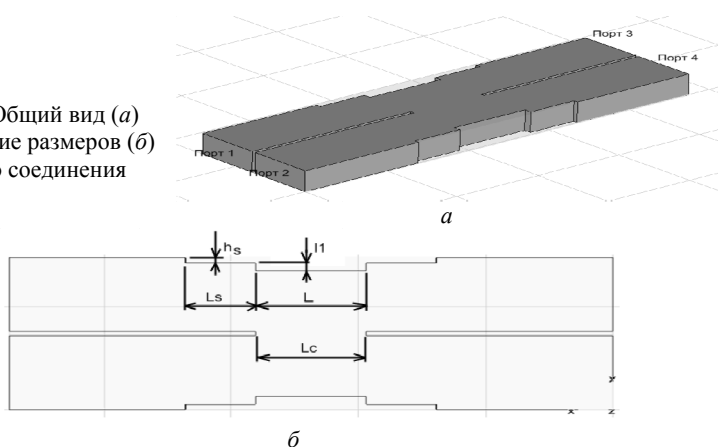
## Задание I.1. РАСЧЕТ МОСТОВОГО СОЕДИНЕНИЯ

### Постановка задачи

Направленный ответвитель – устройство для ответвления части электромагнитной энергии из основного канала передачи во вспомогательный.

Направленный ответвитель представляет собой два (иногда более) отрезка линий передачи, связанных между собой определённым образом; основная линия называется первичной, вспомогательная – вторичной. Для нормальной работы направленного ответвителя один из концов вторичной линии (нерабочее плечо) должен быть заглушен согласованной нагрузкой, со второго (рабочего) плеча снимается ответвлённый сигнал. В зависимости от того, какую волну в первичной линии надо ответить – падающую или отражённую, выбирается рабочее плечо вторичной линии. Математические свойства направленных ответвителей описываются с помощью  $S$ -матриц (матриц рассеяния) [1, 2, 3]. Требуется рассчитать мостовое соединение (рис. I.1.1) так чтобы при рабочих частотах 3000 и 2997,2 МГц проходящие во 2-е и 3-е плечи волны делились поровну, т.е.  $S_{21} = S_{31} = 0,707$  (–3 дБ), а отражение от 1-го плеча ( $S_{11}$ ) было минимальным. Размеры волноводов 72,1×34,0 мм.

Рис. I.1.1. Общий вид (а) и обозначение размеров (б) мостового соединения



## Расчет S-параметров

### Результаты настройки с помощью CST MicroWaveStudio

#### Размеры модели (3000 МГц):

$$L_S = 59,0 \text{ мм}$$

$$h_S = 6,6 \text{ мм}$$

$$L = 87,0 \text{ мм}$$

$$l_1 = 6,655 \text{ мм}$$

$$L_c = 86,5 \text{ мм}$$

#### S-параметры:

$$S_{11} = 0,0036 \text{ (-48,88 дБ)}$$

$$S_{21} = 0,7063 \text{ (-3,02 дБ)}$$

$$S_{31} = 0,7062 \text{ (-3,022 дБ)}$$

$$S_{41} = 0,0038 \text{ (-48,52 дБ)}$$

#### Размеры модели (2997,2 МГц):

$$L_S = 55,0 \text{ мм}$$

$$h_S = 5,0 \text{ мм}$$

$$L = 87,1 \text{ мм}$$

$$l_1 = 7,95 \text{ мм}$$

$$L_c = 87,1 \text{ мм}$$

#### S-параметры:

$$S_{11} = 0,0299 \text{ (-30,46 дБ)}$$

$$S_{21} = 0,7048 \text{ (-3,039 дБ)}$$

$$S_{31} = 0,7065 \text{ (-3,017 дБ)}$$

$$S_{41} = 0,03 \text{ (-30,46 дБ)}$$

### Точность расчета

Данные о сходимости и числе узлов сетки. Реализованный в программе Microwave Studio метод численного моделирования предусматривает итерационный процесс увеличения числа узлов сетки в определенных областях модели. При этом точность результатов возрастает, однако увеличивается и время расчета. Для поиска оптимального соотношения между этими параметрами необходимо исследовать модель на сходимость моделирования, ход которого иллюстрируется на рис. I.1.2 и I.1.3.

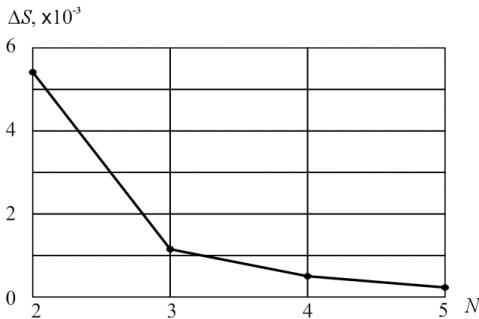
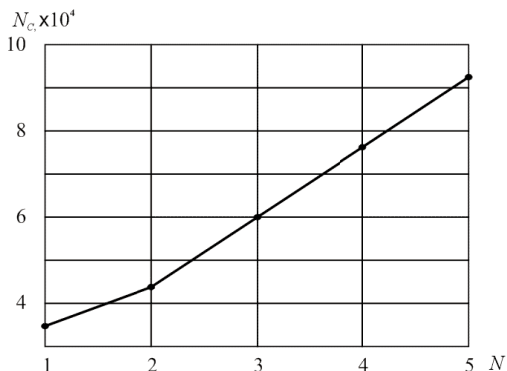


Рис. I.1.2. Зависимость абсолютной погрешности расчета от числа проходов

Рис. I.1.3. Зависимость количества узлов сетки от числа проходов



Окончательная точность расчета  $S$ -параметров:

$$\Delta S = 0,0002291.$$

Окончательное количество узлов (после 5-го прохода) – 92900.

### *Чувствительность параметров направленного ответвителя к размерам и частоте*

Зависимости  $S$ -параметров от размеров  $L_S$ ,  $L$ ,  $l_1$ ,  $L_c$ ,  $h_S$  представлены на рис. I.1.4–I.1.13, зависимость  $S$ -параметров от частоты показана на рис. I.1.14. Чувствительность  $S$ -параметров к размерам и частоте также отражена в табл. I.1.1.

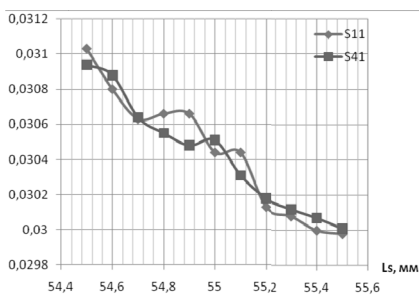


Рис. I.1.4. Зависимость  $S_{11}$  и  $S_{41}$  от размера  $L_S$

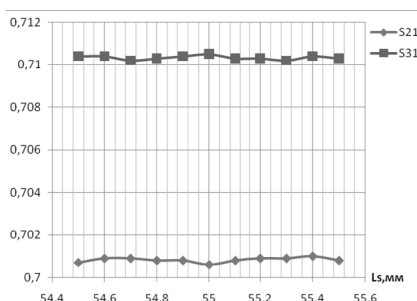


Рис. I.1.5. Зависимость  $S_{21}$  и  $S_{31}$  от размера  $L_S$

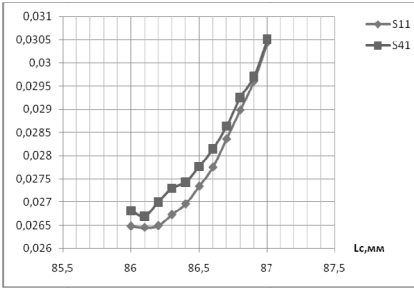


Рис. I.1.6. Зависимость  $S_{11}$  и  $S_{41}$  от размера  $L_c$

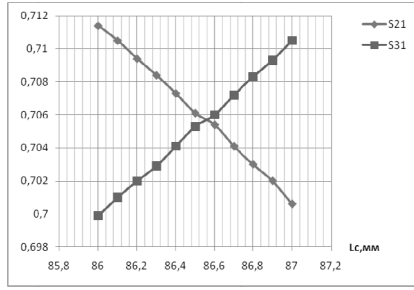


Рис. I.1.7. Зависимость  $S_{21}$  и  $S_{31}$  от размера  $L_c$

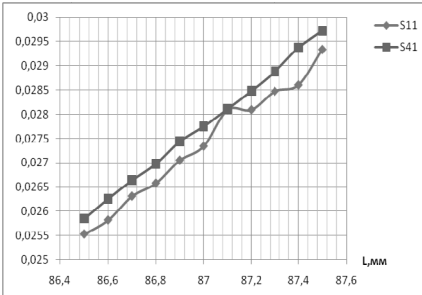


Рис. I.1.8. Зависимость  $S_{11}$  и  $S_{41}$  от размера  $L$

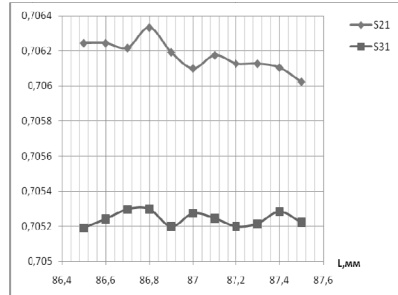


Рис. I.1.9. Зависимость  $S_{21}$  и  $S_{31}$  от размера  $L$

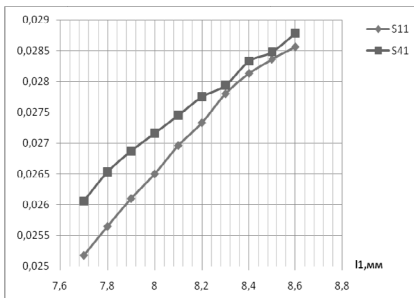


Рис. I.1.10. Зависимость  $S_{11}$  и  $S_{41}$  от размера  $l_1$

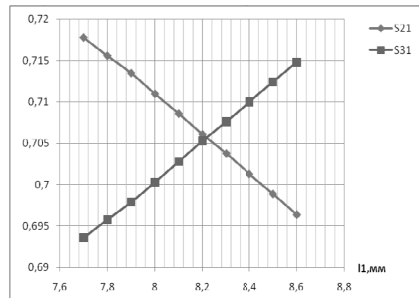


Рис. I.1.11. Зависимость  $S_{21}$  и  $S_{31}$  от размера  $l_1$

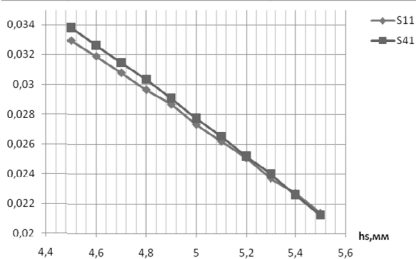


Рис. I.1.12. Зависимость  $S_{11}$  и  $S_{41}$  от размера  $h_s$

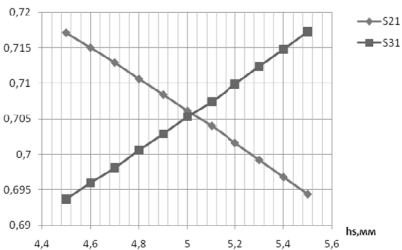
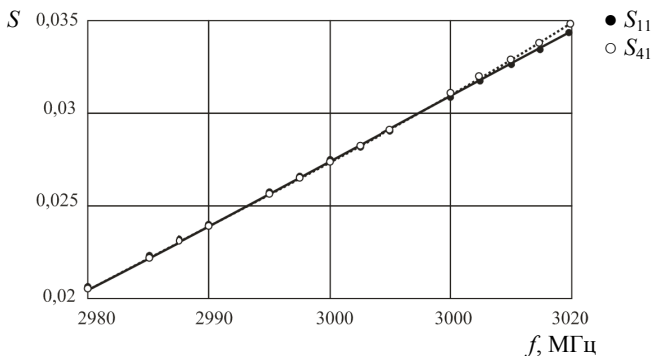
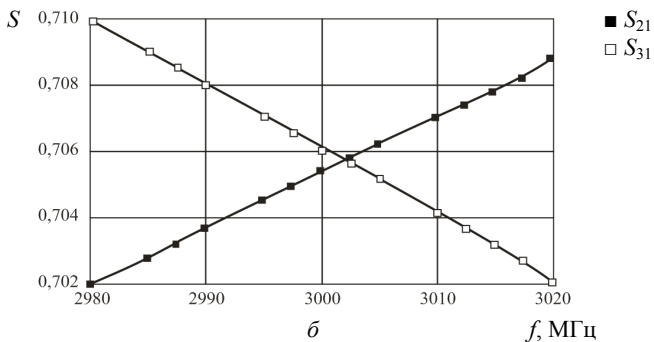


Рис. I.1.13. Зависимость  $S_{21}$  и  $S_{31}$  от размера  $h_s$



*a*



*б*

Рис. I.1.15. Зависимости от частоты  $S$ -параметров:  
*a* –  $S_{11}$ ,  $S_{41}$ ; *б* –  $S_{21}$ ,  $S_{31}$

**Чувствительность S-параметров к размерам и частоте**

Параметр чувствительности	$S_{11}$	$S_{21}$	$S_{31}$	$S_{41}$
$L_S, \text{мм}^{-1}$	-0,00105	0,0001	-0,0001	-0,00093
$L_c, \text{мм}^{-1}$	0,00396	-0,0108	0,0106	0,0037
$L, \text{мм}^{-1}$	0,0038	-0,00022	-0,00003	0,00387
$l_1, \text{мм}^{-1}$	0,003756	-0,02378	0,023556	0,003022
$h_S, \text{мм}^{-1}$	-0,01154	-0,0227	0,0236	-0,01257
$f, \text{МГц}^{-1}$	0,0003625	0,000175	-0,0002	0,0003625

**Заключение**

В данной работе была произведена настройка и расчет направленного ответвителя на основе мостовых соединений с помощью программы CST MWS.

Для этого сначала было настроено само мостовое соединение (рис. I.1.1) так, чтобы на рабочих частотах 3000,0 и 2997,2 МГц мощность между плечами 2 и 3 делилась поровну, т.е.  $S_{21} = S_{31} = 0,707$  (-3 дБ). В результате настройки получены значения S-параметров, удовлетворяющие заданию.

Полученное в результате оценки значение абсолютной точности расчета составляет  $\Delta S = 0,0003$ .

Затем исследовали чувствительности S-параметров «моста» к его размерам и частоте сигнала. Результаты расчетов приведены на Рис. I.1.2–I.1.4, а рассчитанные значения чувствительности по основным геометрическим параметрам устройства сведены в табл. I.1.

**Список используемой литературы**

1. Собенин Н.П., Лалаян М.В., Гусарова М.А. Практикум по курсу «Техника СВЧ». М.: НИЯУ МИФИ, 2010.
2. Собенин Н.П., Милованов О.С. Техника сверхвысоких частот. М.: Энергоатомиздат, 2007.
3. Фальковский О.И. Техническая электродинамика. М.: Связь, 1978.
4. Семенов Н.А. Техническая электродинамика. М.: Связь, 1973.
5. <http://www.cst.com/Content/Products/MWS/Overview.aspx>

## Задание I.2. РАСЧЕТ ПОГЛОЩАЮЩЕЙ НАГРУЗКИ

### Постановка задачи

Необходимо рассчитать поглощающую СВЧ-нагрузку в  $S$ -частотном диапазоне в виде медного прямоугольного волновода с размерами  $72,1 \times 34$  мм.

Рабочая часть нагрузки представляет собой ступеньки из меди, покрытые тонким слоем поглощающего материала. Таким же поглощающим материалом покрыты и стенки волновода с того сечения, где начинаются ступеньки. В качестве поглощающего материала используется отечественный материал альсифер, состоящий из Fe (85 %), Al (5,2...5,6 %) и Si (9,4...9,8 %). Удельное сопротивление материала  $0,6$  мкОм·м, магнитная проницаемость составляет десятки тысяч.

### Моделирование и расчеты

Целью расчетов является согласование нагрузки на рабочей частоте, минимальная длина, а также отсутствие областей с повышенной напряженностью электрического поля по всей длине нагрузки. Важно, чтобы нагрузка была широкополосной.

Сначала выбирается длина, число и высота ступенек с покрытием из альсифера (рис. I.2.1). На рис. I.2.2 и I.2.3 приведены зависимости модуля элемента матрицы рассеяния  $S_{11}$  от числа ступеней и их длины соответственно.

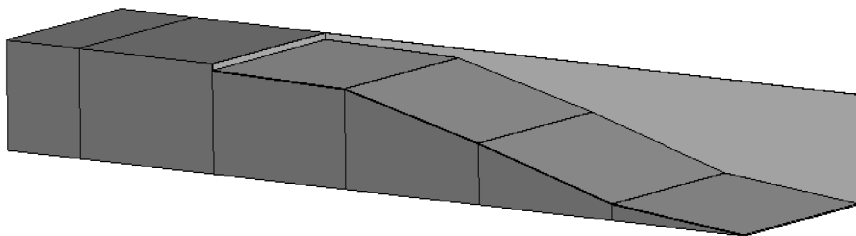


Рис. I.2.1. Ступенчатая поглощающая нагрузка

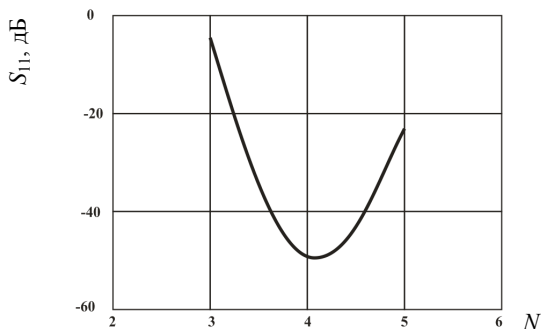


Рис. 1.2.2. График зависимости коэффициента отражения от числа ступенек

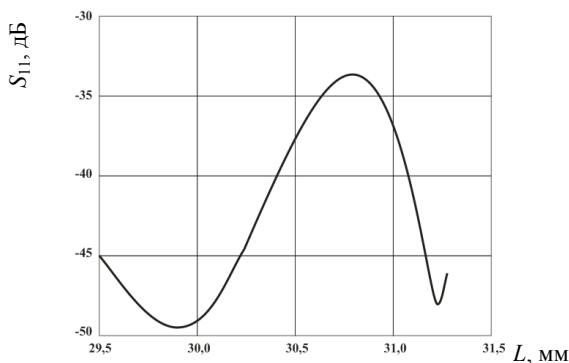
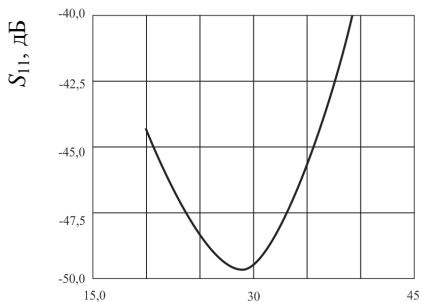


Рис. 1.2.3. График зависимости коэффициента отражения от длины ступенек

Далее были проведены расчеты, определяющие зависимость коэффициента отражения от толщины поглощающего материала. Толщина варьировалась от 0,2 до 0,4 мм с шагом 0,1 мм. Результаты расчета приведены на рис. 1.2.4. Зависимость коэффициента отражения от числа элементов разбиения сетки, определённая с помощью программы AnSoftHFSS 10, представлена на рис. 1.2.5.

Так как величина магнитной проницаемости поглощающего материала может существенно изменяться в зависимости от конкретного образца и часто заранее неизвестна, было проведено исследование зависимости коэффициента отражения от этого параметра. Полученная зависимость изображена на рис. 1.2.6.



$\times 0,01 S, \text{ мм}$

Рис. 1.2.4. График зависимости коэффициента отражения от толщины поглощающего материала

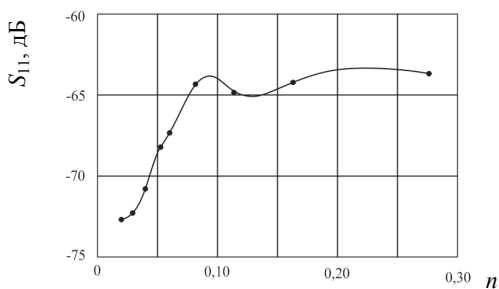


Рис. 1.2.5. График зависимости коэффициента отражения от числа элементов разбиения сетки

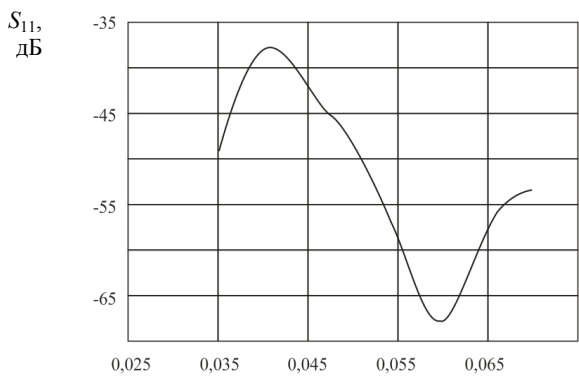


Рис. 1.2.6. График зависимости коэффициента отражения от магнитной проницаемости поглощающего материала

В результате оптимизации геометрии нагрузки получены следующие результаты (табл. I.2.1. и рис. I.2.7):

Таблица I.2.1

**Параметры нагрузки вида рис. I.2.1**

Параметры	Значения
Размеры поперечного сечения, мм	72,1×34,0
Магнитная проницаемость	35000
Толщина поглощающего материала, мм	0,3
Длина каждой ступеньки, мм	62,87
Коэффициент перенапряженности электрического поля	1,15
Коэффициент отражения $S_{11}$ , дБ	-85,1

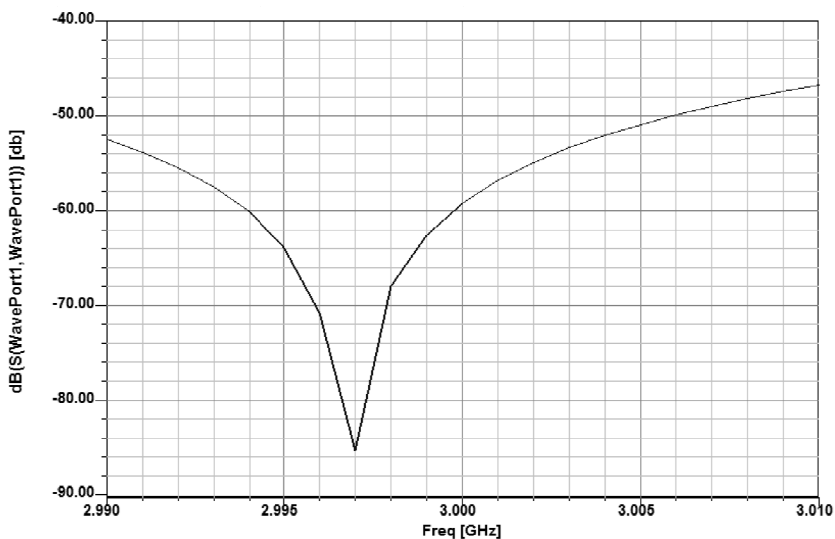


Рис. I.2.7. Частотная характеристика в диапазоне частот 2990...3010 МГц

**Клиновидная нагрузка.** Внешний вид такой нагрузки приведен на рис. I.2.8, а полученные для нее результаты – в табл. I.2.2 и на рис. I.2.9.

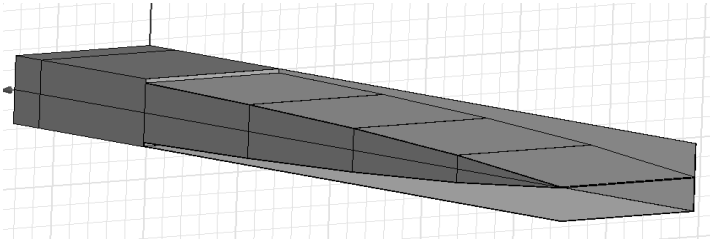


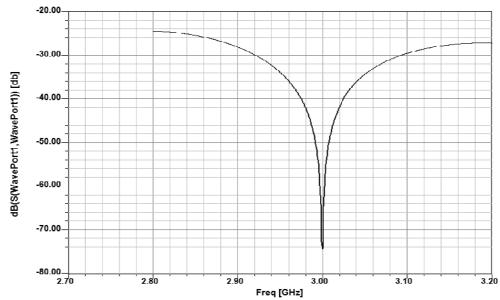
Рис. 1.2.8. Нагрузка в виде клина

Таблица 1.2.2

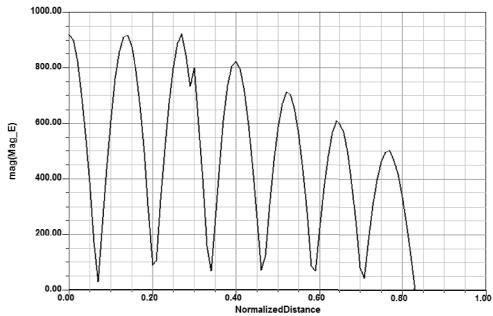
### Параметры структуры

Параметры	Значения
Размеры поперечного сечения, мм	72,1×34,2
Магнитная проницаемость	30000
Толщина поглощающего материала, мм	0,3
Длина каждой ступеньки, мм	69,2
Коэффициент отражения $S_{11}$ , дБ	-74,3

Рис. 1.2.9. Частотная характеристика (а) и распределение напряженности электрического поля вдоль длины структуры (б)



а



б

**Нагрузка в виде инвертированного клина.** Внешний вид такой нагрузки приведен на рис. I.2.10, а полученные для нее результаты – в табл. I.2.3 и на рис. I.2.11.

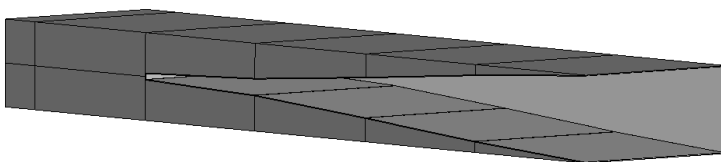


Рис. I.2.10. Нагрузка в виде «инвертированного» клина

Таблица I.2.3

### Параметры нагрузки

Параметр	Значение
Размеры поперечного сечения, мм	72,1×34
Магнитная проницаемость	35000
Толщина поглощающего материала, мм	0,3
Длина каждой ступеньки, мм	63,36
Коэффициент отражения $S_{11}$ , дБ	-63,3

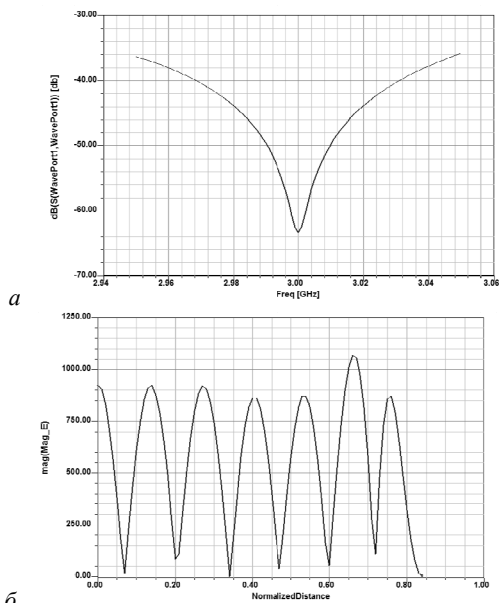


Рис. I.2.11. Частотная характеристика (а) и распределение напряженности электрического поля вдоль длины структуры (б)

## Заключение

В работе были изучены основные принципы работы с программой электродинамического моделирования AnSoft HFSS. Была спроектирована поглощающая СВЧ нагрузка в  $S$ -частотном диапазоне в виде медного прямоугольного волновода с размерами  $72,1 \times 34$  мм и рассчитаны её основные характеристики. Рабочая часть нагрузки представляет собой ступеньки из меди, покрытые тонким слоем поглощающего материала. Также поглощающим материалом покрыты и стенки волновода с того сечения, где начинаются ступеньки.

Был проведен ряд расчетов, в результате которых были получены общие зависимости для всех геометрий структуры. Из данных расчетов следует, что наиболее эффективной структурой является структура, состоящая из четырех ступенек, покрытых слоем поглощающего материала толщиной 0,3 мм.

Зависимость же от длины ступенек и магнитной проницаемости поглощающего материала является специфичной для разных геометрий структуры.

Полученная зависимость коэффициента перенапряженности от магнитной проницаемости материала показывает, что коэффициент перенапряженности заметно спадает при увеличении магнитной проницаемости.

Также рассмотрены и рассчитаны различные виду геометрии нагрузки – в виде клина, «полуклина» и «вывернутого» клина. В итоге определено, что наиболее эффективной, стойкой к тепловым нагрузкам и простой в изготовлении является нагрузка в виде «полуклина». Она обладает относительно небольшой длиной, хорошей поглощающей способностью и не испытывает значительных тепловых нагрузок.

## Список используемой литературы

1. Собенин Н.П., Лалаян М.В., Гусарова М.А. Практикум по курсу «Техника СВЧ». М.: НИЯУ МИФИ, 2010.
2. Описание программы Ansoft HFSS.
3. Каминский В.И., Лалаян М.В., Собенин Н.П. Ускоряющие структуры. М.: МИФИ, 2005.

## **Задание I.3. РАСЧЕТ ТРАНСФОРМАТОРА ТИПА ВОЛНЫ ДЛЯ КРУГЛОГО ДИАФРАГМИРОВАННОГО ВОЛНОВОДА С МАГНИТНОЙ СВЯЗЬЮ**

### **Постановка задачи**

Изучить основные принципы работы с программой электродинамического моделирования CST MWS. Рассчитать узел ввода высокочастотной мощности для круглого диафрагмированного волновода с магнитной связью (с отрицательной дисперсией) на волне типа  $E_{01}$ .

### **Исходные данные**

В качестве ускоряющих структуры линейных резонансных ускорителей электронов, как правило, используют круглые диафрагмированные волноводы (КДВ). Связь такой структуры с генератором СВЧ осуществляется посредством прямоугольных волноводов с волной типа  $H_{10}$  через узлы ввода СВЧ мощности. Поскольку в КДВ распространяется волна типа  $E_{01}^0$ , то для преобразования типа волны из  $H_{10}^0$  в  $E_{01}^0$  применяется трансформатор типа волны. Кроме того, узел ввода СВЧ мощности состоит из устройств, обеспечивающих наиболее полное прохождение мощности в КДВ, поскольку отражённая мощность может нарушить режим работы.

Техническое задание на расчет:

- рабочая частота – 5712 МГц;
- радиус отверстия диафрагмы, отнесённый к длине волны – 0,1;
- толщина диафрагмы – 2 мм;
- радиус пролётного отверстия в торцевой стенке переходной ячейки равен радиусу отверстия в диафрагме ускоряющей структуры;
- длина пролётной трубки – 40 мм;
- число ускоряющих ячеек – 4;
- размеры подводящего волновода прямоугольного сечения 40×20 мм;
- толщина согласующей диафрагмы между переходной ячейкой и отрезками прямоугольного волновода – 2 мм;

- модуль коэффициента матрицы рассеяния на рабочей частоте на входе устройства – менее 0,02;
- во вспомогательном прямоугольном волноводе предусмотреть симметричное размещение двух металлических пластин высотой 20 мм, толщиной 3 мм. Модуль коэффициента передачи между двумя волноводами – не ниже 0,99;
- ускоряющая структура – КДВ с постоянным импедансом, с магнитной связью, с видом колебаний  $3\pi/4$ ;
- период ускоряющей структуры – 19,68 мм;
- ширина щели связи – 4 мм;
- радиус скругления щелей связи – 2 мм;
- расстояние от оси структуры до середины щели связи – 11,5 мм;
- угол раствора щели –  $70^\circ$ ;
- число щелей связи – 2.

### Необходимые формулы и расчёты

Длина волны в волноводе:

$$\lambda_{\text{в}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{\text{кр}})^2}}. \quad (3.1)$$

Длина волны в свободном пространстве:

$$\lambda = c/f. \quad (3.2)$$

Критическая длина волны в волноводе прямоугольного сечения на волне  $H_{10}^{\square}$ :

$$\lambda_{\text{кр}} = 2a. \quad (3.3)$$

Вид колебаний в замедляющей периодической структуре:

$$\theta = \frac{2\pi}{\lambda_R} L, \quad (3.4)$$

где  $L$  – период структуры.

### Результаты расчёта

Длина волны в свободном пространстве на частоте 5712 МГц:

$$\lambda = 52,485 \text{ мм.}$$

Длина волны в прямоугольном волноводе  $40 \times 20$  мм:

$$\lambda_{\text{в}} = 69,543 \text{ мм.}$$

Длина волны в замедляющей структуре с периодом 19,68 мм на виде колебаний  $3\pi/4$ :

$$\lambda = 8L/3 = 52,48 \text{ мм}$$

### Численное моделирование

**Резонансный макет.** Исследуемый резонансный макет ускоряющей структуры представляет собой круглый диафрагмированный волновод, состоящий из трёх полных ячеек и двух полуячеек на концах. Ячейки отделены друг от друга диафрагмами с пролётными отверстиями и щелями магнитной связи. В макете возбуждается волна типа  $E_{01}$ .

Схема макета с обозначением основных размеров представлена на рис. I.3.1. На рис. I.3.2 показано продольное сечение макета. Геометрические размеры основных элементов макета даны в табл. I.3.1.

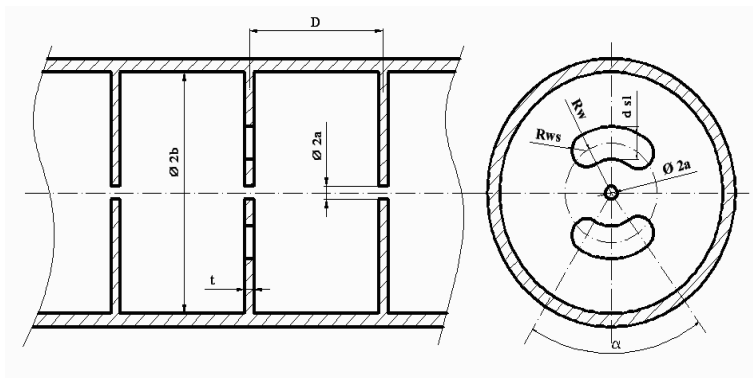


Рис. I.3.1. Схема резонансного макета КДВ с магнитной связью

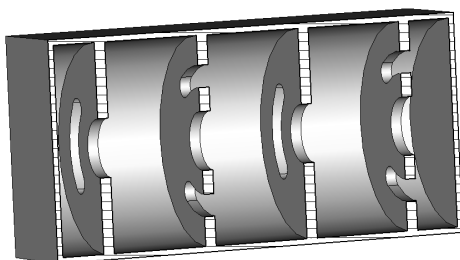


Рис. I.3.2. Продольное сечение резонансного макета КДВ с магнитной связью

### Геометрические размеры основных элементов макета

Параметр	Значение
Радиус КДВ, мм	18,8
Радиус пролётного отверстия, мм	5,248
Радиус переходной ячейки, мм	18,47
Период КДВ, мм	19,68
Высота перехода ввода мощности, мм	10
Высота ввода мощности, мм	69,54
Толщина диафрагм, мм	2
Ширина окна согласующей диафрагмы, мм	16,5
Длина пластин, мм	20
Расстояние между пластинами, мм	8

*Настройка резонансной частоты.* Исследовалась зависимость резонансной частоты макета КДВ с магнитной связью от диаметра волновода. На основании этой зависимости было определено значение диаметра КДВ, настроенного на резонансную частоту 5712 МГц на виде колебаний  $3\pi/4$ , которое составило  $2b = 37,6$  мм.

*Топография электрического и магнитного поля.* В резонансном макете КДВ с магнитной связью, состоящем из четырёх полных ячеек, возможно возбуждение колебаний на волне  $E_{01}$  на пяти видах колебаний  $0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi$ . Данная структуры имеет отрицательную дисперсию, так как с ростом рабочей частоты возрастает длина волны в структуре. Это объясняется тем, что ячейки связаны по магнитному полю.

На рис. I.3.3 и I.3.4 показана топография электрического и магнитного поля соответственно на виде колебаний  $3\pi/4$  в продольном сечении макета.

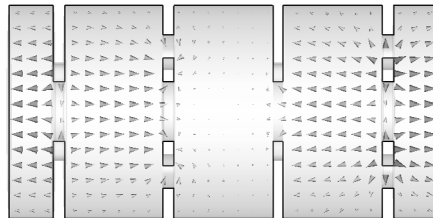


Рис. I.3.3. Топография электрического поля в макете на виде колебаний  $3\pi/4$

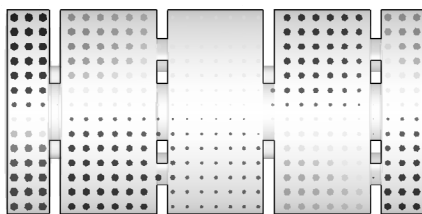


Рис. 1.3.4. Топография магнитного поля в макете на виде колебаний  $3\pi/4$

На рис. 1.3.5 и рис.1. 3.6 отражены топографии магнитного поля в поперечном сечении макета в середине ячейки и в месте расположения диафрагмы.

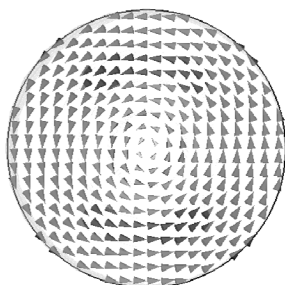


Рис. 1.3.5. Топография магнитного поля в середине ячейки

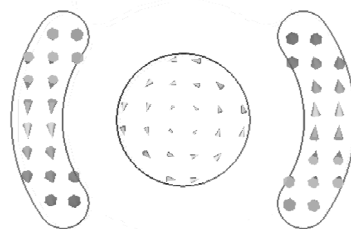


Рис. 1.3.6. Топография магнитного поля в сечении диафрагмы

*Исследование на сходимость.* На рис. 3.7 представлен график сходимости резонансной частоты в зависимости от количества ячеек сетки.

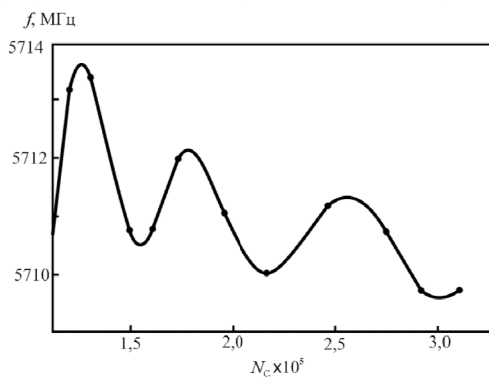


Рис. 1.3.7. График сходимости резонансной частоты

Из графика видно, что разброс резонансной частоты не возрастает с ростом числа ячеек, что означает сходимость решения.

**Макет структуры с вводом мощности.** Ввод и вывод высокочастотной мощности в структуру предполагается осуществлять посредством волновода прямоугольного сечения размерами  $40 \times 20$  мм на волне  $H_{10}$ .

Для согласования волноводов и ускоряющей структуры применены трансформаторы типа волны с индуктивной диафрагмой и плавными переходами и симметризация ввода мощности. Симметризация осуществляется за счёт подключения вспомогательных закороченных волноводов к трансформатору типа волны. В этих волноводах расположены пластины, препятствующие дальнейшему распространению электромагнитной волны.

Макет структуры с вводом мощности показан на рис. 1.3.8.

*Настройка макета на режим бегущей волны и согласование.* Настройка макета на режим бегущей волны осуществляется выбором соответствующих настраиваемых параметров: диаметра переходных ячеек трансформаторов типа волны и размера щели согласующей диафрагмы.

Основными критериями режима бегущей волны является КСВ, близкий к 1, и коэффициент  $S_{11}$  матрицы рассеяния около  $-30$  дБ.

Рассчитаны значения КСВ для различных значений размера щели согласующей диафрагмы ( $h$ ) в зависимости от диаметра переходных ячеек ( $b_{пер}$ ). КСВ определялся по значениям поля в серединах регулярных ячеек структуры. Результаты расчёта представлены в табл. 1.3.2. Графически результаты отражены на рис. 1.3.9.

Наилучшее значение КСВ = 1,07 при параметрах:  $b_{пер} = 18,47$  мм и  $h = 16,5$  мм.

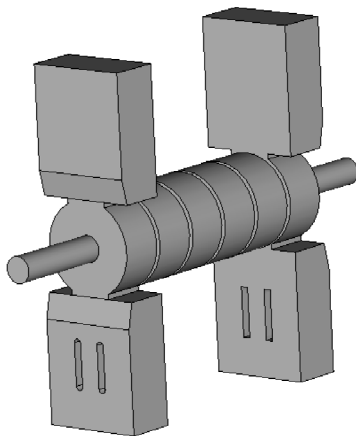


Рис. 1.3.8. Макет с симметризованным вводом мощности

## КСВ при различных настраиваемых параметрах

$b_{\text{пер}} \backslash h$	16	16,5	17	17,5	18	18,5	19	20	21	23
18	6,327	5,175	3,413	2,363	1,782	1,411	1,240	1,515	1,418	1,949
18,25	4,031	1,945	1,478	1,202	1,094	1,173	1,261	1,931	1,666	2,075
18,5	1,128	1,079	1,234	1,290	1,326	1,415	1,497	1,761	2,057	2,129
18,75	1,626	1,432	1,631	1,572	1,689	1,838	1,958	2,187	2,2	2,132

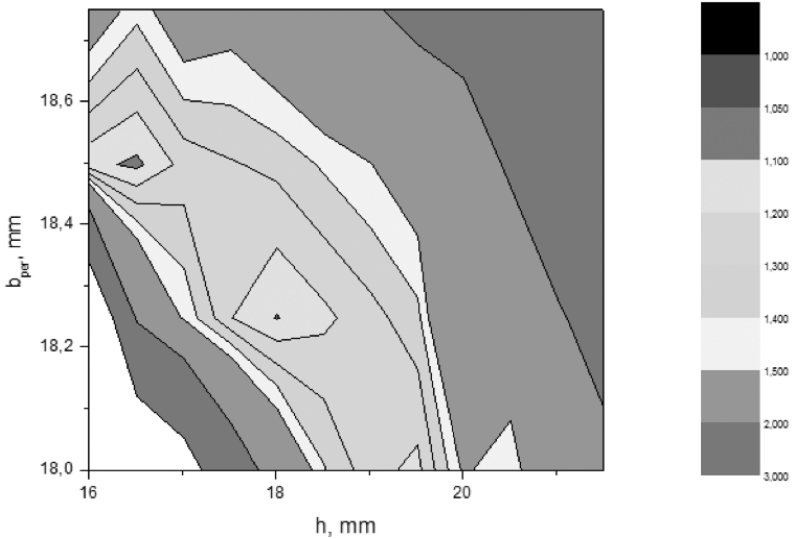


Рис. I.3.9. Зависимость КСВ от настраиваемых параметров

На рис. I.3.10 представлено распределение продольной компоненты поля по оси структуры и зависимость параметров  $S_{11}$ ,  $S_{21}$  от частоты. На рис. I.3.11, *a* и *б* показана топография электрического и магнитного полей соответственно.

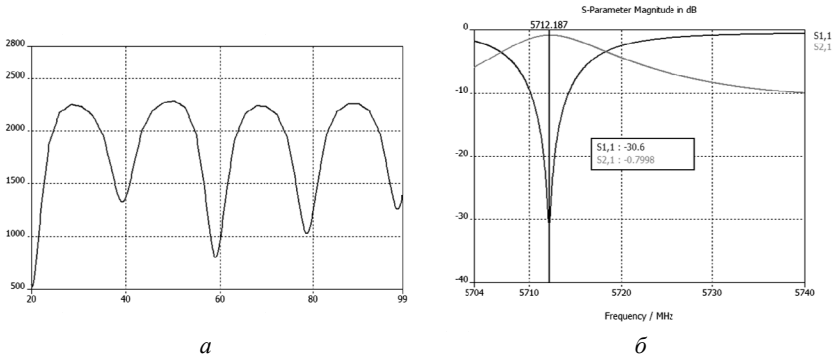


Рис. 1.3.10. Распределение продольной компоненты поля по оси структуры (а) и зависимость параметров  $S_{11}$ ,  $S_{21}$  от частоты (б)

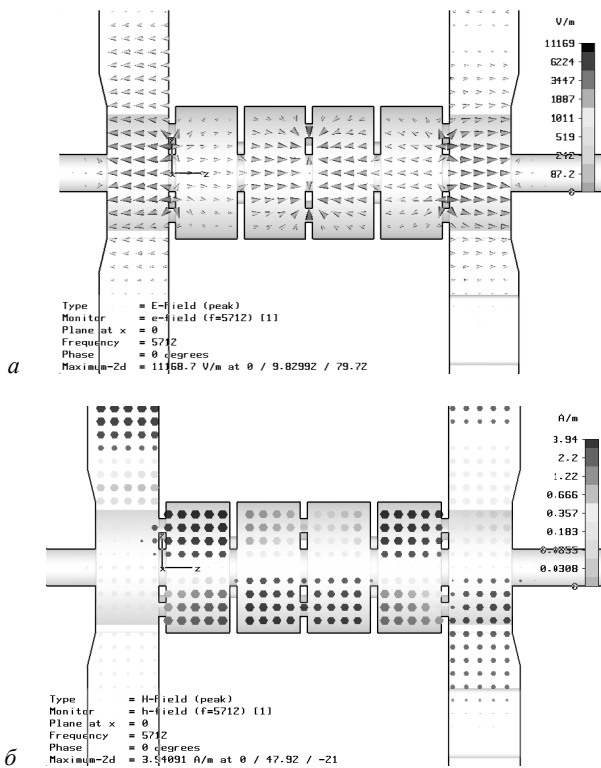


Рис. 1.3.11. Топография электрического (а) и магнитного (б) полей в макете

## Заключение

В ходе выполнения курсового проекта были изучены методики построения трёхмерных моделей ускоряющих структур на основе круглых диафрагмированных волноводов, настройки резонансных макетов на рабочую частоту. На основе резонансного макета была создана модель макета, работающего в режиме бегущей волны. Проведена настройка на режим бегущей волны на необходимом виде колебаний. Изучено устройство узла ввода мощности и функции его отдельных элементов. Освоена методика нахождения минимумов функций нескольких переменных в ходе настройки макета на режим бегущей волны и согласования с линиями передачи мощности.

Произведены необходимые предварительные расчёты электродинамических параметров узла ввода мощности и ускоряющей структуры на основе заданных геометрических размеров и вида колебаний в круглом диафрагмированном волноводе (КДВ).

Описана модель резонансного макета ускоряющей структуры. Произведена настройка на необходимый вид колебаний  $3\pi/4$  на заданной рабочей частоте 5712 МГц. Приведена топография электрических и магнитных полей в ячейках КДВ. Результаты проверки решения на сходимость достаточны для проведения дальнейших расчётов с выбранным размером ячеек сетки.

На основе резонансного макета был создан макет с узлами симметризованного ввода мощности. Определены критерии хорошей настройки на режим бегущей волны и величину коэффициента  $S_{11}$  матрицы рассеяния, характеризующего уровень отражённой мощности. Были выбраны настраиваемые параметры и диапазоны их возможных значений. На основании этого выбора проведён ряд расчётов, направленных на нахождение минимумов коэффициента стоячей волны. В точке минимума, наилучшим образом удовлетворяющего критериям настройки узлов ввода мощности, определена величина коэффициента  $S_{11}$ . Результаты настройки узлов ввода мощности таковы, что КСВ достигает необходимой величины наряду с хорошим согласованием.

Полученное решение доказывает сложность задачи оптимизации функции нескольких переменных. Исследованный макет является чувствительным к достаточно малым изменениям геометриче-

ских параметров, поэтому для более точной настройки необходимо исследовать больший диапазон параметров и увеличить шаг выбора этих параметров.

### **Список используемой литературы**

1. <http://www.cst.com/Content/Products/MWS/Overview.aspx>
2. Собенин Н.П., Милованов О.С., Техника СВЧ. М.: Энергоатомиздат, 2007.
3. Вальднер О.А., Собенин Н.П., Зверев Б.В., Щедрин И.С. Диафрагмированные волноводы: Справочник. – 3-е изд. – М.: Энергоатомиздат, 1991.
4. Зверев Б.В., Собенин Н.П. Электродинамические характеристики ускоряющих резонаторов. М.: Энергоатомиздат, 1993.
5. Каминский В.И., Лалаян М.В., Собенин Н.П. Ускоряющие структуры, М.:2005.
6. Собенин Н.П., Лалаян М.В., Гусарова М.А. Практикум по курсу «Техника СВЧ». М.: НИЯУ МИФИ, 2010.

## **Задание I.4. РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ВОЛН ВЫСШИХ ТИПОВ В СВЕРХПРОВОДЯЩЕМ УСКОРЯЮЩЕМ РЕЗОНАТОРЕ**

### **Постановка задачи**

Одним из основных источников увеличения поперечного эмитанса в сверхпроводящих ускорителях являются электромагнитные поля волн высших типов, возбуждаемые в ускоряющих резонаторах длиной последовательностью интенсивных сгустков ускоряемых частиц. Эти моды высшего порядка должны быть сильно подавлены для того, чтобы избежать нестабильности пучка и его разрушения. Чем меньше внешняя добротность этих мод, тем меньше амплитуда поля, возбуждаемого последовательностью сгустков. Внешняя добротность мод высшего порядка уменьшается за счет устройств вывода мощности высших волн (УВМ).

Важная проблема связана с так называемыми «запертыми модами», электромагнитное поле которых сконцентрировано в центральных ячейках резонатора и практически отсутствует в крайних. Такие моды чрезвычайно слабо демпфируются УВМ, распложенными на пролетных трубках. Для подавления этих мод вводится

некоторая асимметрия двух крайних ячеек. При асимметричной форме крайних ячеек удастся несколько увеличить амплитуду поля этих мод в одной из них и, тем самым, увеличить степень демпфирования этих мод.

### Расчет электродинамических характеристик регулярной структуры ускорителя с рекуперацией энергии ERL

**Резонансный макет.** В качестве макета для расчетов выбрана модель ускоряющей секции ускорителя с рекуперацией энергии ERL. Общий вид представлен на рис. I.4.1,а. Резонатор состоит из 7 ячеек с дрейфовыми трубками на конце, их длина выбрана таким образом, чтобы они являлись запредельным волноводом на основной волне, и поле в них резко затухало. Обязательным требованием является равномерное распределение продольного электрического поля в структуре, однако из-за наличия дрейфовых трубок на конце поле в крайних ячейках оказывается искаженным. Для компенсации этого эффекта вводится некоторая асимметрия в геометрии крайних ячеек.

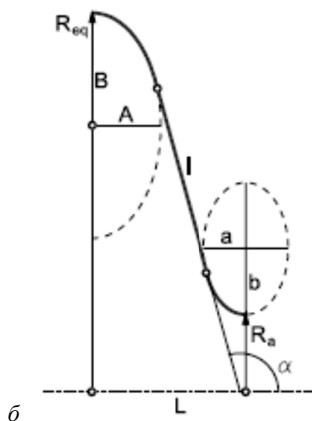
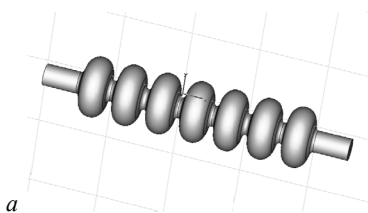


Рис. I.4.1. Общий вид семиячеечного сверхпроводящего резонатора (а) и геометрия ячеек регулярной структуры (б)

Контур ячейки представляет собой два эллипса, соединенных между собой прямой линией (рис. I.4.1, б). Четыре полуоси  $A$ ,  $B$ ,  $a$  и  $b$  могут быть независимыми, в то время как экваториальный радиус  $R_{eq}$  используется для настройки на рабочую частоту. В данной работе рабочей частотой выбрана  $f = 1300$  МГц. Размеры ячеек ре-

зонатора (за исключением концевых) приведены в табл. I.4.1. Длина полужайчки регулярной структуры выбрана равной четверти длины волны  $L = \lambda/4$ , из условия, что на стоячей волне рабочим будет вид колебаний  $\pi$ .

При исследовании сверхпроводящих резонаторов вводятся отношения:  $E_{\text{макс}}/E_{\text{уск}}$  и  $H_{\text{макс}}/E_{\text{уск}}$ , где  $E_{\text{макс}}$  и  $H_{\text{макс}}$  – максимальные значения электрического и магнитного полей на внутренней поверхности. Обычно  $E_{\text{макс}}$  максимально на диафрагме, а  $H_{\text{макс}}$  максимально на экваторе. Максимальные значения  $E_{\text{макс}}$  и  $H_{\text{макс}}$  определяют предельное значение ускоряющего градиента. Отношения  $E_{\text{макс}}/E_{\text{уск}}$  и  $H_{\text{макс}}/E_{\text{уск}}$  – это константы, определяемые только геометрией резонатора, которые увеличиваются пропорционально  $E_{\text{уск}}$ . Отношение  $E_{\text{макс}}/E_{\text{уск}}$  показывает предрасположенность резонатора с данной геометрией к явлению полевой электронной эмиссии. Традиционно считалось необходимым оптимизировать форму резонатора именно в отношении  $E_{\text{макс}}/E_{\text{уск}}$ , которое растет с ростом  $E_{\text{макс}}$ . В последние годы в связи с исследованием явления перехода резонатора из сверхпроводящего состояния в нормальное из-за появления локальной тепловой неустойчивости (квенч) предложено оптимизировать форму ячейки с целью снижением  $H_{\text{макс}}$  на поверхности до значения, близкого к  $H_{\text{кр.ВЧ}}$ . Отношение  $H_{\text{макс}}/E_{\text{уск}}$  показывает предел  $E_{\text{уск}}$  из за разрушения сверхпроводимости.

Таблица I.4.1

### Геометрические параметры ячеек регулярной структуры

Параметр	Значение	Параметр	Значение
$R_{\text{eq}}$ , мм	101,205	$b$ , мм	20,95
$A$ , мм	43,99	$R_a$ , мм	35
$B$ , мм	35,06	$L$ , мм	57,652
$a$ , мм	12,53		

Выбранная конструкция резонатора позволяет снизить нормированные электрические и магнитные поля  $E_{\text{макс}}/E_{\text{уск}} = 2$ ,  $H_{\text{макс}}/E_{\text{уск}} = 4,02$  мТл/(МВ/м).

Для проверки настройки структуры на рабочую частоту использовался резонансный макет из двух ячеек и двух полужаечек, в котором могут возбуждаться четыре вида колебаний ( $0$ ,  $\pi/3$ ,  $2\pi/3$ ,  $\pi$ ). То-

пографии магнитных и электрических полей для основной волны  $E_{01}$  представлены на рис. I.4.2–I.4.5.

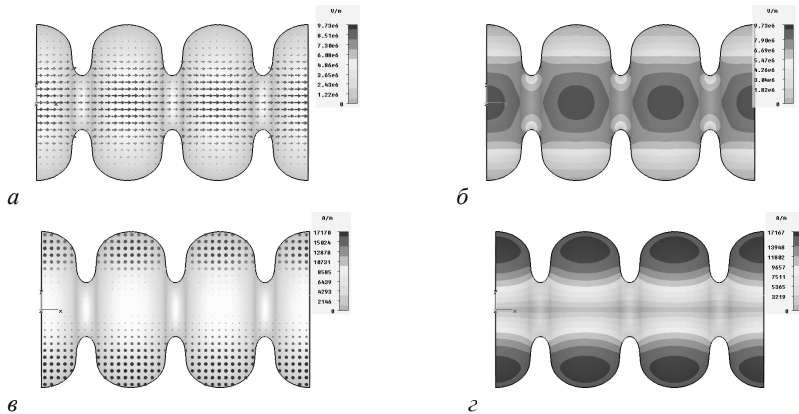


Рис. I.4.2. Топография электрических и магнитных полей на основной волне.

Вид колебаний: 0; частота  $f = 1274,54$  МГц;

$a, б$  – вектор и модуль напряженности электрического поля;

$в, г$  – вектор и модуль напряженности магнитного поля

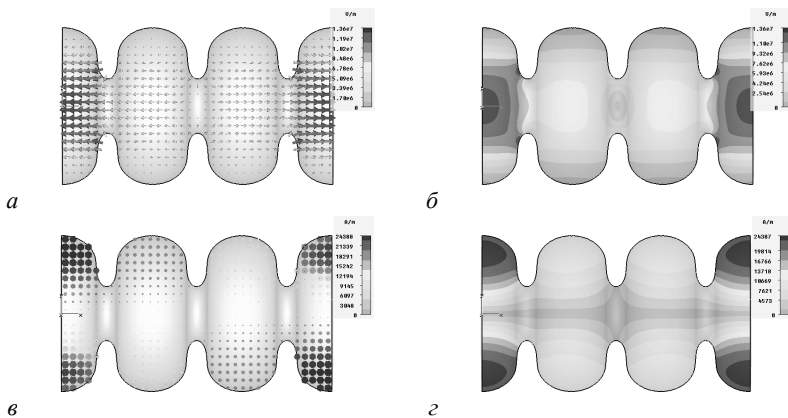


Рис. I.4.3. Топография электрических и магнитных полей на основной волне.

Вид колебаний:  $\pi/3$ ; частота  $f = 1280,80$  МГц;

$a, б$  – вектор и модуль напряженности электрического поля;

$в, г$  – вектор и модуль напряженности магнитного поля

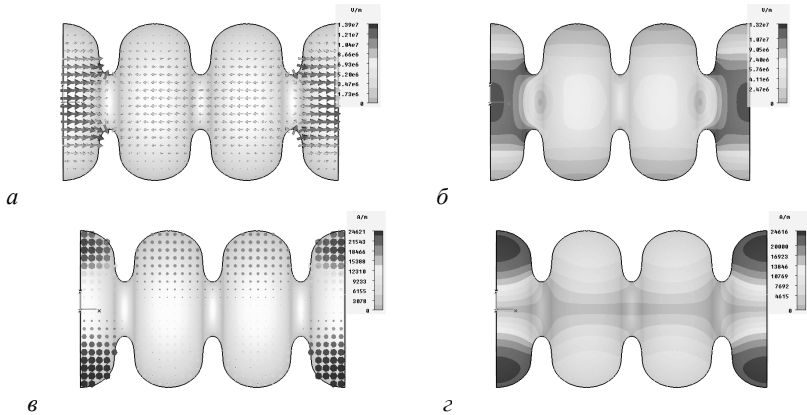


Рис. 1.4.4. Топография электрических и магнитных полей на основной волне.  
 Вид колебаний:  $2\pi/3$ ; частота  $f=1293,54$  МГц;  
 $a, б$  – вектор и модуль напряженности электрического поля;  
 $в, z$  – вектор и модуль напряженности магнитного поля

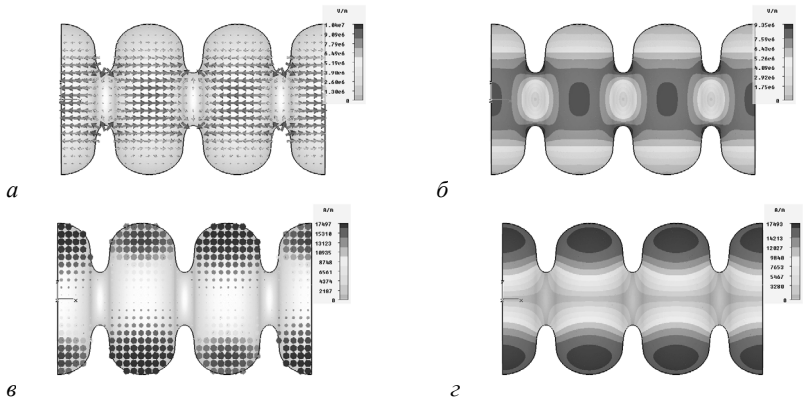


Рис. 1.4.5. Топография электрических и магнитных полей на основной волне.  
 Вид колебаний:  $\pi$ ; частота  $f=1300,03$  МГц;  
 $a, б$  – вектор и модуль напряженности электрического поля;  
 $в, z$  – вектор и модуль напряженности магнитного поля

### Расчет электродинамических характеристик

*Шунтовое сопротивление.* Для характеристики эффективно-ускоряющих структур вводится понятие погонного шунтового сопротивления

$$r_{\text{ш}} = \frac{R_{\text{ш}}}{l} = \left[ \int_0^l \dot{E}_z(z) dz \right]^2 / (P_{\text{пот}} l), \text{ МОМ/м}, \quad (I.4.1)$$

где  $\dot{E}_z(z)$  – комплексная амплитуда ускоряющего поля,  $l$  – длина структуры,  $P_{\text{пот}}$  – потери мощности.

$$r_{\text{ш}} = \frac{E_{z0}^2}{P_{\text{пот}}/l} = \frac{E_{z0}^2}{dP/dz} = \frac{E_{z0}^2}{2\alpha P}, \quad (I.4.2)$$

где  $E_{z0} = (1/l) \int_0^l |E_z(z)| dz$  – средняя амплитуда напряженности продольной составляющей электрического поля на оси структуры для основной (ускоряющей) гармоники,  $\alpha$  – коэффициент затухания,  $P$  – поток мощности.

При рассмотрении ускоряющих резонаторов вводится понятие погонного эффективного шунтового сопротивления  $r_{\text{ш.эф}}$ , которое учитывает изменение амплитуды напряженности поля за время пролета частицами резонатора

$$r_{\text{ш.эф}} = \frac{\left| \int_0^l E_z(z) \exp(ik_z z) dz \right|^2}{(P_{\text{пот}} l)}. \quad (I.4.3)$$

Связь между эффективным шунтовым сопротивлением  $r_{\text{ш.эф}}$ , которое используют для резонаторных ускоряющих структур, и шунтовым сопротивлением  $r_{\text{ш}}$ , характеризующим эффективность ускоряющих структур, работающих в режиме бегущей волны, следующая:

$$r_{\text{ш.эф}} = r_{\text{ш}} T^2, \quad (I.4.4)$$

где пролетный фактор

$$T = \frac{\left| \int_0^l E_z(z) \exp(ik_z z) dz \right|}{\left( \int_0^l |E_z(z)| dz \right)}. \quad (I.4.5)$$

*Добротность.* Собственная добротность

$$Q = \frac{\omega W}{P} = \omega(\mu_0/2) \int_v |\bar{H}_{\text{макс}}|^2 dv \left/ \left[ (R_{\text{ст}}/2) \int_S |\bar{H}_{\text{т}}|^2 ds \right] \right., \quad (I.4.6)$$

где  $R_{\text{ст}}$  – сопротивление стенки.

Представляет интерес и выражение отношения шунтового сопротивления к добротности

$$\frac{r_{\text{ш}}}{Q} = \frac{E_{z0}^2 / (P_{\text{пот}} l)}{\omega W / P_{\text{пот}}} = \frac{E_{z0}^2}{\omega W_1}, \quad (1.4.7)$$

где  $W_1$  – запасенная энергия на единицу длины.

При описании свойств сверхпроводящих резонаторов вводится понятие меры потерь энергии в металлической стенке для поверхностного сопротивления

$$G = QR_S, \quad (1.4.8)$$

где  $R_S = \sqrt{\frac{\pi f \mu \mu_0}{\sigma}}$  – поверхностное сопротивление.

В табл. 1.4.2 приведены рассчитанные с помощью программы MWS 2008 ЭДХ для регулярной структуры ERL. Расчет шунтового сопротивления производился с помощью постпроцессора CST MWS, а также программы написанной на MathCAD. Полученные результаты совпадают с точностью до 1 %.

Таблица 1.4.2

#### ЭДХ регулярной структуры ERL

Параметр	Значение
$f$ , МГц	1300,03
$Q$	29986
$R_S$ , Ом	$9,37 \cdot 10^{-3}$
$G$ , Ом	281
$R_{\text{ш.эф}}$ , Ом	$1,73 \cdot 10^6$
$R_{\text{ш.эф}}/Q$ , Ом	57,8
$GR_{\text{ш.эф}}/Q$ , Ом <sup>2</sup>	16241

**Резонансный макет резонатора ERL.** Из-за наличия трубок дрейфа на концах резонатора электромагнитное поле в нем оказывается искаженным, т.е. напряженность поля в нем меняется от ячейки к ячейке. Для выравнивания распределения поля вдоль оси резонатора была проведена коррекция размеров концевых ячеек. Структура из 7 ячеек не позволяет достичь результатов с требуемой точностью, поэтому расчет волн высших типов проводился на моделях, состоящих из 3½ ячеек. Для того чтобы получить все типы колебаний к структуре попеременно применялись граничные усло-

вия в виде магнитной и электрической стенок. Проведенные с помощью программы CST MWS расчеты участков структуры, состоящей из  $3\frac{1}{2}$  ячеек и пролетных трубок различного диаметра (рис. I.4.6), позволили получить необходимые геометрические параметры, приведенные в табл. I.4.3. Длина запредельных на рабочей частоте дрейфовых трубок выбиралась из условия практически полного затухания поля.

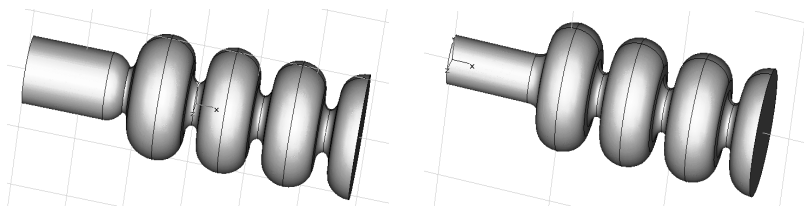


Рис. I.4.6. Общий вид резонансных макетов с различными трубками дрейфа (тип «б» – слева, тип «а» – справа)

Таблица I.4.3

### Геометрические параметры структуры для ERL

Параметр	Регулярные ячейки	До оптимизации		После оптимизации	
		Тип «а»	Тип «б»	Тип «а»	Тип «б»
$A$ , мм	43,99	50,3	51,6	40,6	52,7
$B$ , мм	35,06	44,8	47,4	29,5	44,3
$a$ , мм	12,53	8,4	10,1	21,2	9,6
$b$ , мм	20,95	11,7	11,4	14,0	11,9
$R_a$ , мм	35	39	37	39	37
$L$ , мм	57,652	59,421	62,417	64,909	65,358

Векторы напряженности электрического ( $a$ ) и магнитного ( $b$ ) полей, а также распределение электрического поля вдоль оси структуры ( $v$ ) в зависимости от вида колебаний и частоты показаны на рис. I.4.7–I.4.10.

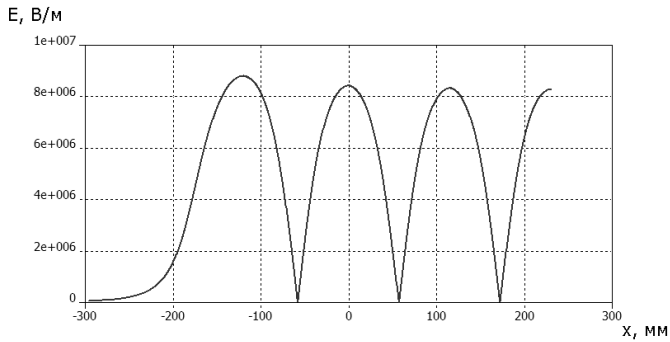
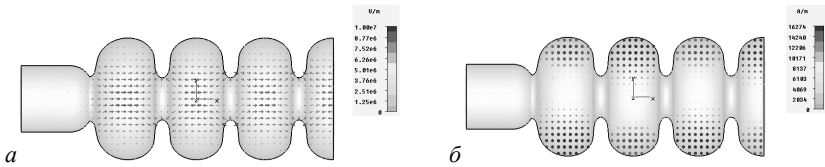


Рис. 1.4.7. Топография электрических и магнитных полей на основной волне в структуре типа «б». Вид колебаний:  $\pi$ , частота  $f = 1300$  МГц

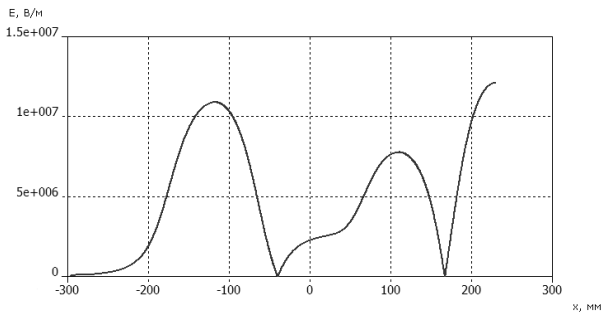
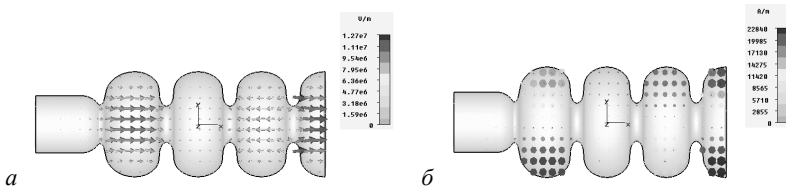


Рис. 1.4.8. Топография электрических и магнитных полей на основной волне в структуре типа «б». Вид колебаний:  $2\pi/3$ , частота  $f = 1295.2$  МГц

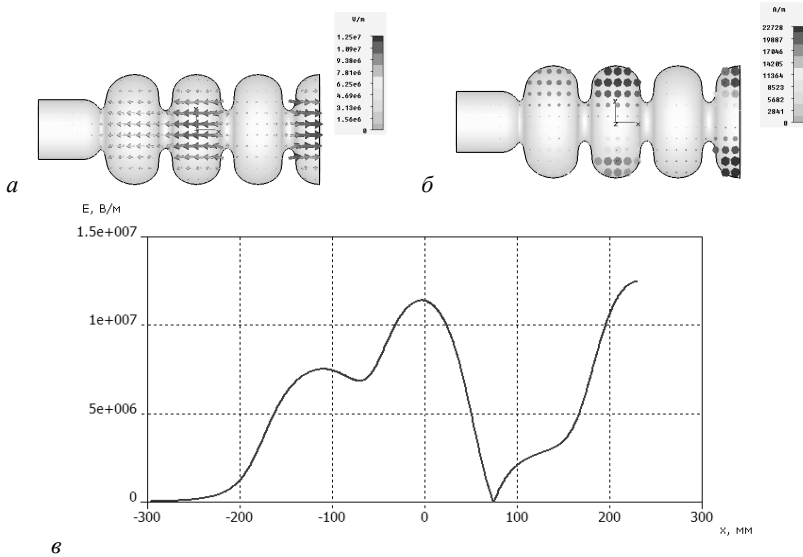


Рис. 1.4.9. Топография электрических и магнитных полей на основной волне в структуре типа «б». Вид колебаний:  $\pi/3$ , частота  $f=1284,5$  МГц

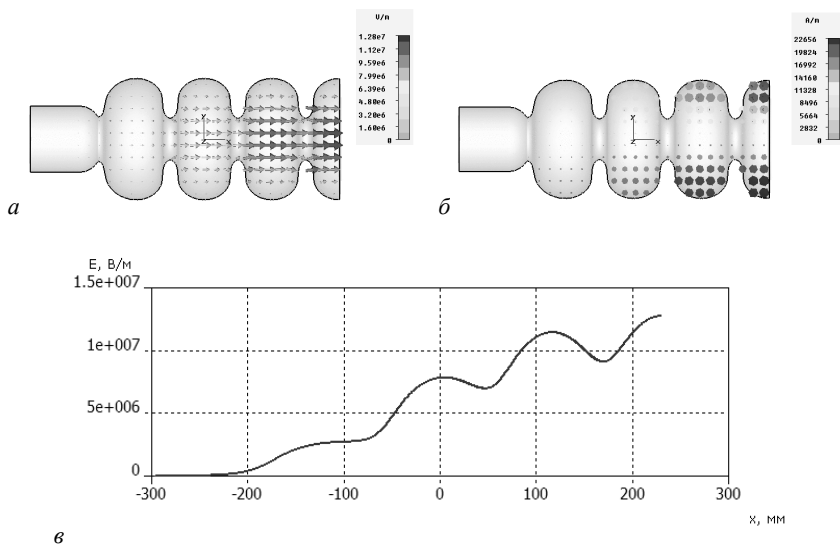


Рис. 1.4.10. Топография электрических и магнитных полей на основной волне в структуре типа «б». Вид колебаний: 0, частота  $f=1275,88$  МГц

*ВВТ и внешняя добротность.* У волн высших типов должна быть возможность распространяться по трубке дрейфа к специальным устройствам вывода мощности волн высших типов (УВМ), поэтому трубка дрейфа должна иметь частоту отсечки меньше самой низкой частоты ВВТ. В данной структуре самую низкую частоту, порядка 1600 МГц, имеет дипольная мода. Радиус трубки дрейфа был выбран равным  $R_{bp} = 55$  мм, что соответствует частоте отсечки  $f_{cut-off} = 1597$  МГц. Однако при таком радиусе необходимая длина трубки дрейфа порядка 336 мм, а для  $R_{bp} = 39$  мм длина дрейфовой трубки  $L_{bp} = 208$  мм.

При изучении волн высших типов представляет интерес расчет внешней добротности как меры эффективности демпфирования ВВТ. В данной работе внешняя добротность вычислялась двумя методами. Первый основан на получении результата для бегущей волны из пересчета суперпозиции двух стоячих волн, а второй – с помощью постпроцессора MWS.

Приведем подробное описание обеих методик расчета внешней добротности. Как уже упоминалось, первая из них получает результат для бегущей волны, используя суперпозицию двух стоячих волн. Известно, что внешняя добротность определяется как:

$$Q_{\text{вн}} = \omega W / P, \quad (1.4.9)$$

где  $\omega$  – это резонансная частота,  $W$  – запасенная энергия,  $P$  – мощность, выходящая из резонатора в связанную с ним передающую линию. Мощность можно рассчитать по известной амплитуде электрического или магнитного поля путем интегрирования по площади поперечного сечения:

$$P = \frac{1}{2\eta} \iint |E|^2 ds = \frac{\eta}{2} \iint |H|^2 ds. \quad (1.4.10)$$

Если рассматривать волну типа  $T$  и вакуумное заполнение, то импеданс  $\eta = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$ . Запасенная энергия в резонаторе есть интеграл по объему:

$$W = \frac{1}{2} \iiint \epsilon_0 |E|^2 dv = \frac{1}{2} \iiint \mu_0 |H|^2 dv. \quad (1.4.11)$$

Таким образом, внешняя добротность может быть выражена в виде

$$Q_{\text{вн}} = \frac{\omega \epsilon_0 \eta \iiint |E|^2 dv}{\iint |E|^2 ds} \quad (I.4.12)$$

или

$$Q_{\text{вн}} = \frac{\omega \mu_0 \iiint |H|^2 dv}{\eta \iint |H|^2 ds}. \quad (I.4.13)$$

В случае линий передач с волной  $T$  оба выражения можно переписать в виде

$$Q_{\text{вн}} = \frac{\omega \iiint |F|^2 dv}{c \iint |F|^2 ds}, \quad (I.4.14)$$

где  $F$  означает либо электрическое  $E$ , либо магнитное  $H$  поле.

Изменение знака времени дает второе решение уравнений Максвелла, которые представляют тот же самый резонатор, медленно приобретающий энергию от входящей бегущей волны. Можно получить стоячую волну сложением или вычитанием решений двух бегущих волн (рис. I.I.4.11).

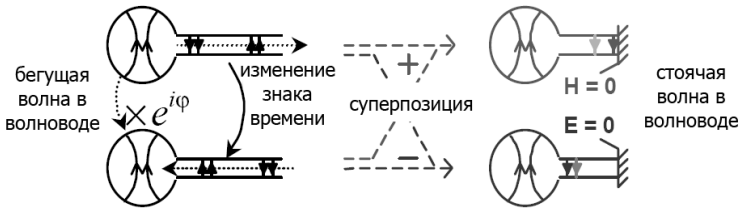


Рис. I.4.11. Трансформация задачи бегущей волны в задачу стоячей волны

Внутри линии передачи две бегущие волны одинаковой мощности  $P$ , но противоположного направления превращаются в стоячую волну. Выберем референсную плоскость в максимуме электрического поля: амплитуда поля стоячей волны в два раза больше амплитуды поля бегущей волны. Внутри резонатора поля двух складываемых волн имеют произвольную разность фаз  $\phi$ , так что амплитуда результирующего поля отличается от первоначального поля в  $|1+e^{i\phi}|$  раз. Используя уравнение аналогичное (1.19) можно определить добротность  $Q_E$  в виде

$$Q_E = \frac{\omega \varepsilon_0 \eta \iiint |E_1|^2 dv}{\iint |E_1|^2 ds} = \frac{|1 + e^{i\varphi}|}{4} Q_{\text{вн}}. \quad (\text{I.4.15})$$

Индекс 1 указывает на результирующее поле после сложения. Это поле есть чисто стоячая волна как в резонаторе, так и в линии. Линия может быть ограничена референсной плоскостью соответствующего граничного условия (идеальная магнитная стенка), что соответствует максимуму электрического поля.

Теперь, воспользовавшись теоремой суперпозиции, вычтем два решения вместо их сложения (результирующее поле имеет индекс 2). В той же самой референсной плоскости мы теперь имеем пучность магнитного поля, амплитуда которой в два раза больше амплитуды бегущей волны. Внутри резонатора результирующее поле теперь отличается от первоначального в  $|1 - e^{i\varphi}|$  раз:

$$Q_H = \frac{\omega \mu_0 \iiint |H_2|^2 dv}{\eta \iint |H_2|^2 ds} = \frac{|1 - e^{i\varphi}|}{4} Q_{\text{вн}}. \quad (\text{I.4.16})$$

Эта задача может быть рассчитана с другим граничным условием (идеальная электрическая стенка) в той же референсной плоскости.

Для любого значения  $\varphi$  имеем  $|1 + e^{i\varphi}| + |1 - e^{i\varphi}| = 4$ , и получаем

$$Q_{\text{вн}} = Q_E + Q_H. \quad (\text{I.4.17})$$

Таким образом, для определения внешней добротности необходимо провести два расчета. Положение референсной плоскости не влияет на внешнюю добротность и может быть выбрано произвольно.

Обозначим отношения интегралов как

$$R_E = \frac{\iiint |E|^2 dv}{\iint |E|^2 ds}, \quad R_H = \frac{\iiint |H|^2 dv}{\iint |H|^2 ds}. \quad (\text{I.4.18})$$

Из (I.4.12)–(I.4.14) и (I.4.18) можно получить выражения для линий передач с волнами типа  $T$ ,  $H$ ,  $E$  соответственно в виде:

$$H: \quad Q_{\text{вн}} = \frac{2\pi}{\lambda} (R_E + R_H); \quad (\text{I.4.19})$$

$$T: \quad Q_{\text{BH}} = \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{\lambda_{\text{B}}}{\lambda} R_E + \frac{\lambda}{\lambda_{\text{B}}} R_H \right); \quad (I.4.20)$$

$$E: \quad Q_{\text{BH}} = \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{\lambda}{\lambda_{\text{B}}} R_E + \frac{\lambda_{\text{B}}}{\lambda} R_H \right). \quad (I.4.21)$$

В случае волновода круглого сечения для дипольной волны  $H$  типа:

$$Q_E = \frac{2U\Lambda}{\epsilon_0 a^2 \lambda^2 E_m^2 (1 - 1/\nu'^2) J_1^2(\nu'_{11})}; \quad (I.4.22)$$

$$Q_H = \frac{2U}{\mu_0 a^2 \Lambda H_e^2 (1 - 1/\nu'^2) J_1^2(\nu'_{11})}. \quad (I.4.23)$$

Здесь  $E_m, H_e$  – амплитуды соответствующих полей на конце волновода с магнитной и электрической стенкой соответственно;  $\lambda, \Lambda$  – длины волн в свободном пространстве и в волноводе, соответственно.

Данный расчет был проведен для двух дипольных мод с частотами  $f = 1650$  МГц и  $f = 2466$  МГц. Топологии ЭМ полей представлены на рис. I.4.12–I.4.15, а полученные результаты – в табл. I.4.4.

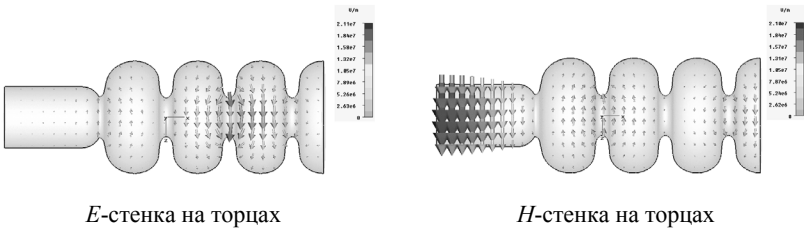


Рис. I.4.12. Вектор напряженности электрического поля ( $f = 1650$  МГц)

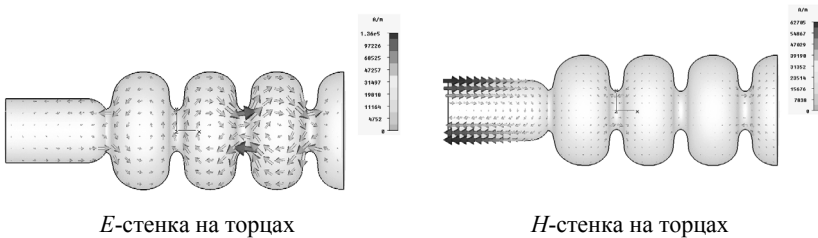


Рис. I.4.13. Вектор напряженности магнитного поля ( $f = 1650$  МГц)

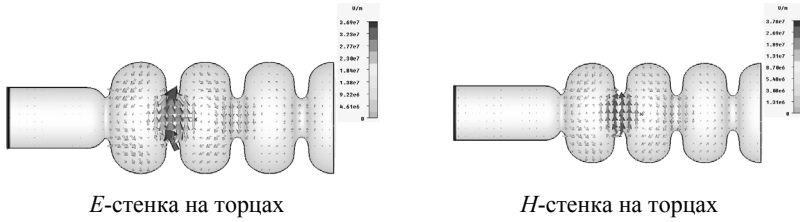


Рис. I.4.14. Вектор напряженности электрического поля ( $f = 2466$  МГц)

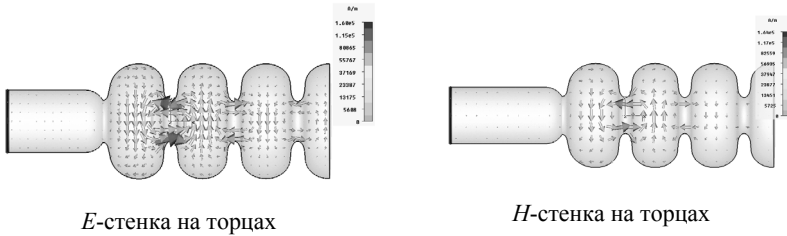


Рис. I.4.15. Вектор напряженности магнитного поля ( $f = 2466$  МГц)

Таблица I.4.4

### ЭДХ первой и второй дипольных мод в ускоряющей структуре ERL

Параметр	I дипольная мода	II дипольная мода
$f$ , МГц	1650	2466
$\Lambda$ , м	0,723	0,16
$E_m$ , В/м	$2,098 \cdot 10^7$	$1,512 \cdot 10^6$
$H_e$ , А/м	2187,93	2567,29
$Q_E$	15,57	1476
$Q_H$	636,926	2097
$Q_{\text{внеш}}$	652,496	3574

Вторая из методик заключается в расчете модели с идеальной нагрузкой, в случае MWS такой нагрузкой является порт. В пост-процессоре MWS можно вычислить внешнюю, нагруженную и собственную добротность. В расчетах использовалась модель типа «б» с портом на конце дрейфовой трубки, для уменьшения времени расчетов использовались граничные условия в виде  $E$ - и  $H$ -стенок в плоскостях симметрии структуры. Полученные данные приведены на рис. I.4.16.

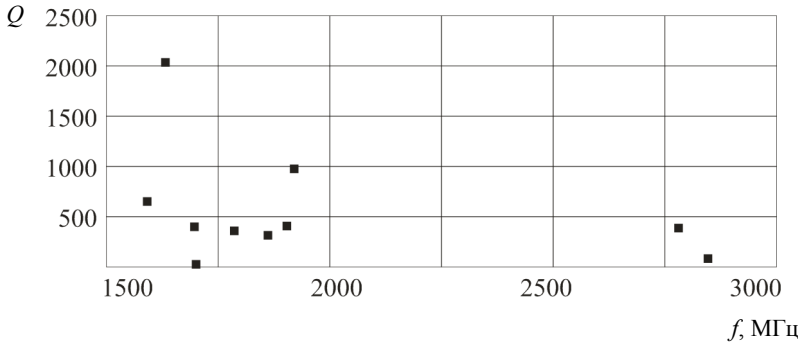


Рис. 1.4.16. Зависимость внешней добротности от частоты

### Заключение

В ходе выполнения курсового проекта были изучены методики, применяемые для определения и расчета электродинамических характеристик СВЧ устройств. Методом численного моделирования были определены основные электродинамические характеристики ускоряющих многоячеечных резонаторов типа ERL на основной (рабочей) волнах высших типов.

Получены топографии электрического и магнитного полей в ускоряющей структуре и значения резонансных частот, шунтовых сопротивлений и внешней добротности.

### Список используемой литературы

1. Собенин Н.П., Лалаян М.В., Гусарова М.А. Практикум по курсу «Техника СВЧ». М.: НИЯУ МИФИ, 2010.
2. Собенин Н.П., Милованов О.С. Техника сверхвысоких частот. М.: Энергоатомиздат, 2007.
3. Balleyguier P. A Straightforward Method for Cavity External Q Computation // Particle Accelerators, 1997. V. 57. P. 113.
4. <http://www.cst.com/Content/Products/MWS/Overview.aspx>

## Задание I.5. РАСЧЕТ ОТКЛОНЯЮЩЕЙ СТРУКТУРЫ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ДЕФЛЕКТОРА

### Постановка задачи

Рассчитать электродинамические характеристики (ЭДХ) отклоняющих структур на основе круглого диафрагмированного волновода (КДВ) на волне  $E_{11}$  со следующими видами геометрии:

- с двумя стабилизирующими отверстиями;
- с пролетным отверстием эллиптической формы;
- с выточкой в обечайке.

Сравнить структуры по параметру – разделение видов колебаний.

Все варианты структуры рассчитаны на работу на виде колебаний  $2\pi/3$  и относительную фазовую скорость волны равную единице на частоте 3000 МГц.

### Расчет ЭДХ структуры

Рассчитаны ЭДХ для ячеек без скругления обечайки, со скруглением с одной и с двух сторон (рис. I.5.1). Геометрические размеры структуры следующие:

- период структуры  $D = 33,31$  мм;
- радиус скругления обечайки  $R_{ск} = 10$  мм;
- радиус пролетного отверстия в диафрагме  $R_a = 21,5$  мм;
- толщина диафрагмы  $t = 5,25$  мм;
- радиус стабилизирующего отверстия  $R_{ст} = 8,5$  мм;
- расстояние центра стабилизирующего отверстия от оси структуры  $L = 35$  мм.

В табл. I.5.1 представлены результаты расчета ЭДХ структур с разным профилем, полученного в программе CST MicrowaveStudio на макетах из двух полуячеек. Выражения для приведенных в таблице ЭДХ взяты из работ [1–3].

Из полученных результатов можно сделать вывод, что наилучшими электродинамическими характеристиками и максимальным разделением частот двух поляризаций обладает структура со скруглением обечайки с двух сторон.

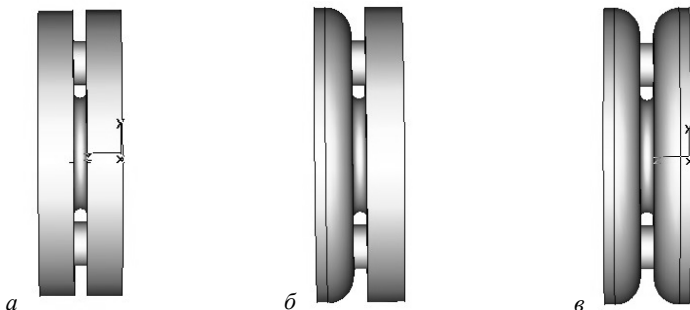


Рис. I.5.1. Структуры без скругления обечайки (а), со скруглением с одной стороны обечайки (б) и с двух сторон (в)

Таблица I.5.1

**ЭДХ структуры с разным профилем  
на макете из двух полуячеек**

Тип структуры	Без скругления обечайки		Скругление с одной стороны	Скругление с двух сторон
$R_a$ , мм	21,9	21,5	21,5	21,5
$R_b$ , мм	55,257	55,391	56,119	56,888
$V_{\perp}$ , $\times 10^5$ В	7,822	7,967	7,957	7,957
$Q$	11660	11780	12130	12570
$\alpha$ , 1/м	0,198	0,1524	0,148	0,1434
$\beta_{гр}$	-0,0136	-0,0175	-0,0175	-0,0174
$f_{11} - f_{\perp}$ , МГц	23,05	22,83	22,64	22,58
$f_{\pi} - f_{2\pi/3}$ , МГц	-8,099	-11	-10,97	-10,96
$f_0$ , МГц	3000	3000	3000	3000
$r_{ш\perp}$ , МОм/м	18,01	18,89	19,4	20,1
$r_{ш\text{эфф}\perp}$ , МОм/м	11,37	11,91	12,23	12,67
$T$	0,794	0,794	0,794	0,794
$E\lambda/\sqrt{P}$ , МОм <sup>1/2</sup>	267,11	239,8	239,8	239,98
$P$ , МВт	1,6161	1,6002	1,554	1,5
$k_{св}$	0,07367	0,09	0,09	0,09

**Расчет ЭДХ дефлектора в зависимости от расстояния между центром стабилизирующего отверстия и осью структуры.** Рассмотрим электродинамические характеристики структуры как функции от расстояния  $L$  между центром стабилизирующего отверстия и осью при следующих размерах:  $R_a = 21,55$  мм,  $R_{ст} = 8,5$  мм,  $t = 5,4$  мм,  $D = 33,31$  мм,  $r = 1,2$  мм.

Все расчеты проведены на макете из двух полуячеек, результаты представлены в табл. I.5.2. Как видно из результатов при увеличении расстояния между центром стабилизирующего отверстия и осью структуры происходит смена знака в разнице частот двух поляризаций волны  $E_{11}$ , т.е. происходит смена ориентации рабочей поляризации – перпендикулярной на параллельную к прямой, соединяющей центры стабилизирующих отверстий.

Таблица I.5.2

**ЭДХ структуры в зависимости от расстояния между центром стабилизирующего отверстия и осью структуры**

Параметры	$L$ , мм				
	35	37	39	41	43
$R_b$ , мм	55,351	55,435	55,496	55,43	55,3
$V_{\perp}$ , $\times 10^5$ В	10,01	10,01	10	10,1	10,08
$Q$	11868	12008	12113	1199	11924
$\alpha$ , 1/м	0,152	0,149	0,147	0,122	0,118
$\beta_{гд}$	-0,017	-0,0176	-0,0177	-0,0216	-0,022
$f_{\parallel} - f_{\perp}$ , МГц	26,9	14,48	3,99	-5,37	-13,48
$f_{\pi} - f_{2\pi/3}$ , МГц	-10,93	-11,08	-11,12	-14,42	-15,03
$f_0$ , МГц	3000	3000	3000	3000	3000
$r_{ш\perp}$ , МОм/м	18,95	19,15	19,3	19,5	19,3
$r_{ш\text{эфф}\perp}$ , МОм/м	11,95	12,07	12,17	12,3	12,16
$T$	0,794	0,794	0,794	0,794	0,794
$E\lambda / \sqrt{P}$ , Ом <sup>1/2</sup>	242,85	238,46	237,95	217,53	214,28
$k_{св}$	0,0895	0,0899	0,0891	0,0927	0,0937
$P$ , МВт	1,588	1,569	1,556	1,572	1,58

На рис. I.5.2–I.5.3 приведены графики зависимостей некоторых параметров от расстояния  $L$ , а на рис. I.5.4 – дисперсионная характеристика для рабочей (параллельной) и нерабочей (перпендикулярной) поляризаций волны.

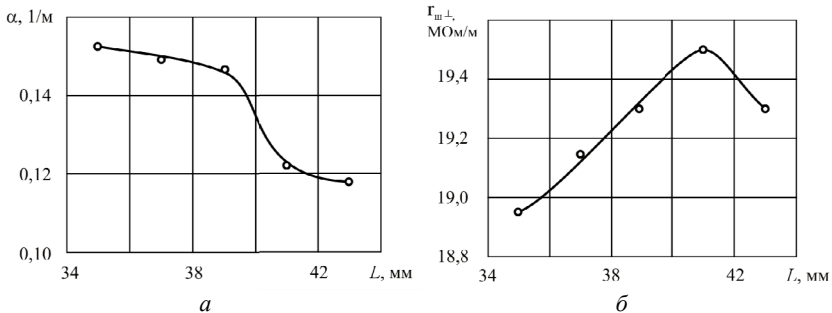


Рис. 1.5.2. Зависимости ЭДХ структуры от расстояния между центром стабилизирующего отверстия и осью структуры  $L$ :  
 $a$  – коэффициент затухания;  $b$  – поперечное шунтовое сопротивление

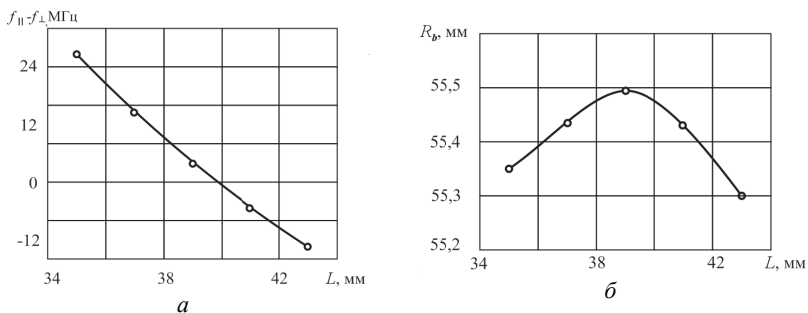


Рис. 1.5.3. Зависимости ЭДХ структуры от расстояния между центром стабилизирующего отверстия и осью структуры  $L$ :  
 $a$  – разность частот двух поляризаций;  $b$  – радиусы обечайки ячеек

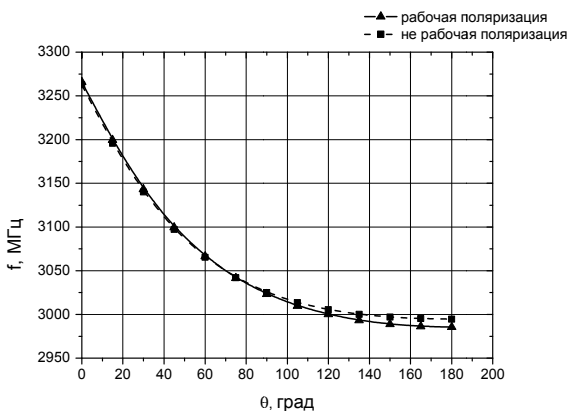


Рис. 1.5.4. Дисперсионная характеристика для рабочей (параллельной) и нерабочей (перпендикулярной) поляризаций волны

**Расчет ЭДХ структуры с овальным отверстием в диафрагме.** Итак, на СВЧ-дефлекторе со стабилизирующими отверстиями связи можно получить не большое разделение частот двух поляризаций волны  $E_{11}$ . Поэтому рассмотрим остальные виды структур по отношению к этому фактору.

Используем в качестве отверстия связи диафрагму с пролетным отверстием овальной формы, как это изображено на рис. I.5.5.

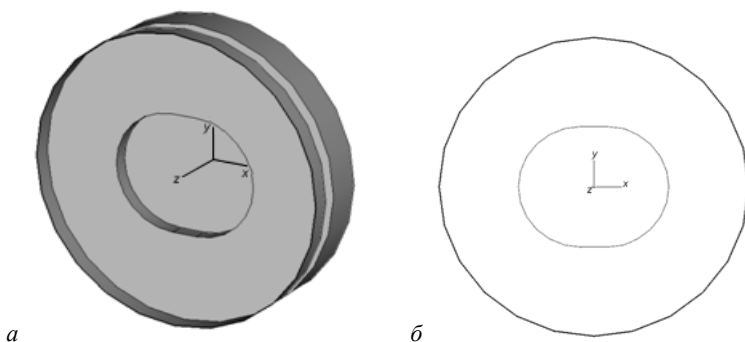


Рис. I.5.5. СВЧ-дефлектор с пролетным отверстием овальной формы: *a* – перспектива; *б* – фронтальный разрез

В программе CST Microwave Studio рассчитана структура с пролетным отверстием овальной формы при следующих геометрических размерах:

- радиус полуокружности отверстия в диафрагме  $R_a = 21,5$  мм;
- период структуры  $D = 33,31$  мм;
- толщина диафрагмы  $t = 5,25$  мм;
- длина прямолинейного участка между полуокружностями пролетного отверстия в диафрагме  $L$  – величина переменная.

Скругление пролетного отверстия отсутствует.

В табл. I.5.3 и I.5.4 приведены соответственно дисперсионные и электродинамические характеристики структуры при различных значениях длины прямолинейного промежутка между полуокружностями пролетного отверстия  $L$ . Как видно из табл. I.5.3, разделение частот при данной геометрии структуры больше при некотором значении параметра  $L$ , чем для структуры с двумя стабилизирующими отверстиями.

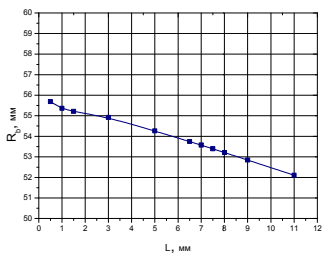
Таблица 1.5.3

Дисперсионные характеристики структуры с пролетным отверстием овальной формы при различных значениях параметра  $L$

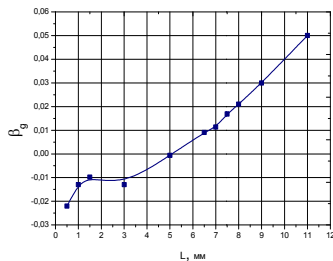
Вид колебаний $\theta$ , град	$L = 0,5$ мм		$L = 1$ мм		$L = 1,5$ мм		$L = 3$ мм		$L = 5$ мм		$L = 7$ мм		$L = 9$ мм		$L = 11$ мм	
	$f_{\perp}$ , МГц	$f_{\parallel}$ , МГц	$f_{\perp}$ , МГц	$f_{\parallel}$ , МГц	$f_{\perp}$ , МГц	$f_{\parallel}$ , МГц	$f_{\perp}$ , МГц	$f_{\parallel}$ , МГц	$f_{\perp}$ , МГц	$f_{\parallel}$ , МГц	$f_{\perp}$ , МГц	$f_{\parallel}$ , МГц	$f_{\perp}$ , МГц	$f_{\parallel}$ , МГц	$f_{\perp}$ , МГц	$f_{\parallel}$ , МГц
0	3247	3248	3216	3260	3187	3253	3182	3299	3070	3291	2965	3267	2865	3245	2771	3225
15	3204	3210	3170	3196	3153	3198	3152	3238	3063	3248	2966	3247	2871	3238	2780	3226
30	3149	3157	3119	3143	3108	3146	3109	3184	3046	3201	2969	3215	2886	3224	2805	3227
60	3069	3079	3051	3072	3046	3078	3047	3112	3017	3141	2978	3173	2931	3206	2880	3239
90	3024	3033	3016	3035	3014	3043	3015	3075	3004	3113	2989	3157	2972	3206	2951	3259
120	3000	3009	3000	3018	3000	3028	3000	3057	3000	3103	3000	3155	3000	3214	3000	3280
150	2989	2998	2994	3012	2995	3022	2994	3051	3000	3100	3008	3158	3017	3222	3027	3296
180	2986	2995	2992	3010	2994	3021	2993	3049	3001	3100	3011	3159	3022	3226	3036	3302
Дисперсия	отр.	отр.	отр.	отр.	отр.	отр.	отр.	отр.	отр.	отр.	отр.	отр.	пол.	перех.	пол	пол
$f_{\perp} - f_{\parallel}, 2\pi/\text{с}$	-9		-18	-28	-27	-28	-57	-57	-103	-103	-155	-155	-214	-214	-280	-280
$f_{\perp} - f_{\parallel}, \text{п}$	-9		-18	-27	-27	-27	-56	-56	-99	-99	-148	-148	-204	-204	-266	-266
$f_{\perp 2\pi/3} - f_{\parallel \pi}$	14		8	6	6	7	7	-1	-1	-1	-11	-11	-22	-22	-36	-36
$f_{\perp 2\pi/3} - f_{\parallel \pi}$	5		-10	-21	-21	-21	-49	-49	-100	-100	-159	-159	-226	-226	-302	-302

ЭДХ структуры с пролетным отверстием овальной формы  
при различных значениях параметра  $L$

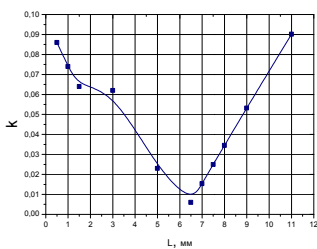
Параметры	$L, \text{ мм}$										
	0,5	1	1,5	3	5	6,5	7	7,5	8	9	11
$R_b, \text{ мм}$	55,69	55,36	55,21	54,92	54,26	53,75	53,57	53,39	53,21	52,85	52,10
$Q$	12130	12000	11980	11950	11800	11590	11520	11530	11520	11500	11470
$\alpha, 1/\text{м}$	0,115	0,2	0,268	0,2	4,132	0,298	0,24	0,162	0,13	0,091	0,548
$\beta_{\text{гр}}$	-0,022	-0,013	-0,0098	-0,013	-0,0006	0,0091	0,0114	0,017	0,021	0,03	0,05
$r_{\text{ш } L}, \text{ МОм/м}$	20,81	19,09	18,9	19,75	18,91	18,1	17,84	17,7	17,53	17,19	16,48
$r_{\text{ш } \text{эфф } L}, \text{ МОм/м}$	13,09	12,03	11,91	12,42	11,89	11,38	11,22	11,13	11,02	10,8	10,35
$T$	0,793	0,794	0,794	0,793	0,793	0,793	0,793	0,793	0,793	0,793	0,792
$E\lambda / \sqrt{P}, \text{ МОм}^{1/2}$	221	277	318	282	1296	328,28	292,66	239,1	213,28	177	134,31
$k_{\text{св}}$	0,086	0,074	0,064	0,062	0,023	0,006	0,0154	0,025	0,035	0,053	0,090
$P, \text{ Вт}$	1,553	1,57	1,573	1,578	1,598	1,627	1,636	1,635	1,636	1,638	1,643



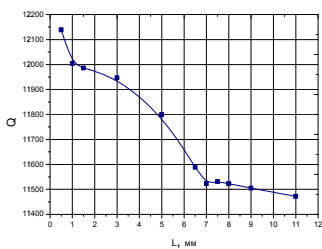
Зависимость  $R_b$  от  $L$



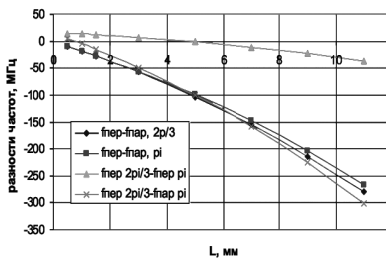
Зависимость  $\beta_g$  от  $L$



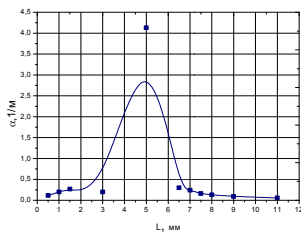
Зависимость  $k$  от  $L$



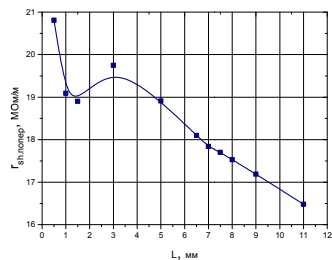
Зависимость добротности от  $L$



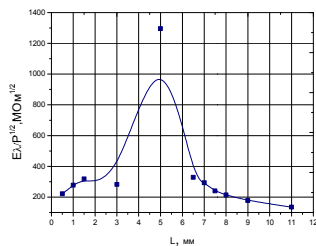
Зависимости разностей частот от  $L$



Зависимость  $\alpha$  от  $L$



Зависимость  $r_{sh\perp}$  от  $L$



Зависимость  $E\sqrt{P}$  от  $L$

Рис. 1.5.6. Зависимость ЭДХ структуры от  $L$  для овального отверстия (без скругления)

На рис. I.5.6 приведены графики зависимостей электродинамических характеристик от параметра  $L$ .

Итак, можно обеспечить хорошее разделение частот двух поляризаций при сохранении необходимых значений других электродинамических характеристик, если отказаться от ранее рассмотренных двух стабилизирующих отверстий и использовать в качестве отверстия связи диафрагму с пролетным отверстием овальной формы.

**Расчет ЭДХ структуры с выточкой в обечайке.** На рис. I.5.7 показана структура с выточкой в обечайке, обозначены некоторые размеры, указано направление рабочей поляризации волны  $E_{11}$ .

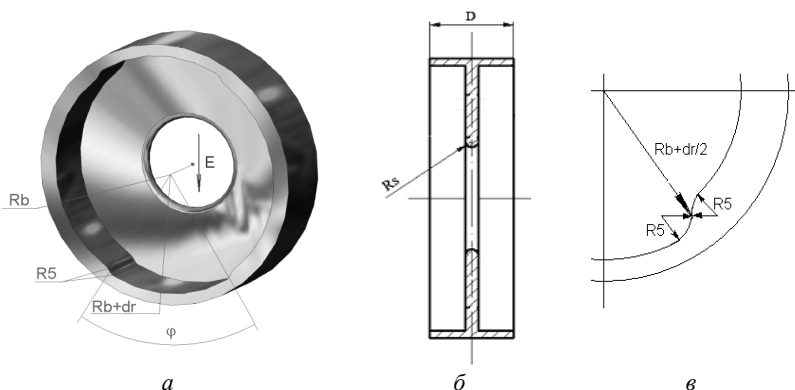


Рис. I.5.7. СВЧ-дефлектор с выточкой в обечайке:

$a$  – общий вид;  $b$  – сечение;  $c$  – обозначение размеров выточки

Геометрические размеры структуры:

- период структуры  $D = 33,31$  мм;
- радиус пролетного отверстия в диафрагме  $R_a = 21,5$  мм;
- радиус скругления отверстия в диафрагме  $5,25$  мм;
- толщина диафрагмы  $t = 5,25$  мм;
- глубина выточки  $dr = 1$  мм;
- радиус скругления выточки  $R_S = 5$  мм;
- угол раствора выточки  $\varphi = 65^\circ$ .

В табл. I.5.5 и на рис. I.5.8 представлены рассчитанные дисперсионные характеристики двух поляризаций волны  $E_{11}$  при различных значениях радиуса пролетного отверстия в диафрагме.

Таблица I.5.5

## Дисперсионные характеристики структуры с выточкой в обечайке

Вид колебаний $\theta$ , град	$R_a = 20,5$ мм, $R_b = 55,35$ мм		$R_a = 21,5$ мм, $R_b = 55,03$ мм		$R_a = 22,5$ мм, $R_b = 55,47$ мм	
	$f_{\parallel}$ , МГц	$f_{\perp}$ , МГц	$f_{\parallel}$ , МГц	$f_{\perp}$ , МГц	$f_{\parallel}$ , МГц	$f_{\perp}$ , МГц
0	3230,59	3264,39	3253,46	3275,48	3160,57	3160,25
15	3202,50	3231,64	3191,81	3211,19	3133,17	3140,37
30	3154,50	3180,80	3135,79	3156,66	3093,11	3107,25
45	3110,90	3136,56	3092,80	3115,22	3060,87	3079,34
60	3075,49	3101,32	3060,61	3084,49	3037,45	3058,99
75	3047,91	3074,21	3037,04	3062,22	3021,31	3045,19
90	3027,00	3053,84	3020,15	3046,46	3010,70	3036,42
105	3011,51	3038,88	3008,32	3035,59	3004,09	3031,26
<b>120</b>	<b>3000,33</b>	<b>3028,17</b>	<b>3000,27</b>	<b>3028,30</b>	<b>3000,23</b>	<b>3028,53</b>
135	2992,54	3020,76	2994,99	3023,61	2998,17	3027,31
150	2987,46	3015,96	2991,72	3020,76	2997,19	3026,91
165	2984,60	3013,27	2989,96	3019,25	2996,79	3026,85
<b>180</b>	<b>2983,68</b>	<b>3012,40</b>	<b>2989,40</b>	<b>3018,78</b>	<b>2996,68</b>	<b>3026,86</b>
$\Delta f_1$ , МГц	-27,84		-28,03		-28,30	
$\Delta f_2$ , МГц	-12,08		-18,51		-26,63	
$\Delta f_3$ , МГц	16,64		10,87		3,55	

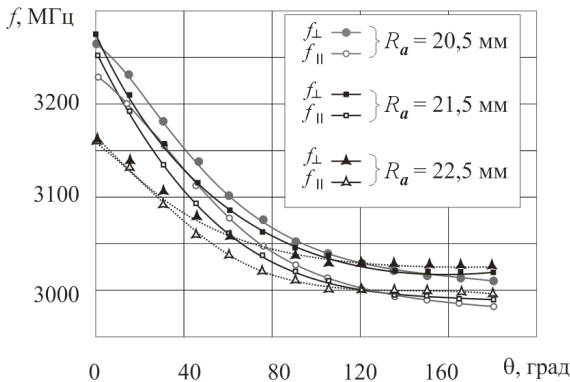


Рис. I.5.8. Дисперсионные характеристики структуры с выточкой в обечайке

В табл. I.5.6 и на рис. I.5.9 и I.5.10 представлены результаты расчетов электродинамических характеристик рабочей поляризации волны  $E_{11}$  для шести вариантов структуры.

Таблица I.5.6

ЭДХ структуры с выточкой в обечайке

Вариант Параметр	1	2	3	4	5	6
$R_a$ , мм	20,5	21,0	21,4	21,5	22,0	22,5
$R_b$ , мм	55,35	55,17	55,07	55,04	54,84	54,70
$k_c$ , %	8,16	8,46	8,69	8,74	7,43	5,44
$\alpha$ , 1/м	0,103	0,1201	0,1397	0,146	0,2040	0,3534
$\beta_r$	-0,025	-0,0215	-0,01837	-0,01752	-0,0127	-0,0075
$r_{ш\perp}$ , МОм/м	21,59	20,61	20,01	19,88	18,67	17,40
$Q$	12220	12190	12250	12285	12100	11830
$\Delta f_1$ , МГц	-27,84	-27,92	-28,01	-26,86	-28,16	-28,30
$\Delta f_2$ , МГц	-12,08	-15,07	-17,79	-17,26	-22,37	-26,63
$\Delta f_3$ , МГц	16,64	13,96	11,51	10,89	7,39	3,55
$E_{0\perp} \lambda / \sqrt{P}$ , Ом <sup>1/2</sup>	210,94	222,43	236,29	240,823	275,88	350,50

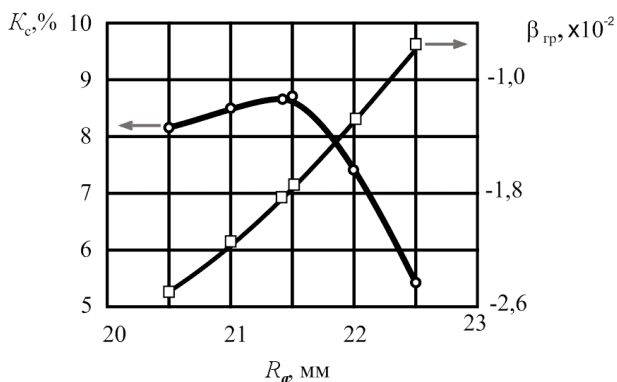


Рис. I.5.9. Зависимости коэффициента связи (○) и групповой скорости (□) структуры с выточкой в обечайке от радиуса пролетного отверстия

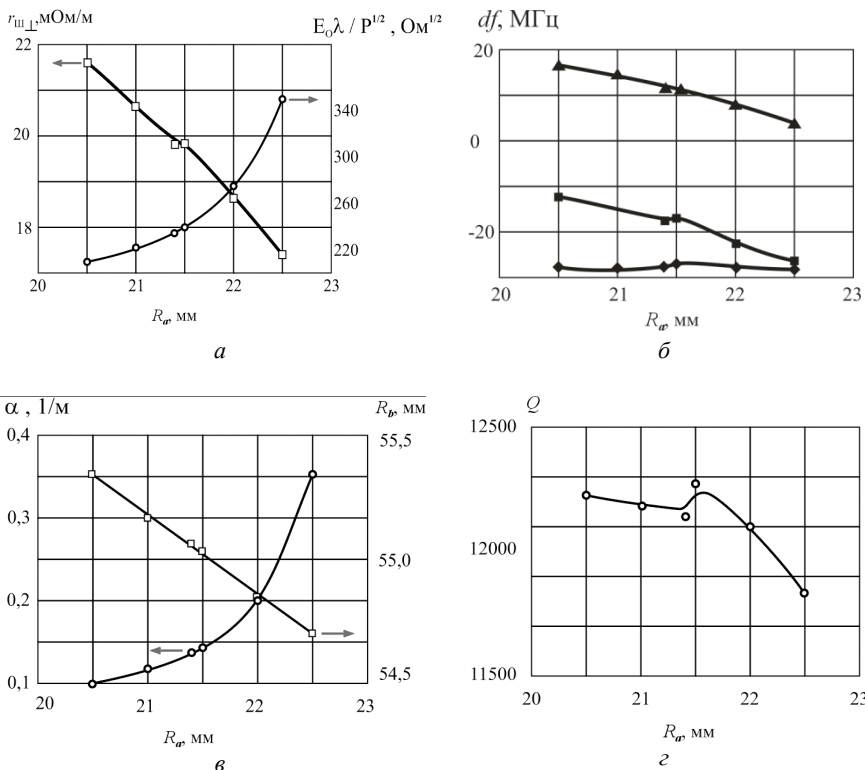


Рис. 1.5.10. Зависимости ЭДХ структуры с выточкой в обечайке от радиуса пролетного отверстия:

- a* – поперечное шунтовое сопротивление и нормированная напряженность электрического поля; *б* – разница частот (■ –  $\Delta f_1$ , ◆ –  $\Delta f_2$ , ▲ –  $\Delta f_3$ ); *в* – коэффициент затухания от радиуса пролетного отверстия и радиус обечайки; *г* – добротность

Также рассчитана структура со следующими изменениями в геометрических размерах:  $R_d = 21,55$  мм;  $t = 5,4$  мм. ЭДХ приведены в табл. 1.5.7.

Из приведенных результатов, можно сделать вывод, что структура с выточкой в обечайке дает также не большое разделение частот двух поляризаций волны  $E_{11}$ , как и в случае структуры со стабилизирующими отверстиями.

## ЭДХ структуры с выточкой в обечайке

Параметр	Значение	Параметр	Значение
$R_a$ , мм	21,55	$r_{ш.эф\perp}$ , МОм/м	12,35
$R_b$ , мм	55,032	$T$	0,794
$k_{cs}$ , %	8,719	$P$ , МВт	1,5352
$\alpha$ , 1/м	0,147	$\Delta f_1$ , МГц	-27,22
$\beta_r$	-0,01741	$\Delta f_2$ , МГц	-17,62
$r_{ш\perp}$ , МОм/м	19,6	$\Delta f_3$ , МГц	10,89
$Q$	12280	$E_{0\perp} \lambda / \sqrt{P}$ , Ом <sup>1/2</sup>	239.94

## Заключение

В проделанной работе рассчитаны электродинамические и дисперсионные характеристики СВЧ дефлектора разной геометрии. Результаты расчетов показывают, что структура с пролетным отверстием овальной формы позволяет получить наибольшее разделение частот двух поляризаций волны  $E_{11}$  при сохранении необходимых значений других электродинамических характеристик, чем структуры со стабилизирующими отверстиями связи и с выточкой в обечайке. Следовательно уменьшается возможность неконтролируемого перехода с рабочего вида колебаний ( $\theta=2\pi/3$ ) на нерабочий вид колебаний при использовании ее в практических целях на ускорительных установках.

## Список литературы

1. Собенин Н.П., Лалаян М.В., Гусарова М.А. Практикум по курсу «Техника СВЧ» М.: НИЯУ МИФИ, 2010.
2. Собенин Н.П., Милованов О.С. Техника СВЧ. М.: Энергоатомиздат, 2007.
3. Вальднер О.А., Собенин Н.П., Зверев Б.В., Щедрин И.С. Диафрагмированные волноводы: Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1991.
4. Каминский В.И., Лалаян М.В., Собенин Н.П. Ускоряющие структуры. М.: МИФИ, 2005.
5. <http://www.cst.com/Content/Products/MWS/Overview.aspx>

## Задание I.6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОРОГОВЫХ УРОВНЕЙ ВОЗНИКНОВЕНИЯ МУЛЬТИПАКТОРНОГО РАЗРЯДА В СВЕРХПРОВОДЯЩЕМ УСКОРЯЮЩЕМ РЕЗОНАТОРЕ

### Постановка задачи

Изучить основные методы исследования мультипакторного разряда в ускоряющих структурах. Рассчитать пороговые уровни возникновения мультипакторного разряда в эллиптическом сверхпроводящем девятиячеечном ускоряющем резонаторе.

### Исследование

**Структура.** В рамках курсового проекта проводились исследования для девятиячеечного сверхпроводящего ускоряющего резонатора, представленного рис. I.6.1.

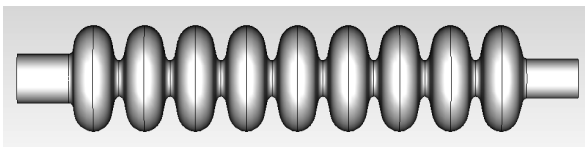


Рис. I.6.1. Геометрия девятиячеечного резонатора с трубками дрейфа  
 $f = 1297,26$  МГц

Геометрия структуры и её параметры представлены на рис. I.6.2 и в табл. I.6.1. Длина трубок дрейфа  $l = 117$  мм. Структура изготавливается из ниобия, на рис. I.6.3 представлен график зависимости коэффициента вторичной электронной эмиссии для ниобия.

Таблица I.6.1

### Параметры ячейки резонатора

Тип ячейки	$xlen_2$ мм	$r_1$ мм	$r_2$ мм	$rx_1$ мм	$ry_1$ мм	$rx_2$ мм	$ry_2$ мм
Центральная	57,7	35	103,3	12	19	42	42
Концевая (на рис. I.6.2 – левая)	56	48	103,3	10	13,5	45	40,5
Концевая (на рис. I.6.2 – правая)	57	39	103,3	9	12,8	42	42

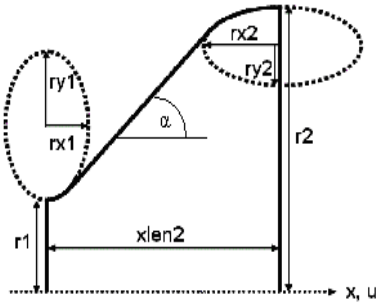


Рис. 1.6.2. Геометрия ячейки резонатора

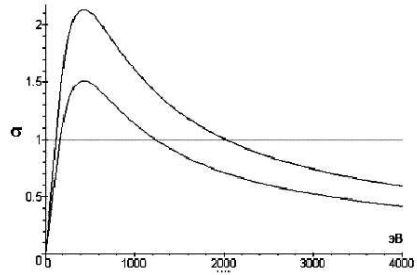


Рис. 1.6.3. Зависимость коэффициента вторичной электронной эмиссии от энергии первичных электронов для ниобия

**Расчет электромагнитных полей.** Расчет электромагнитных полей проводился в программе электродинамического моделирования CSTMWS [2]. Расчет полей проводился с разбиением сетки около 558 400 элементов на четверть структуры. Число разбиений по осям соответственно составило:  $N_x = 41$ ,  $N_y = 41$ ,  $N_z = 350$ . Минимальный шаг сетки 1,8 мм, максимальный шаг сетки 4,013 мм. На рис. 1.6.4 показано полученное распределение полей.

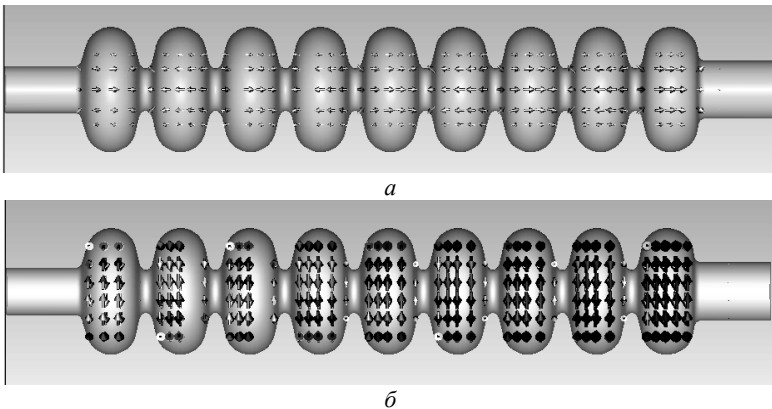


Рис. 1.6.4. Распределение электрического (а) и магнитного (б) полей в структуре

**Моделирование разряда.** Для исследования мультипакторного разряда использовалась программа MultP-M[1].

Построение структуры проводилось с помощью стандартных геометрических фигур, предлагаемой вышеуказанной программой.

На рис. 1.6.5 показаны три проекции резонатора в программе MultP-M (изображение расположенное справа сверху – проекция в плоскости  $XY$ , слева сверху – проекция в плоскости  $XZ$ , слева снизу – проекция в плоскости  $YZ$ ).

С использованием стандартной функции *Electron Counter Function* были получены графики увеличения числа частиц в структуре в диапазоне ускоряющего поля от 0 до 55 МВ/м.

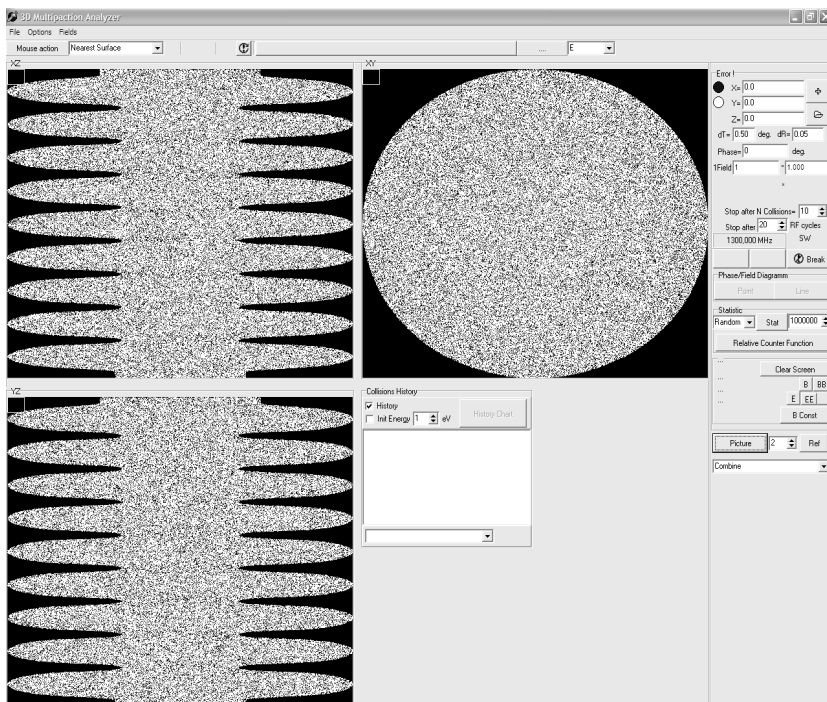


Рис. 1.6.5. Геометрия резонатора с трубками дрейфа в трёх проекциях, программа MultP-M

На рис. 1.6.6 представлена обобщённая зависимость увеличения числа частиц от значения градиента поля  $E_{\text{уск}}$ . Расчёт проводился для 1000 произвольных частиц и 10 периодов колебаний высоко-

частотного поля (I – область, где наблюдаются траектории 1-го порядка; II – траектории 2-го порядка и т.д.). Порядком мультипакторного разряда называется число ВЧ периодов электромагнитного поля, за которое электрон возвращается к поверхности.

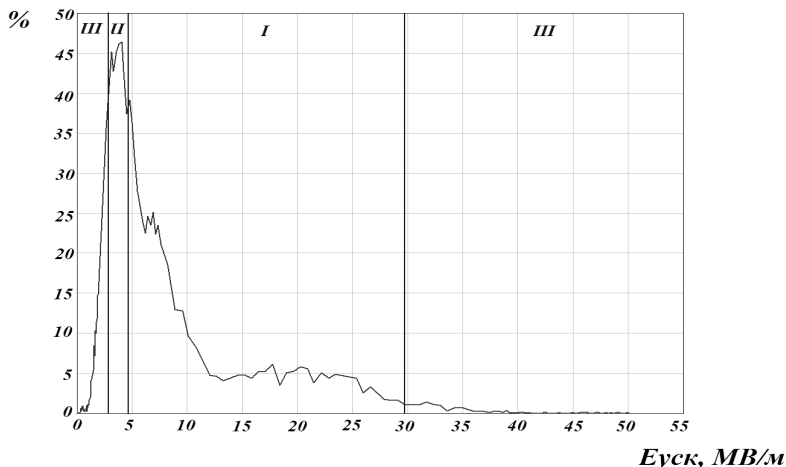


Рис. 1.6.6. График зависимости процентного увеличения числа частиц от градиента ускоряющего поля

Из графика, представленного на рис. 1.6.6, видно, что в структуре данного типа траектории, сохраняющиеся более пяти ВЧ периодов, обнаруживаются при градиенте поля от  $E_{\text{уск}} \sim 0,46$  МВ/м. Максимум процентного увеличения числа электронов приходится на начальный уровень градиента ускоряющего поля  $\sim 5,04$  МВ/м. Траектории, соответствующие мультипакторному разряду 2–4-го порядка, наблюдаются при ускоряющем градиенте 5...12 МВ/м; 1-го порядка – при градиенте 12...53,5 МВ/м. При градиенте ускоряющего поля свыше 68,159 МВ/м мультипакторные траектории не обнаруживаются.

На рис. 1.6.7 показаны полученные характерные траектории движения электронов в каждой из областей.

Важным фактором возможности возникновения разряда является энергия соударения электронов с поверхностью структуры. На рис. 1.6.8 представлен график зависимости энергии соударения

электронов с поверхностью резонатора от градиента ускоряющего поля.

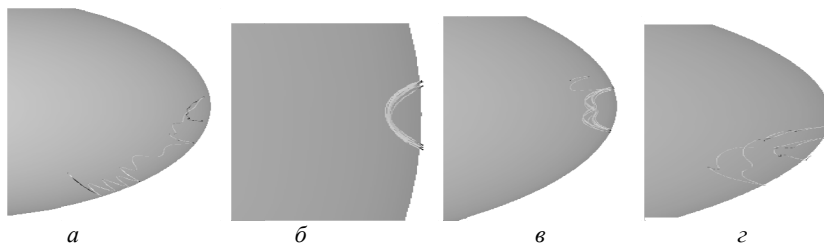


Рис. 1.6.7. Траектории движения электронов в резонаторе:  
*a* – нестабильная; *б* – стабильная 1-го порядка; *в* – стабильная 2-го порядка;  
*г* – стабильная 3-го порядка

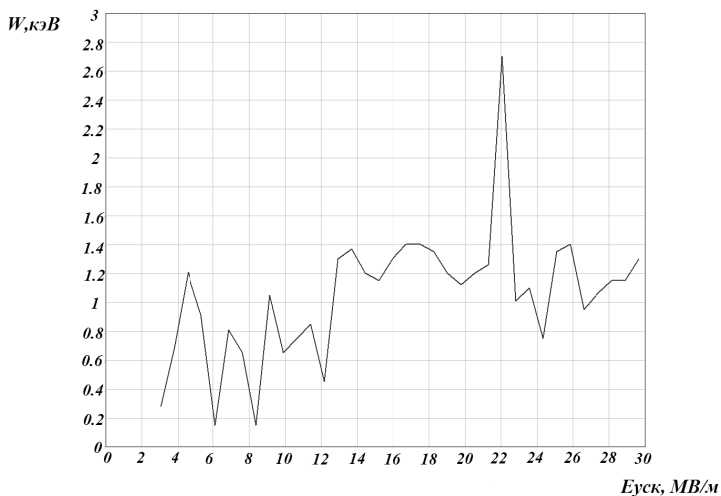


Рис. 1.6.8. График зависимости энергии соударения электронов с поверхностью резонатора от градиента ускоряющего поля

Из графика видно, что максимальная энергия соударения электронов с поверхностью резонатора составляет  $\sim 2,7$  кэВ и достигается при градиенте ускоряющего поля  $\sim 22$  МВ/м. После 30 МВ/м стабильных траекторий не наблюдается. При сопоставлении полученных результатов с графиком зависимости вторичной электронной эмиссии от энергии соударения электронов (см. рис. 1.6.3) вид-

но, что энергия соударения электронов с поверхностью попадает в диапазон, при котором коэффициент вторичной эмиссии превышает 1, а следовательно, возможно возникновение разряда. Особую опасность представляют низкие уровни ускоряющего градиента до 10 МВ/м.

## **Заключение**

В рамках выполнения курсового проекта было проведено моделирование мультипакторного разряда в девятичечном сверхпроводящем ускоряющем резонаторе. Получены навыки работы в современных программах численного электродинамического моделирования CST MWS, MultP-M.

Для заданной структуры получены график увеличения числа частиц в диапазоне напряженности ускоряющего поля от 0 до 55 МВ/м, график зависимости энергии соударения электронов с поверхностью резонатора от градиента ускоряющего поля, а также характерные траектории движения электронов.

Из полученных данных видно, что наибольшую опасность с точки зрения возможности возникновения мультипакторного разряда 2-го порядка представляет область низких ускоряющих градиентов около 5 МВ/м. При более высоких ускоряющих градиентах сохраняется опасность возникновения разряда 1-го порядка, однако энергия соударения электронов с поверхностью в данном случае лежит в области верхней границы энергий электронов и существенную роль может играть качество обработки внутренней поверхности резонатора.

## **Список литературы**

1. Собенин Н.П., Лалаян М.В., Гусарова М.А. Практикум по курсу «Техника СВЧ». М.: НИЯУ МИФИ, 2010.
2. Гусарова М.А., Каминский В.И., Лалаян М.В., Собенин Н.П. Мультипакторный разряд в сверхвысокочастотных узлах и элементах ускорителей заряженных частиц: Учебное пособие. М.: НИЯУ МИФИ, 2010.
3. CST MICROWAVE STUDIO Overview,  
<http://www.cst.com/Content/Products/MWS/Overview.aspx>

## Задание 1.7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОРОГОВЫХ УРОВНЕЙ ВОЗНИКНОВЕНИЯ МУЛЬТИПАКТОРНОГО РАЗРЯДА В МИКРОТРОНЕ-РЕКУПЕРАТОРЕ

### Постановка задачи

Изучить основные методы исследования мультипакторного разряда в ускоряющих структурах. Рассчитать пороговые уровни возникновения мультипакторного разряда в резонаторе микротрона рекуператора.

### Исследование

**Структура.** В рамках курсового проекта проводились исследования для резонатора микротрона-рекуператора, геометрия которого приведена на рис. 1.7.1 [1].

Структура изготавливается из меди, на рис. 1.7.2 представлен график зависимости коэффициента вторичной электронной эмиссии для меди [2].

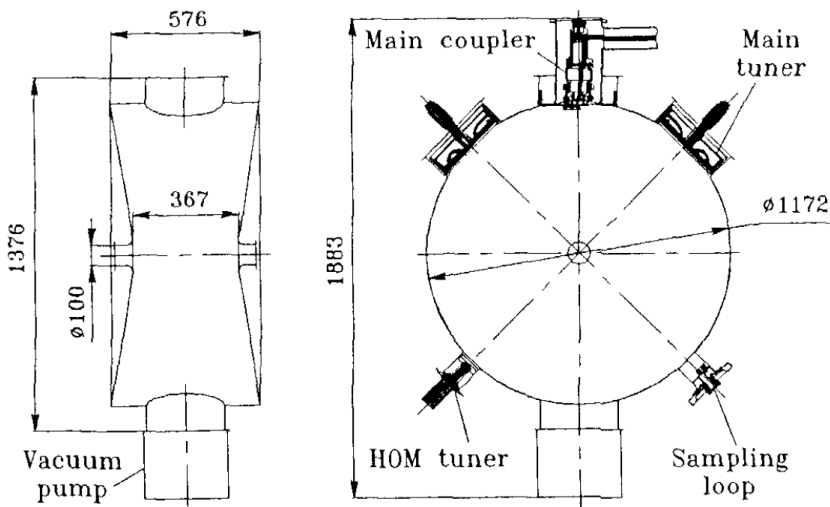


Рис. 1.7.1. Геометрия и размеры исследуемого резонатора

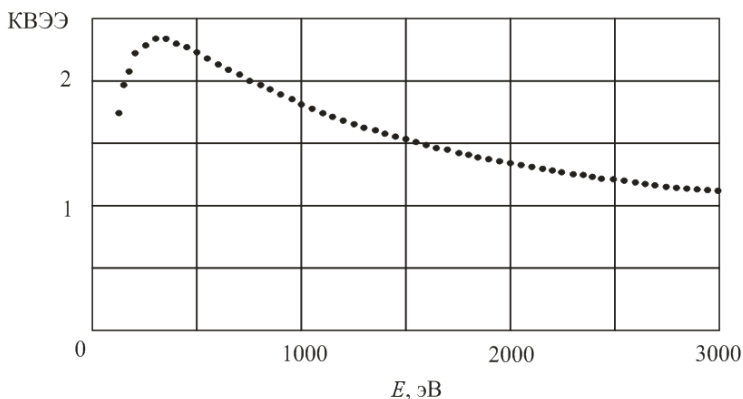


Рис. 1.7.2. Зависимость коэффициента вторичной электронной эмиссии от энергии первичных электронов для меди

**Расчет электромагнитных полей.** Расчет электромагнитных полей проводился в программе электродинамического моделирования CSTMWS [3]. Расчет полей проводился с разбиением сетки ~1 440 000 элементов на четверть структуры.

Число разбиений по осям соответственно составило:  $N_x = 124$ ,  $N_y = 124$ ,  $N_z = 96$ . Минимальный шаг сетки ~3,4 мм, максимальный шаг сетки 7,5 мм. При этом частота первой моды  $f = 181,851$  МГц. На рис. 1.7.3 показано полученное распределение полей.

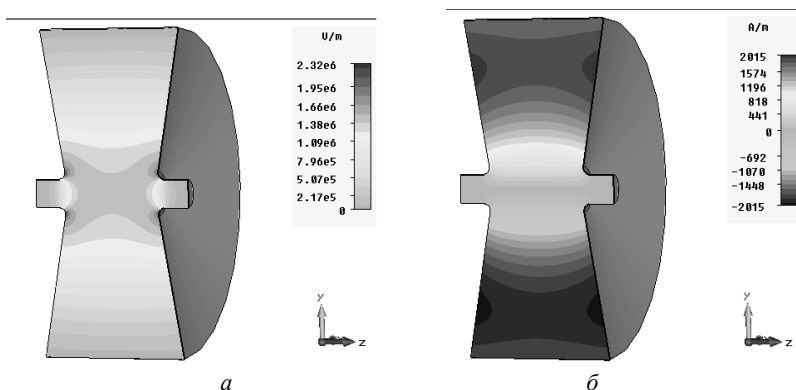


Рис. 1.7.3. Распределение электрического (а) и магнитного (б) полей

Проведен пересчёт продольной ( $E_z$ ) составляющей поля в уско-  
ряющую по формулам

$$E = \frac{\int |E_z| dz}{l}, \quad (I.7.1)$$

$$TTF = \frac{\left| \int_0^l E_z(z) \exp(ik_z z) dz \right|}{\int_0^l |E_z(z)| dz}, \quad (I.7.2)$$

$$k_z = \frac{2\pi \cdot f}{\beta \cdot c}, \quad (I.7.3)$$

$$E_a = E \cdot TTF, \quad (I.7.4)$$

который показал, что  $E_a = 0,84$  МВ/м ( $V = 500$  кВ).

**Моделирование разряда.** Для исследования мультипакторного разряда использовалась программа численного моделирования мультипакторного разряда MultP-M [2].

Построение структуры проводилось с помощью стандартных геометрических фигур, предлагаемых вышеуказанной программой.

На рис. I.7.4 показаны три проекции резонатора в программе MultP-M (изображение расположенное справа сверху – проекция в плоскости  $XY$ , слева сверху – проекция в плоскости  $XZ$ , слева снизу – проекция в плоскости  $YZ$ ).

Электромагнитные поля импортировались в стандартном файле, полученном при расчете электромагнитных полей с помощью специализированной программы расчета CSTMWS [3].

С использованием стандартной функции *Electron Counter Function* были получены графики увеличения числа частиц в структуре в диапазоне ускоряющего поля от 0 до 4 МВ/м.

На рис. I.7.5 и I.7.6 представлены обобщённые зависимости увеличения числа частиц от значения градиента поля  $E_a$  и напряжения  $V$ . Расчёт проводился для 1000 произвольных частиц и 10 ВЧ-периодов.

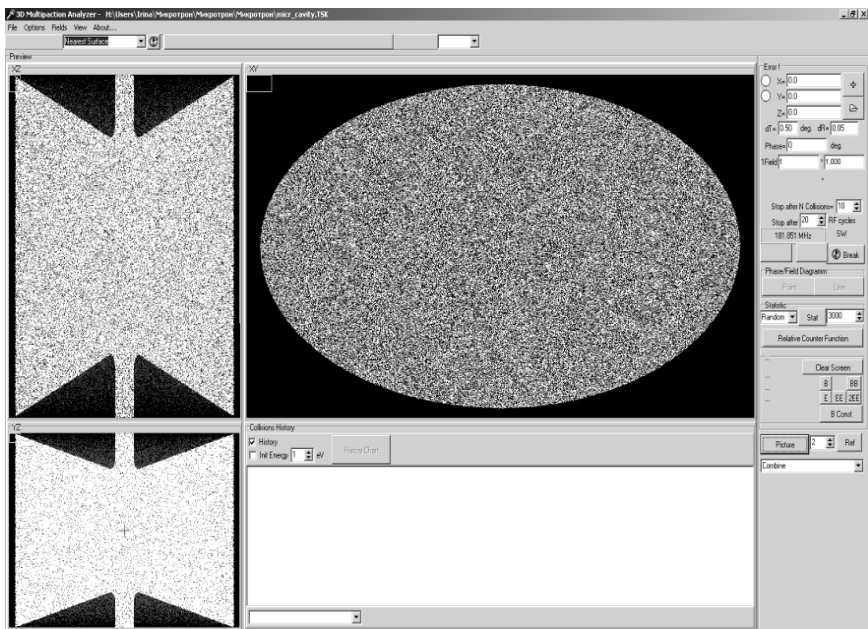


Рис. 1.7.4. Геометрия резонатора в трёх проекциях в программе MultP-M

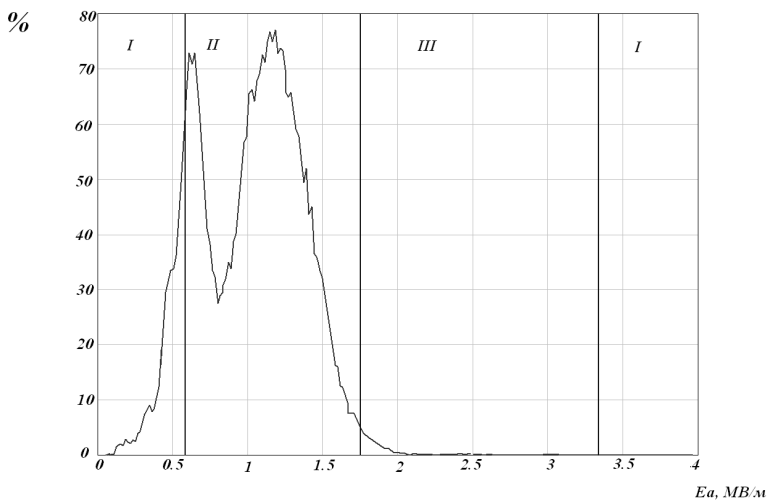


Рис. 1.7.5. График зависимости процентного увеличения числа частиц от ускоряющего градиента поля

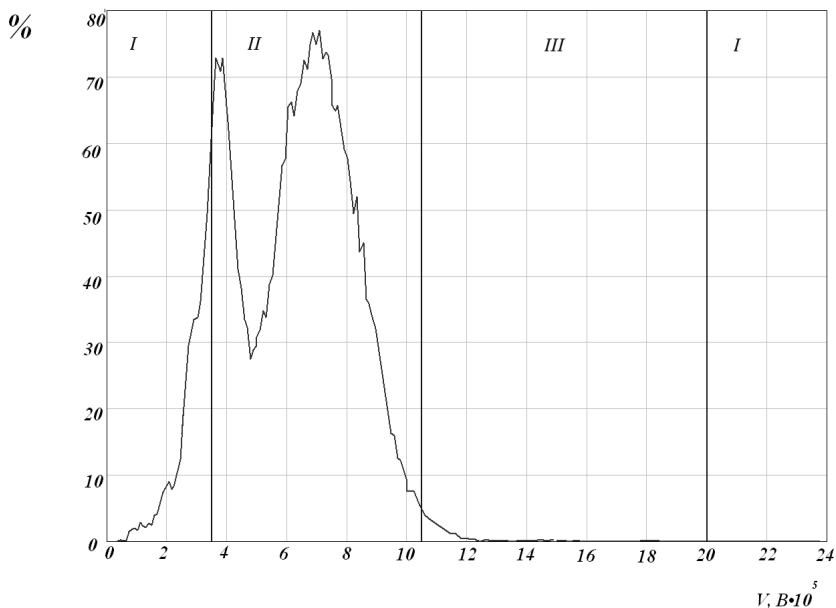
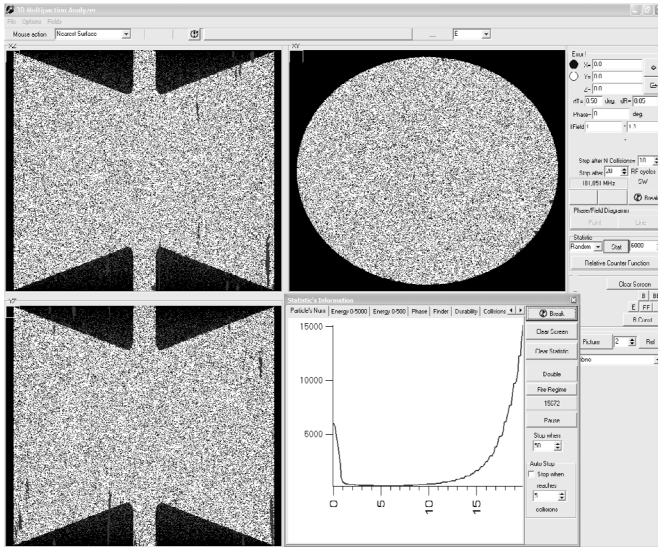


Рис. 1.7.6. График зависимости процентного увеличения числа частиц от напряжения

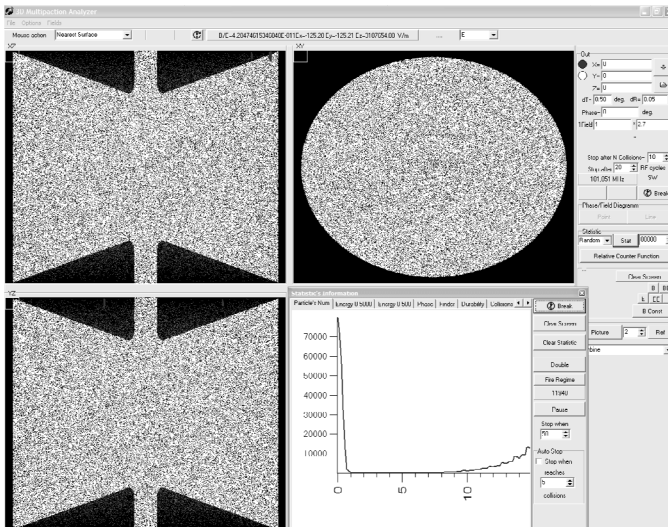
Из графиков видно, что траектории, сохраняющиеся более пяти периодов колебаний СВЧ поля, обнаруживаются при градиенте поля  $E_a > 55$  кВ/м ( $V > 33$  кВ); максимумы процентного увеличения числа электронов приходятся на  $E_a \sim 0,62$  и  $1,18$  МВ/м (372 и 708 кВ). При ускоряющем поле  $0,59 \dots 1,76$  МВ/м (350...1050 кВ) обнаруживаются стабильные траектории, сохраняющиеся более 30 СВЧ-периодов. При ускоряющем поле  $1,76 \dots 3,36$  МВ/м (1050...2000 кВ) – стабильные траектории первого порядка. При ускоряющем поле  $0 \dots 0,59$  МВ/м (0...350 кВ) и  $3,36 \dots 4$  МВ/м (2000...2375 кВ) стабильных траекторий нет. Мультипакторный разряд заканчивается при  $E_a \sim 4$  МВ/м (2375 кВ).

На рис. 1.7.7 приведены результаты прямого моделирования мультипакторного разряда. На графиках видно, что после 10 СВЧ-периодов начинается экспоненциальный рост числа электронов.

На рис. 1.7.8 приведены характерные траектории движения электронов.



$$E_a = 1,596 \text{ MB/м}, V = 950 \text{ кВ}$$



$$E_a = 2,268 \text{ MB/м}, V = 1350 \text{ кВ}$$

Рис. 1.7.7. Примеры статистического расчёта

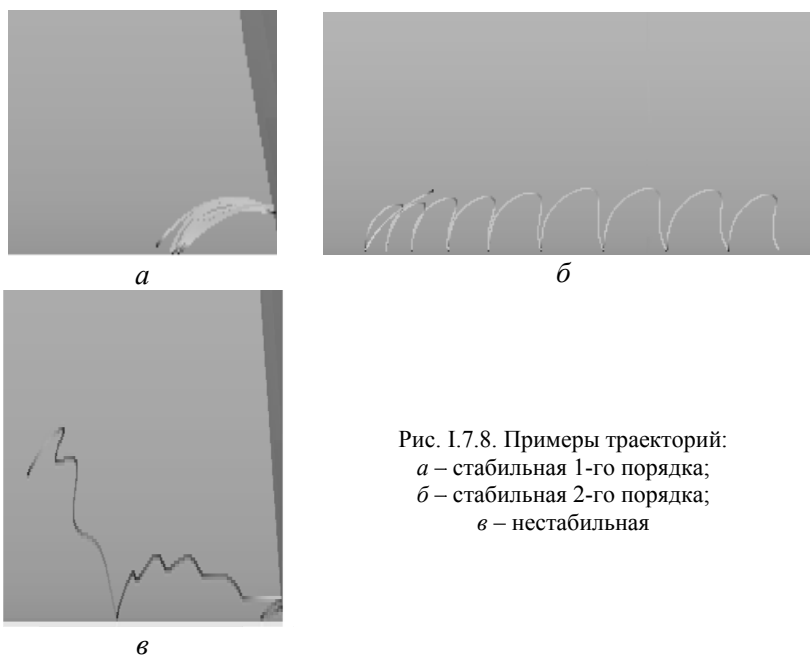


Рис. 1.7.8. Примеры траекторий:  
*a* – стабильная 1-го порядка;  
*б* – стабильная 2-го порядка;  
*в* – нестабильная

## Заключение

В рамках выполнения курсового проекта было проведено моделирование мультипакторного разряда в разряда в резонаторе микротрона рекуператора. Получены навыки работы в современных программах численного электродинамического моделирования CST MWS, MultP-M.

Для заданной структуры получены график увеличения числа частиц в диапазоне напряженности ускоряющего поля от 0 до 4 МВ/м, проведено прямое моделирование мультипакторного разряда и получены характерные траектории движения электронов.

Из полученных данных видно, что при  $E_a = 0,59 \dots 1,76$  МВ/м стабильные траектории наблюдаются на цилиндрической поверхности резонатора, сдвигающиеся от области экватора структуры к краю (см. рис. 7,8, б). При  $E_a = 1,76 \dots 3,36$  МВ/м наблюдаются стабильные траектории 1-го порядка на месте стыка цилиндрической и конической поверхностей (см. рис. 1.7.8, а).

## Список литературы

1. Собенин Н.П., Лалаян М.В., Гусарова М.А. Практикум по курсу «Техника СВЧ», М.: НИЯУ МИФИ, 2010.
2. Grudiev A.V., Myakishev D.G., Budker et al., Simulation of Multipacting in RF Cavities and Periodical Structures // Proc. Of Particle Accelerator Conference, 1997. V.2. P. 2609.
3. Гусарова М.А., Каминский В.И., Лалаян М.В., Собенин Н.П. Мультипакторный разряд в сверхвысокочастотных узлах и элементах ускорителей заряженных частиц: Учебное пособие. М.: НИЯУ МИФИ, 2010.
4. CST MICROWAVE STUDIO Overview,  
<http://www.cst.com/Content/Products/MWS/Overview.aspx>

## II. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ОБЪЕМНЫМ РЕЗОНАТОРАМ

### Условия задач

**Задача II.1<sup>1</sup>**. Рассчитать нагруженный параллельный  $RLC$  контур, показанный на рис. II.1. Рассчитать резонансную частоту, собственную и нагруженную добротности.

- 1)  $R_1 = 400 \text{ Ом}$ ,  $L = 40 \text{ нГн}$ ,  $C = 30 \text{ пФ}$ ,  $R_2 = 800 \text{ Ом}$ ;
- 2)  $R_1 = 800 \text{ Ом}$ ,  $L = 60 \text{ нГн}$ ,  $C = 40 \text{ пФ}$ ,  $R_2 = 1000 \text{ Ом}$ ;
- 3)  $R_1 = 200 \text{ Ом}$ ,  $L = 30 \text{ нГн}$ ,  $C = 20 \text{ пФ}$ ,  $R_2 = 600 \text{ Ом}$ .



Рис. II.1. Нагруженный параллельный  $RLC$  контур

**Задача II.2\***. Получить выражение добротности  $Q$  для резонатора, состоящего из закороченного отрезка линии передачи длиной  $l = \lambda$  (рис. II.2).

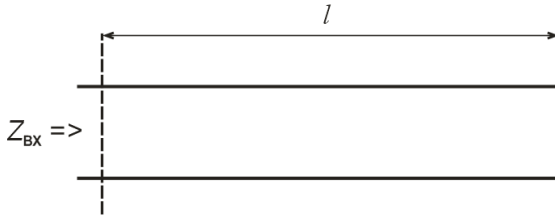


Рис. II.2. Закороченного отрезка линии передачи длиной  $l$

**Задача II.2а<sup>1</sup>**. Получить выражение добротности  $Q$  для резонатора, состоящего из закороченного отрезка линии передачи длиной  $l = 3\lambda/4$ .

<sup>1</sup>В нумерации задач буквами обозначены варианты условий; звездочкой отмечены задачи, решения которых приведены ниже.

**Задача П.26.** Получить выражение добротности  $Q$  для резонатора, состоящего из закороченного отрезка линии передачи длиной  $l = \lambda/3$ .

**Задача П.3\*.** Резонатор на основе передающей линии образован из четвертьволновой разомкнутой длинной линии. Найдите добротность  $Q$  этого резонатора, если коэффициент распространения  $\gamma = \alpha + ik_z$ .

**Задача П.3а.** Резонатор на основе передающей линии образован из разомкнутой линии длиной  $l = 3\lambda/4$ . Найдите добротность  $Q$  этого резонатора, если коэффициент распространения  $\gamma = \alpha + ik_z$ .

**Задача П.4\*.** Исследуется резонатор, показанный на рис. П.3, состоящий из закороченной с обоих концов передающей линии без потерь длиной  $\lambda/2$ . В произвольной точке  $z$  линии рассчитайте сопротивления  $Z_l$  и  $Z_r$ , рассматриваемые слева и справа, и покажите, что  $Z_l = Z_r'$  (это условие справедливо для любого резонатора без потерь).

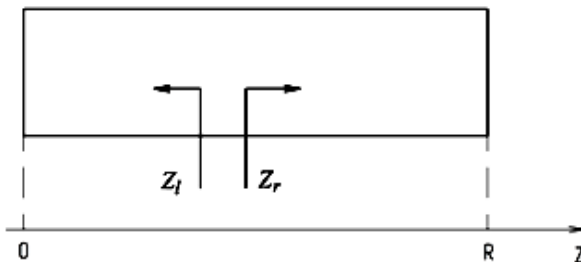


Рис. П.3. Резонатор, состоящий из передающей линии без потерь длиной  $\lambda/2$  и закороченной с обоих концов

**Задача П.4а.** Исследуется резонатор, показанный на рис. П.3, состоящий из закороченной с обоих концов передающей линии без потерь длиной  $\lambda$ . В произвольной точке  $z$  линии рассчитайте сопротивления  $Z_l$  и  $Z_r$ , рассматриваемые слева и справа, и покажите, что  $Z_l = Z_r'$  (это условие справедливо для любого резонатора без потерь).

**Задача П.5\*.** Резонатор сконструирован из отрезка заполненной воздухом коаксиальной линии длиной 3 см с характеристическим сопротивлением 100 Ом. Он закорочен с одного конца и оканчивается на другом конце на емкость, как показано на рис. П.4.

а) Определить величину емкости, чтобы получить на низшем виде колебаний резонанс на частоте 6 ГГц.

б) Теперь, полагая, что параллельно с емкостью вводится сопротивление 10 кОм, рассчитать добротность  $Q$ .

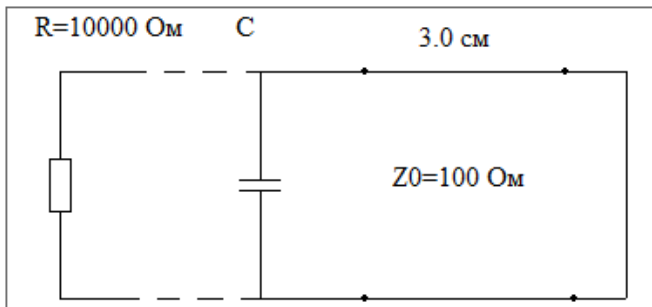


Рис. II.4. Резонатор из отрезка заполненной воздухом коаксиальной линии

**Задача II.5а.** Резонатор сконструирован из отрезка заполненной воздухом коаксиальной линии длиной 5 см и с характеристическим сопротивлением 50 Ом. Он закорочен с одного конца и оканчивается на другом конце на емкость, как показано на рис. II.4.

а) Определить величину емкости, чтобы получить на низшем виде колебаний резонанс на частоте 4 ГГц.

б) Полагая, что параллельно с емкостью вводится сопротивление 5000 Ом, рассчитать добротность  $Q$ .

**Задача II.6\*.** Резонатор сделан из линии без потерь длиной  $l = \lambda$  с характеристическим сопротивлением  $Z_0 = 100$  Ом. Для линии, нагруженной с обоих концов, как показано на рис. II.5, найти значение  $l/\lambda$  и добротность  $Q$  для первого резонатора.  $C_1 = C_2 = -i \cdot 50$  Ом и  $R_1 = R_2 = 0,1$  Ом.

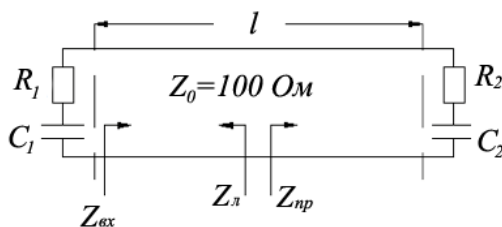


Рис. II.5. Резонатор, сделанный из линии без потерь длиной  $l = \lambda$

**Задача П.6а.** Резонатор сделан из линии без потерь длиной  $L = \lambda/2$  с характеристическим сопротивлением  $Z_0 = 50$  Ом. Емкость  $C_1 = C_2 = -i \cdot 40$  Ом и  $R_1 = R_2 = 0,2$  Ом. Если линия нагружена с обоих концов, как показано на рис. П.5, найти значение  $l/\lambda$  для первого резонанса, и добротность  $Q$  для этого резонатора.

**Задача П.7.** Напишите выражения для  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  полей для короткозамкнутого полуволнового коаксиального резонатора и покажите, что средняя запасенная электрическая и магнитная энергии равны.

**Задача П.7а.** Напишите выражения для  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  полей для короткозамкнутого четвертьволнового коаксиального резонатора и покажите, что средняя запасенная электрическая и магнитная энергии равны.

**Задача П.8\*.** Последовательная  $RLC$ -цепь резонансного контура подключена к длинной линии передачи  $\lambda/4$  на резонансной частоте (рис. П.6). Показать, что в окрестности резонанса сопротивление на входе ведет себя как параллельный  $RLC$ -контур.

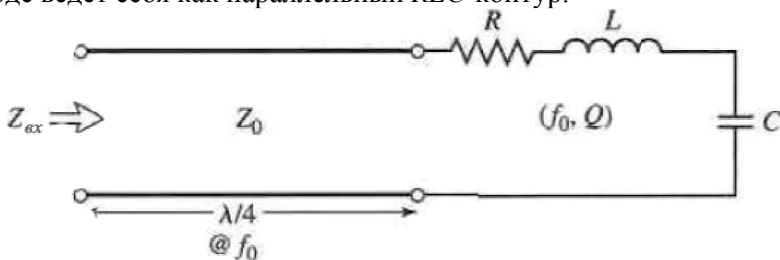


Рис. П.6.  $RLC$ -цепь с длинной линией

**Задача П.8а.** Параллельная  $RLC$ -цепь резонансного контура подключена к длинной линии передачи  $\lambda/4$  на резонансной частоте. Показать, что в окрестности резонанса сопротивление на входе ведет себя как последовательный  $RLC$ -контур.

**Задача П.9\*.** Посеребренный прямоугольный резонатор, заполненный воздухом, имеет размеры  $a = b = d = 5$  см. Найдите резонансную частоту и добротность  $Q$  видов колебаний  $H_{101}$  и  $H_{102}$ .

**Задача П.9а.** Медный прямоугольный резонатор, заполненный воздухом, имеет размеры  $a = b = 6$  см и  $d = 7$  см. Найдите резонансную частоту и добротность  $Q$  видов колебаний  $H_{011}$  и  $H_{012}$ .

**Задача П.96.** Медный прямоугольный резонатор, заполненный воздухом, имеет размеры  $a = 23$  мм,  $b = 12$  мм,  $d = 40$  мм. Найдите резонансную частоту и добротность  $Q$  видов колебаний  $H_{101}$  и  $H_{102}$ .

**Задача П.10\*.** Выведите выражение добротности  $Q$  для вида колебаний  $E_{111}$  в резонаторе прямоугольного сечения с размерами  $a$ ,  $b$ ,  $L$ , полагая стенки резонатора и диэлектрическое заполнение идеальными (без потерь).

**Задача П.10а.** Выведите выражение добротности  $Q$  для вида колебаний  $H_{101}$  в резонаторе прямоугольного сечения с размерами  $a$ ,  $b$ ,  $L$ , полагая стенки резонатора и диэлектрическое заполнение идеальными (без потерь).

**Задача П.10б.** Выведите выражение добротности  $Q$  для вида колебаний  $H_{011}$  в резонаторе прямоугольного сечения с размерами  $a$ ,  $b$ ,  $L$ , полагая стенки резонатора и диэлектрическое заполнение идеальными (без потерь).

**Задача П.11\*.** Рассмотрите резонатор на основе волновода прямоугольного сечения, изображенный на рис. П.7, частично заполненный диэлектриком. Получите трансцендентное уравнение для резонансной частоты для вида колебаний  $H_{101}$ , для чего воспользуйтесь аналитическими выражениями для полей волны типа  $H_{10}$  в прямоугольном волноводе с учетом граничных условий при  $z = 0$ ,  $d-t$  и  $d$ .

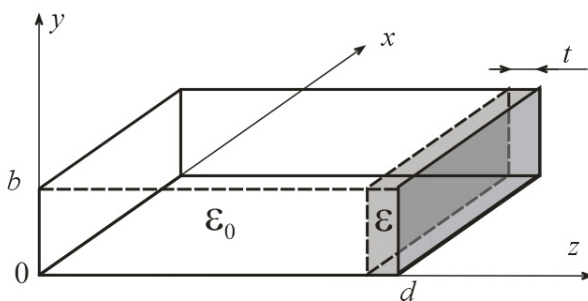


Рис. П.7. Резонатор на основе волновода прямоугольного сечения

**Задача П.11а.** Рассмотрите резонатор на основе волновода прямоугольного сечения, изображенный на рис. П.7, частично заполненный диэлектриком. Получите трансцендентное уравнение для резонансной частоты для вида колебаний  $H_{011}$ , для чего восполь-

зуйтесь аналитическими выражениями для полей волны типа  $H_{01}$  в прямоугольном волноводе с учетом граничных условий при  $z = 0$ ,  $d-t$  и  $d$ .

**Задача П.12\*.** Определить резонансную частоту прямоугольного резонатора с использованием метода разделения переменных при решении волнового уравнения для  $E_z$  (для  $E$ -волн) в соответствии с граничными условиями волновода.

**Задача П.12а.** Определите резонансную частоту прямоугольного резонатора с использованием метода разделения переменных при решении волнового уравнения для  $H_z$  (для  $H$ -волн), в соответствии с граничными условиями волновода.

**Задача П.13\*.** Вывести выражение добротности для вида колебаний  $E_{nm0}$  в цилиндрическом резонаторе. Учесть потери как в стенках, так и диэлектрические.

**Задача П.13а.** Вывести выражение добротности для вида колебаний  $E_{010}$  в цилиндрическом резонаторе. Учесть потери как в стенках, так и диэлектрические.

**Задача П.14\*.** Определите размеры заполненного воздухом цилиндрического резонатора на виде колебаний  $H_{111}$  с максимальной добротностью  $Q$  на частоте  $f = 7$  ГГц. Рассчитайте результирующую добротность  $Q$  резонатор, если он посеребрен и заполнен воздухом.

**Задача П.14а.** Определите размеры заполненного воздухом цилиндрического резонатора на виде колебаний  $H_{011}$  с максимальной добротностью  $Q$  на частоте  $f = 3$  ГГц. Рассчитайте результирующую добротность  $Q$  резонатор, если он посеребрен и заполнен воздухом.

**Задача П.15\*.** Резонатор прямоугольного сечения, заполненный воздухом, имеет частоты первых трех видов колебаний; 5,2, 6,5 и 7,2 ГГц. Найдите размеры резонатора.

**Задача П.16.** Рассчитать диаметр цилиндрического резонатора, обеспечивающий на виде колебаний  $E_{010}$  резонансную частоту 4 ГГц. Выбрать длину резонатора так, чтобы вид колебаний  $E_{010}$  был низшим. Зарисовать компоненты электромагнитного поля и линии СВЧ токов в стенках резонатора на видах колебаний  $E_{010}$  и  $H_{111}$ . Зарисовать устройство возбуждения волны  $E_{010}$ .

**Задача П.17.** Рассчитать частоты трех видов колебаний, ближайших к  $E_{011}$ , для цилиндрического резонатора с радиусом  $R = 40$

мм и длиной  $L = 50$  мм. Рассчитать собственную добротность медного резонатора указанных размеров на виде колебаний  $E_{010}$  и частоте 4 ГГц.

**Задача П.18\*.** Вычислите резонансную частоту цилиндрического диэлектрического резонатора с  $\epsilon_R = 36,2$ ,  $2a = 7,99$  мм и  $L = 2,14$  мм.

**Задача П.18а.** Вычислите резонансную частоту цилиндрического диэлектрического резонатора с  $\epsilon_R = 9$ ,  $2a = 24$  мм и  $L = 30$  мм.

**Задача П.19\*.** Выведите трансцендентное уравнение резонансной частоты в цилиндрическом диэлектрическом резонаторе для вида колебаний, следующего за  $H_{01\delta}$  ( $H_\delta$  нечетно по  $z$ ).

**Задача П.20\*.** К параллельной  $RLC$  цепочке с параметрами  $R = 1000$  Ом,  $L = 1,26$  нГн,  $C = 0,804$  пФ последовательно подключён конденсатор  $C_0$  и длинная линия с волновым сопротивлением 50 Ом (рис. П.8). Определить значение  $C_0$  для критической связи с линией. Какое будет значение резонансной частоты?

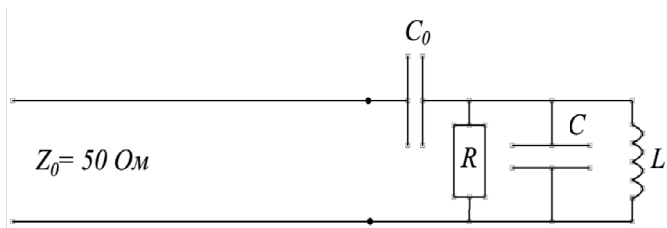


Рис. П.8. Длинная линия с волновым сопротивлением

**Задача П.20а.** К параллельной  $RLC$  цепочке с параметрами  $R = 100$  Ом,  $L = 0,56$  нГн,  $C = 0,405$  пФ последовательно подключён конденсатор  $C_0$  и длинная линия с волновым сопротивлением 50 Ом (см. рис. П.8). Определить значение  $C_0$  для критической связи с линией. Какое будет значение резонансной частоты?

**Задача П.21\*.** Прямоугольный резонатор, связанный с волноводом посредством диафрагмы, имеет резонансную частоту  $f_0 = 9$  ГГц и добротность  $Q = 11000$ . Размеры волновода:  $a = 2,5$  см,  $b = 1,25$  см. Найдите нормированное реактивное сопротивление диафрагмы, требуемое для критической связи.

**Задача П.21а.** Прямоугольный резонатор, связанный с волноводом посредством диафрагмы, имеет резонансную частоту

$f_0 = 3$  ГГц и добротность  $Q = 13000$ . Размеры волновода  $a = 72$  мм,  $b = 34$  мм. Найдите нормированное реактивное сопротивление диафрагмы, требуемое для критической связи.

**Задача П.22\*.** На частотах  $f_1 = 8,220$  ГГц и  $f_2 = 8,245$  ГГц мощность, поглощенная некоторым резонатором, равна половине мощности, поглощенной этим резонатором на резонансной частоте. Найдите резонансную частоту, коэффициент связи, собственную и нагруженную добротности резонатора, если коэффициент отражения при резонансе  $\Gamma = 0,33$ ,

**Задача П.22а.** На частотах  $f_1 = 3,200$  ГГц и  $f_2 = 3,215$  ГГц мощность, поглощенная некоторым резонатором, равна половине мощности, поглощенной этим резонатором на резонансной частоте. Найдите резонансную частоту, коэффициент связи и собственную и нагруженную добротности резонатора, если коэффициент отражения при резонансе  $\Gamma = 0,23$ .

**Задача П.23\*.** Тонкая пластинка из магнитного материала находится внутри прямоугольного резонатора, как показано на рис. П.9. Резонатор возбуждается на волне типа  $H_{101}$ . Найти выражение изменения резонансной частоты, вызванного присутствием магнитного материала.

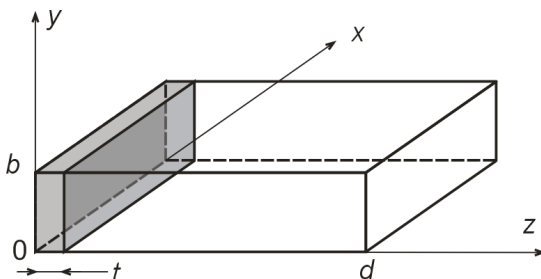


Рис. П.9. Тонкая пластинка из магнитного материала внутри прямоугольного резонатора

**Задача П.24\*.** Выведите выражение изменения резонансной частоте в перестраиваемом с помощью штыря призматическом резонаторе, содержащем штырь (см. рис. П.9), если штырь расположен в области с координатами  $x = a/2$ ,  $z = 0$ , где  $H_x$  максимальна, а  $E_y$  минимальна.

## Решения задач

**Задача II.1.** Для параллельного  $RLC$ -контура:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 355,9 \text{ МГц};$$

$$Q_0 = \omega_0 RC = 2\pi f_0 RC = 17,9;$$

$$Q_{\text{вн}} = \frac{R_L}{\omega_0 L} = \frac{R_L}{R} Q_0 = 40,3;$$

$$Q_{\text{н}} = \frac{1}{\frac{1}{Q_{\text{вн}}} + \frac{1}{Q_0}} = 12,4.$$

**Задача II.2.** На резонансной частоте  $\omega = \omega_0$ ,  $l = \lambda = \frac{2\pi V_\Phi}{\omega_0}$ , где  $V_\Phi$  – фазовая скорость волны. Короткозамкнутый полуволновый резонатор представляется в виде последовательной  $RLC$  цепи.

Пусть

$$k_z l = \frac{\omega_0 l}{v_\Phi} + \frac{\Delta\omega l}{V_\Phi} = 2\pi \left( 1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right),$$

где  $k_z$  – продольное волновое число,  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ .

Тогда из выражения входного сопротивления длинной линии с потерями

$$Z_{\text{вх}} = Z_0 \frac{\text{th } \alpha l + i \text{tg } k_z l}{1 + i \text{tg } k_z l \text{th } \alpha l}$$

где

$$\text{tg } k_z l = \text{tg } 2 \left( \pi + \pi \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) = \text{tg } 2 \left( \pi \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) \cong 2\pi \frac{\Delta\omega}{\omega_0},$$

входное сопротивление получается равным

$$Z_{\text{вх}} = Z_0 \frac{\lambda l + i 2\pi \frac{\Delta\omega}{\omega_0}}{1 + i 2\pi \frac{\Delta\omega}{\omega_0}} \cong Z_0 \left( \alpha l + i 2\pi \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) = R + 2iL\Delta\omega.$$

Тогда  $R = Z_0 \alpha l$ ,  $L = \frac{\pi Z_0}{\omega_0} l$ ;  $\alpha$  – коэффициент затухания.

Для последовательного резонансного контура добротность  $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\pi Z_0}{Z_0 \alpha l} = \frac{\pi}{\alpha l} = \frac{k_z}{2\alpha}$ , так как при резонансе  $l = \lambda = \frac{2\pi}{k_z}$ .

**Задача П.3.** См. рис. П.10.  $l = \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2\omega_0}$ , если  $\omega = \omega_0$ .

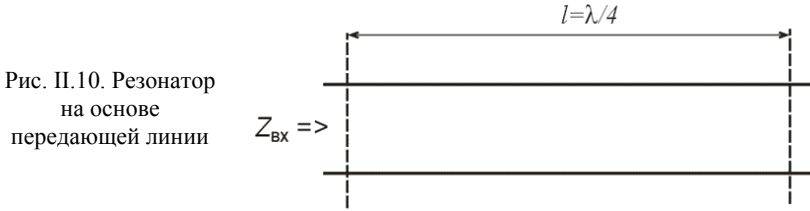


Рис. П.10. Резонатор на основе передающей линии

Цепь является резонансным последовательным контуром и имеет резонанс, как короткозамкнутая полуволновая линия. Тогда

$$k_z l = \frac{\omega_0 l}{V_\phi} + \frac{\Delta\omega l}{V_\phi} = \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right),$$

где  $k_z$  – продольное волновое число,  $V_\phi$  – фазовая скорость волны,  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ . Отсюда

$$\operatorname{tg} k_z l = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) = -\operatorname{ctg} \frac{\Delta\omega\pi}{2\omega_0} \cong -\frac{2\omega_0}{\Delta\omega\pi}.$$

Входное сопротивление:

$$\begin{aligned} Z_{\text{вх}} &= Z_0 \frac{1 + i \operatorname{tg}(k_z l) \operatorname{th}(\alpha l)}{\operatorname{th}(\alpha l) + i \operatorname{tg}(\beta l)} \cong \frac{1 - i \frac{2\omega_0}{\Delta\omega\pi} \alpha l}{\alpha l - \frac{2\omega_0}{\Delta\omega\pi}} \cong Z_0 \frac{\alpha l + i \frac{\pi\Delta\omega}{2\omega_0}}{1 + i \frac{\pi\Delta\omega}{2\omega_0} \alpha l} \cong \\ &\cong Z_0 \left( \alpha l + i \frac{\pi\Delta\omega}{2\omega_0} \right) = R + 2iL\Delta\omega, \end{aligned}$$

где  $Z_0$  – характеристическое сопротивление;  $\alpha$  – коэффициент затухания;  $L = \frac{\pi Z_0}{4\omega_0}$ ;  $R = Z_0 \alpha l$ . Тогда

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\pi}{4\alpha l} = \frac{k_z}{2\alpha}$$

(так как при резонансе  $l = \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2k_z}$ ).

**Задача П.4.** Выражение входного сопротивления передающей линии длиной  $L$ , закороченной на конце, записывается в виде

$$Z_{\text{вх}} = iZ_0 \operatorname{tg} k_z L,$$

где  $k_z$  – продольное волновое число,  $Z_0$  – характеристическое (волновое) сопротивление.

В нашем случае

$$R=10000 \text{ Ом} \quad C=0.365 \text{ нФ}$$

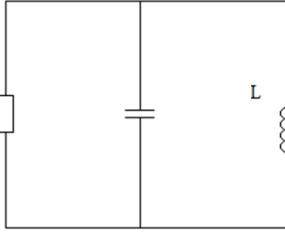


Рис. П.11. Резонатор

$$L = \pi / k_z.$$

Входное сопротивление в выбранном сечении линии слева  $Z_{\text{вх}}$  будет

$$Z_L = iZ_0 \operatorname{tg} k_z z.$$

Входное сопротивление в этом же сечении линии справа  $Z_R$  будет

$$\begin{aligned} Z_R &= iZ_0 \operatorname{tg} k_z(l - z) = \\ &= iZ_0 \operatorname{tg} k_z(\pi - k_z z) = \\ &= -iZ_0 \operatorname{tg} k_z z = Z_L^*. \end{aligned}$$

**Задача П.5.** См. рис. П.11.  $k_z = \frac{2\pi l}{\lambda} = 125,7 \text{ м}^{-1}$  – для линии, заполненной воздухом.

$$k_z l = 125,7 \cdot 0,03 = 216,$$

$$Z_{\text{вх}} = iZ_0 \operatorname{tg}(k_z l) = i(100) \operatorname{tg}(216) = i72,6 \text{ Ом} = i\omega L.$$

Для получения резонанса должны иметь:

$$Z_{\text{вх}} = (iX_C) = \frac{i}{\omega C}.$$

Таким образом,

$$C = 1/\omega X_C = 0,365 \text{ нФ}.$$

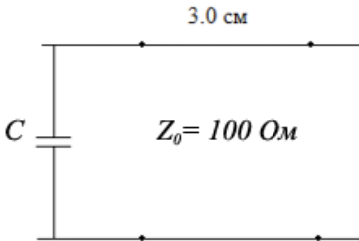


Рис. 8.12. RLC-контур

Эквивалентная схема с шунтирующим сопротивлением на частоте 6 ГГц выглядит, как показано на рис. П.12.

$$L = \frac{X_C}{\omega} = \frac{72,6}{2\pi \cdot 6 \cdot 10^9} = 1,93 \text{ мкГн}.$$

Таким образом, добротность равна

$$\begin{aligned} Q &= \omega RC = 2\pi \cdot 6 \cdot 10^9 + \\ &+ 10000 \cdot 0,365 \cdot 10^{-12} = 138. \end{aligned}$$

**Задача П.6.** Так как резонатор симметричный, в середине линии должно быть  $Z_L = Z_R$ , или  $\operatorname{Im}(Z_R) = 0$ .

Пусть  $t = \operatorname{tg} k_z \frac{l}{z}$  и  $Z_L = R_L + iX_L$ , ( $R_L = 0,1$ ,  $X_L = -50$ ). Тогда

$$\begin{aligned} Z_R &= Z_0 \frac{Z_L + iZ_0 t}{Z_0 + iZ_L t} = Z_0 \frac{R_L + i(X_L + Z_0 t)}{(Z_0 - X_L t) + iR_L t} = \\ &= Z_0 \frac{R_L(Z_0 - X_L t) + R_L t(X_L - Z_0 t) + i(X_L + Z_0 t)(Z_0 - X_L t) - iR_L^2 t}{(Z_0 - X_L t)^2 + (iR_L t)^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \operatorname{Im}(Z_R) = 0 &\Rightarrow (X_L + Z_0 t)(Z_0 - X_L t) - R_L^2 t = 0, \\
 &-(X_L Z_0 t^2) + (Z_0^2 - X_L^2 - R_L^2)t + Z_0 X_L = 0, \\
 &5000t^2 + 7500t - 5000 = 0, \\
 &t^2 + 1.5t - 1 = 0, \\
 t &= \frac{-1,5 \pm \sqrt{(1,5)^2 + 4}}{2} = -0,75 \pm 1,25 = \\
 &= \begin{cases} 0,50 \Rightarrow k_z l = 53,1^\circ; \\ -2,00 \Rightarrow k_z l = -126,9 = 53,1^\circ. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Тогда

$$l = \frac{53,1^\circ}{360^\circ} \lambda = 0,148 \lambda, \operatorname{tg} \beta l = 1,332.$$

Входное сопротивление равно

$$Z_{\text{вх}} = 100 \frac{(0,1 - i50) + i133,2}{100 + i(0,1 - i50)(1,332)} = 0,1 + i50 \text{ Ом.}$$

Получаем контур, показанный на рис. П.13. Добротность этого контура

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{X_L}{R} = \frac{50}{0,2} = 250.$$

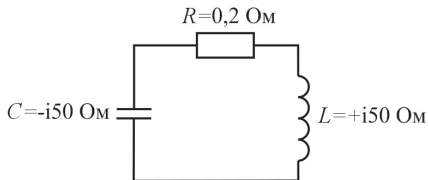


Рис. П.13. RLC-контур

**Задача П.7.** См. рис. П.14.

$$k_z l = \pi, \quad k_z = \frac{\pi}{l}, \quad \eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}}, \quad \varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0.$$

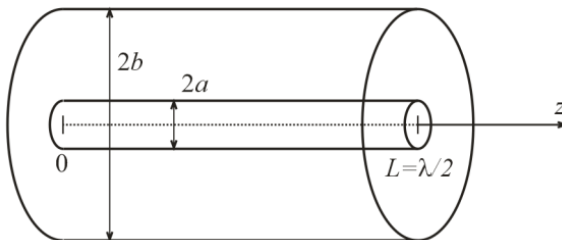


Рис. П.14. Короткозамкнутый полуволновый коаксиальный резонатор

Поперечные электромагнитные поля в коаксиальной линии имеют компоненты

$$\overline{E}_r = \frac{U_0}{r \ln\left(\frac{b}{a}\right)} e^{\mp i k_z z}, \quad \overline{H}_\varphi = \frac{U_0}{r \eta \ln\left(\frac{b}{a}\right)} e^{\mp i k_z z},$$

$E_r = 0$  при  $z = 0$ , поэтому компоненты полей стоячей волны можно записать как:

$$E_r = \frac{U_0}{r \ln\left(\frac{b}{a}\right)} [e^{-i k_z z} - e^{i k_z z}] = -\frac{2i U_0}{r \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \sin k_z z,$$

$$H_\varphi = \frac{U_0}{r \eta \ln\left(\frac{b}{a}\right)} [e^{-i k_z z} + e^{i k_z z}] = \frac{2U_0}{r \eta \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \cos(k_z z)$$

Из формул  $W_e = \frac{\varepsilon}{4} \int_v \overline{E} \overline{E}' dv$  и  $W_m = \frac{\mu}{4} \int_v \overline{H} \overline{H}' dv$  средняя запасенная электрическая и магнитная энергии будут равны:

$$\begin{aligned} W_e &= \frac{\varepsilon}{4} \int_v |\overline{E}|^2 dv = \\ &= \frac{\varepsilon}{4} \int_{r=a}^b \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{z=0}^l \left( \frac{2U_0}{r \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \right)^2 (\sin(\pi z/l))^2 r dz d\varphi dr = \frac{\pi \varepsilon U_0^2}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}, \\ W_m &= \frac{\mu_0}{4} \int_v |\overline{H}|^2 dv = \\ &= \frac{\mu_0}{4} \int_{r=a}^b \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{z=0}^l \left( \frac{2U_0}{\eta \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \right)^2 \cos^2\left(\frac{\pi z}{l}\right) r dz d\varphi dr = \\ &= \frac{\pi \mu_0 U_0^2}{\eta^2 \ln\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{\pi \varepsilon U_0^2}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} = W_e. \end{aligned}$$

### Задача II.8.

$$Z_{\text{BX}} = \frac{Z_0^2}{Z_L} = \frac{Z_0^2}{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = \frac{1}{\frac{R}{Z_0^2} + i\omega\left(\frac{L}{Z_0^2} - \frac{1}{\omega^2 C Z_0^2}\right)}.$$

Входное сопротивление параллельного  $RLC$ -контура

$$Z_{\text{BX}} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{i\omega C'} + i\omega C'} = \frac{1}{\frac{1}{R'} + i\omega\left(C' - \frac{1}{\omega^2 L}\right)}$$

Таким образом, заданная первоначальная цепь может интерпретироваться как параллельно включенный колебательный  $R'L'C'$ -контур, при этом

$$R' = \frac{Z_0^2}{R}, \quad C' = \frac{L}{Z_0^2}, \quad L' = CZ_0^2.$$

**Задача II.9.** Формула для расчета резонансной частоты колебаний вида  $H_{mnp}$  или  $E_{mnp}$  в прямоугольном резонаторе

$$f_{mnp} = \frac{ck_{mnp}}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{d}\right)^2},$$

где  $\epsilon_r, \mu_r$  – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости,  $k_{mnp} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{d}\right)^2}$ .

Из приведенной формулы в нашем случае получаются следующие значения резонансных частот

$$f_{101} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{d}\right)^2} = 4,802 \text{ МГц},$$

$$f_{101} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{d}\right)^2} = 7,075 \text{ МГц}.$$

На частоте 4,802 МГц сопротивление стенки резонатора

$$R_{ст} = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}} = 0,0272 \text{ Ом}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = 100,57 \text{ м}^{-1}.$$

На частоте 7,075 МГц сопротивление стенки резонатора

$$R_{ст} = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}} = 0,0330 \text{ Ом}, \quad k = 148,518 \text{ м}^{-1}.$$

Формула для нахождения добротности

$$Q_F = \frac{\omega_0}{P_c} W_3,$$

где  $W_3$  – запасенная энергия в резонаторе;  $P_c$  – мощность, рассеянная в стенках резонатора.

В рассматриваемом случае добротность будет

$$Q = \frac{k^3 abd \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}}{4\pi^2 R_{ст} \left[ \left(\frac{l^2 ab}{d^2}\right) + (bd/a^2) + (l^2 a/2d) + (d/2a) \right]} =$$

$$= \frac{(kad)^3 b \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}}{2\pi^2 R_{\text{CT}} (2l^2 a^3 b + 2bd^3 + l^2 a^2 d + ad^3)},$$

$$2l^2 a^3 b + 2bd^3 + l^2 a^2 d + ad^3 = (1000 + l^2 576) \text{ см}^4.$$

Таким образом,

$$Q_{101} = \frac{k^3 abd \cdot 377 \text{ Ом}}{4\pi^2 R_{\text{CT}}} \frac{1}{(1576)(10^{-8})} = 7,251,$$

$$Q_{102} = \frac{k^3 abd \cdot 377 \text{ Ом}}{4\pi^2 R_{\text{CT}}} \frac{1}{(3304)(10^{-8})} = 9,119.$$

**Задача П.10.** Поперечные составляющие магнитного поля волны типа  $E_{11}$  в прямоугольном волноводе записываются в виде:

$$H_{\bar{x}} = \frac{B}{b} \sin \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b} e^{-ik_z z},$$

$$H_{\bar{y}} = \frac{B}{a} \cos \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} e^{-ik_z z}.$$

Чтобы получить максимальный ток при  $z = 0$  и  $z = L$ , поля объемного резонатора должны быть записаны в виде:

$$H_x = \frac{A}{b} \sin \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b} \cos \frac{\pi z}{l},$$

$$H_y = \frac{A}{a} \cos \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \cos \frac{\pi z}{l}.$$

Запасенная магнитная энергия будет:

$$W_M = \frac{\mu_0}{4} \int_{\sigma} |\bar{H}|^2 dv = \frac{\mu_0}{4} A^2 \frac{a}{2} \frac{b}{2} \frac{l}{2} \left( \frac{1}{b^2} + \frac{1}{a^2} \right) = \frac{abl\mu_0 A^2}{32} \left( \frac{1}{b^2} + \frac{1}{a^2} \right).$$

Потери мощности в стенках

$$P_1 = \frac{R_s}{2} \int_s |\bar{H}_t|^2 ds =$$

$$= R_s \left\{ \iint_{x=0}^{al} \int_{z=0}^l |\bar{H}_{x(y=0)}|^2 dz dx + \iint_{y=0}^{bl} \int_{x=0}^a |\bar{H}_{y(x=0)}|^2 dy dz + \right.$$

$$\left. + \iint_{x=0}^{ab} \int_{y=0}^l \left[ |\bar{H}_{x(x=0)}|^2 + |\bar{H}_{y(x=0)}|^2 \right] dx dy \right\} =$$

$$= \frac{A^2 R_s a^3 l + b^3 l + a^3 b + ab^3}{4 a^2 b^2}.$$

Тогда добротность будет

$$Q = \frac{\omega_0(W_0 + W_{m1})}{P_1} = \frac{2\omega_0 W_m k_0 Z_0}{P_1} \frac{abl(a^2 + b^2)}{4R_s (a^3 l + b^3 l + a^3 b + ab^3)}.$$

**Задача II.11.** Поперечные компоненты полей для волны типа  $H_{10}$  в этих двух областях можно написать в виде:

$$E_y = \begin{cases} A \sin \frac{\pi x}{a} \sin k_{z_0} z \text{ при } 0 < z < d - \tau; \\ B \sin \frac{\pi x}{a} \sin k_{z_0} (d - z) \text{ при } d - \tau < z < d; \end{cases}$$

$$H_x = \begin{cases} -i \frac{A}{Z_n} \sin \frac{\pi x}{a} \cos k_{x_0} z \text{ при } 0 < z < d - \tau; \\ -i \frac{B}{Z_{0\delta}} \sin \frac{\pi x}{a} \cos k_{z_0} (d - z) \text{ при } d - \tau < z < d, \end{cases}$$

где  $k_{z_0} = \sqrt{k_0^2 - (\pi/a)^2}$ ,  $k_{z_\delta} = \sqrt{\epsilon_r k_0^2 - (\pi/a)^2}$  – постоянные распространения в воздухе и диэлектрике;  $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ ;

$$Z_{0n} = k_0 \eta_0 / k_{z_n}, \quad Z_{0\delta} = k_0 \eta / k_{z_0}.$$

Из условия непрерывности составляющих напряженности поля  $E_y, H_x$  при  $z = d - \tau$  получаем

$$E_y: \quad A \sin k_{z_0} (d - \tau) = B \sin k_{z_\delta} \tau;$$

$$H_x: \quad \frac{A}{Z_n} \cos k_{z_0} (d - \tau) = \frac{B}{Z_{0\delta}} \sin k_{z_\delta} \tau.$$

Разделим полученные уравнения и получим:

$$Z_{0n} \operatorname{tg} k_{z_0} (d - \tau) = Z_{0n} \operatorname{tg} k_{z_0} \tau;$$

$$k_{z_\delta} \operatorname{tg} k_{z_0} (d - \tau) = k_{z_0} \operatorname{tg} k_{z_\delta} \tau.$$

Это уравнение можно разрешить для  $k_0$ , после чего легко определить величины  $k_{z_0}$  и  $k_{z_\delta}$ , пользуясь приведенными выше формулами

**Задача II.12.** Для волны  $E$ -типа волновое уравнение есть:

$$(\nabla^2 + k^2)E_x = 0.$$

Пусть  $E_z(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z)$ . Заменим переменные в волновом уравнении и разделим на  $XYZ$ :

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} + \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} + k^2 = 0.$$

Разделяя переменные, получим:

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = -k_x^2 \rightarrow X(x) = A \cos k_x x + B \sin k_x x,$$

$$\frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} = -k_y^2 \rightarrow Y(y) = A \cos k_y y + B \sin k_y y,$$

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -k_z^2 \rightarrow Z(z) = A \cos k_z z + B \sin k_z z.$$

Связь между волновыми числами записывается в виде

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2.$$

Из граничных условий  $E_\tau = 0$  при  $x = 0, a$  и  $y = 0, b$ . Тогда постоянные  $A = B = 0$  и  $k_x = \frac{m\pi}{a}$ ,  $k_y = \frac{n\pi}{b}$ . Чтобы использовать оставшиеся граничные условия надо найти выражение для  $E_x$  или  $E_y$ :

Из уравнений Максвелла

$$E_x = \frac{1}{k^2 - k_z^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial x \partial z} = \frac{1}{k^2 - k_z^2} (B k_z \cos k_x x) (D \sin k_y y) (-k_z E \sin k_z z + k_z F \cos k_z z).$$

Для выполнения условия  $E_x = 0$  при  $z = 0, d$  требуется, чтобы  $F = 0$  и  $k_z = \frac{i\pi}{\alpha}$ . Тогда выражение

$$k^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2$$

определяет резонансные частоты.

**Задача П.13.** Для вида колебаний  $E_{nm0}$  в цилиндрическом резонаторе выражения составляющих полей записываются в виде (при  $k_z = 0$ ):

$$E_z = A \sin(n\varphi) J_n(k_{кр} r),$$

$$H_r = \frac{i\omega \epsilon \epsilon_0 n}{k_{кр}^2 r} A \cos(n\varphi) J_n(k_{кр} r),$$

$$H_\varphi = \frac{-i\omega \epsilon \epsilon_0}{k_{кр}} A \sin(n\varphi) J_n(k_{кр} r), \quad k_{кр} = \nu_{mnl} / \alpha = k.$$

Запасенная электрическая энергия:

$$W_E = \frac{\tau}{4} \int_V |\overline{E}|^2 dv = \\ = \frac{A^2 \varepsilon \varepsilon_0}{4} \int_{r=0}^a \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{z=0}^d \sin^{-2}(n\varphi) J_n^2(k_{\text{кр}} r) r dr d\varphi dz =$$

Потери мощности в стенках резонатора:

$$P_{\Pi} = \frac{R_s}{2} \int_S |\overline{H}_{\tau}|^2 ds = \\ = \frac{R_s}{2} \left\{ \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{x=0}^d |H_{\varphi(r=0)}|^2 ad\varphi dz + \right. \\ \left. + 2 \int_{r=0}^a \int_{\varphi=0}^{2\pi} (|H_r|^2 + |H_{\varphi}|^2) r dr d\varphi \right\} = \\ = \frac{\Lambda^2 R_s}{2} \left\{ \frac{\pi ad}{\eta^2} I_n'^2(\nu_{mn}) + \frac{2\pi}{\eta^2} \frac{\nu_{mn}^2}{2k_{\text{кр}}^2} I_n'^2(\nu_{mn}) \right\} = \\ = \frac{\Lambda^2 R_s \pi}{2\eta^2} (ad + a^2) I_n'^2(\nu_{mn}).$$

Тогда

$$Q_{\Pi} = \frac{2\omega W_E}{P_{\Pi}} = \frac{\omega a^2 \pi d \varepsilon \varepsilon_0 (2\eta^2)}{4R_s \pi a (d+a)} = \frac{adk\eta}{2R_s(d+a)}.$$

Потери мощности в диэлектрике:

$$P_{\text{Д}} = \frac{\omega(\varepsilon\varepsilon_0)^2}{2} \int_r |\overline{E}|^2 dv = \frac{\omega\varepsilon\varepsilon_0}{2} \text{tg}\delta \int_z |\overline{E}|^2 dv = \frac{2kW_E}{\eta\varepsilon\varepsilon_0} \text{tg}\delta, \\ Q_{\text{Д}} = \frac{2\omega W_E}{P_{\Pi}} = \frac{1}{\text{tg}\delta}.$$

**Задача II.14.** Из рис. 8.15 нормированной добротности для различных видов колебаний в цилиндрическом резонаторе в функции отношения диаметра резонатора  $2a$  к его длине  $d$  следует, что для вида колебаний  $H_{111}$  максимальная добротность будет при  $\frac{Z\alpha}{a} \approx 1,7$ .

Формула для расчета резонансной частоты в цилиндрическом резонаторе

$$f_{mnp} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{\mu_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{d}\right)^2},$$

где  $\mu_{mn}$  –  $m$ -й корень производной функции Бесселя  $n$ -го порядка

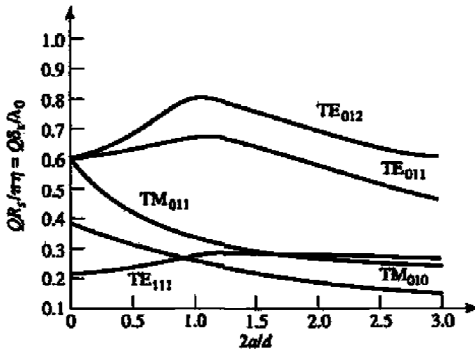


Рис. П.15. Нормированная добротность  $Q$  для различных видов колебаний в цилиндрическом резонаторе

Для рассматриваемого случая резонансная частота:

$$f_{111} = \frac{3 \cdot 10^8}{2\pi\sqrt{1,5}} \sqrt{\left(\frac{1,841}{a}\right)^2 + \left(\frac{1,7\pi}{2a}\right)^2} = \frac{1,264 \cdot 10^8}{a} = 6 \cdot 10^9 \text{ Гц.}$$

Отсюда получаем  $a = 2,107$  см и  $d = \frac{2a}{1,7} = 2,479$  см.

Так как проводимость стенок резонатора

$$\sigma_{Ag} = 4,1 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{Ом}\cdot\text{м}},$$

то сопротивление стенок

$$R_c = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}} = 0,024 \text{ Ом,}$$

$$k = \frac{2\pi f \sqrt{\varepsilon_r}}{c} = 153,9 \text{ м}^{-1},$$

$$k_z = \frac{\pi}{d} = 126,7 \text{ м}^{-1}.$$

Формула собственной добротности резонатора (учитывая только потери в стенках)

$$Q_0 = \frac{\omega_0 W}{P_c} = \frac{(ka)^2 \eta ad}{4(\mu_{mn})^2 R_c \left\{ \frac{ad}{2} \left[ 1 + \left( \frac{k_z a n}{(\mu_{mn})^2} \right)^2 \right] + \left( \frac{k_z a^2}{\mu_{mn}} \right)^2 \left( 1 - \frac{n^2}{(\mu_{mn})^2} \right) \right\}} \cdot \frac{1 - \left( \frac{\eta}{\mu_{mn}} \right)^2}{}$$

Подставляя в нее исходные данные, получаем  $Q_0 = 10985$ .

Добротность с учетом только потерь в диэлектрике

$$Q_\delta = \frac{1}{\operatorname{tg}\delta} = 2000.$$

Таким образом, полная добротность

$$Q = \frac{1}{\frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_\delta}} = 1692.$$

**Задача II.15.** Выберем систему координат так, чтобы  $b < a < L$ . Тогда частота основного вида колебаний  $H_{101}$  записывается в виде:

$$f_{101} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{l}\right)^2} = 5,2 \text{ ГГц}$$

или

$$\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{l}\right)^2 = \left(\frac{2f_{101}}{c}\right)^2 = (34,7)^2.$$

Следующие два высших вида колебаний — высшие моды — должны быть  $E_{110}$ ,  $H_{102}$  или  $H_{011}$

$$\left(\frac{2f_{110}}{c}\right)^2 = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = (34,7)^2 + \frac{1}{b^2} - \frac{1}{l^2},$$

$$\left(\frac{2f_{102}}{c}\right)^2 = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{l^2} = (34,7)^2 + \frac{3}{l^2},$$

$$\left(\frac{2f_{011}}{c}\right)^2 = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{l^2}.$$

Так как  $L > a$ ,  $f_{011} < f_{110}$ . Возьмем  $f_{011} = 6,5 \text{ ГГц}$ ;  $f_{110} = 7,2 \text{ ГГц}$ . Тогда

$$\frac{1}{b^2} - \frac{1}{l^2} = 1100, \quad \frac{1}{b^2} + \frac{1}{l^2} = 1878.$$

Таким образом, получаем:  $b = 2,60 \text{ см}$ ,  $L = 5,00 \text{ см}$ ,  $a = 3,53 \text{ см}$ .

Проверка:  $b < a < L$ ,

$$f_{102} = 7,35 \text{ ГГц} > f_{110} = 7,2 \text{ ГГц}.$$

**Задача II.18.**  $\operatorname{tg}\left(\frac{\beta L}{2}\right) = \frac{\alpha}{\beta}$ , где

$$\alpha = \sqrt{\left(\frac{2,405}{a}\right)^2 - k_0^2}, \quad \beta = \sqrt{\varepsilon_r k_0^2 - \left(\frac{2,405}{a}\right)^2}.$$

Значение  $k_0$  при резонансе должно быть между

$$k_0 = \frac{2,405}{a} = 602 \quad \text{и} \quad k_0 = \frac{2,405}{J\sqrt{k_r}} = 100.$$

Выполним численный подбор из нижеприведенной таблицы:

$k_0$	$\alpha$	$\beta$	$\operatorname{tg} \frac{\beta L}{2} - \frac{\alpha}{\beta}$
110	592	275	-1,8
120	590	399	-1,02
150	583	672	0,008
145	584	631	-0,12
149	583	664	-0,0018

Таким образом, резонансная частота

$$f_0 = \frac{ck_0}{2\pi} = 7,11 \text{ ГГц.}$$

**Задача П.19.** Для вида колебаний  $H_{01\delta}$  имеем:

$$H_z = H_0 J_0 \left( \sqrt{(k_x^2 + k_y^2)} r \right) e^{ik_z z},$$

$$E_\varphi = \frac{i\omega\mu_0 H_0}{(k_x^2 + k_y^2)} J'_0 \left( \sqrt{(k_x^2 + k_y^2)} r \right) e^{ik_z z} = A J'_0 \left( \sqrt{(k_x^2 + k_y^2)} r \right) e^{ik_z z},$$

$$H_r = \frac{\mp i k_z H_0}{(k_x^2 + k_y^2)} J'_0 \left( \sqrt{(k_x^2 + k_y^2)} r \right) e^{ik_z z} =$$

$$= \frac{\mp A}{Z_n} J'_0 \left( \sqrt{(k_x^2 + k_y^2)} r \right) e^{ik_z z}.$$

Для

$$|z| < \frac{L}{2}, k_z = \sqrt{c_r k_0^2 - (k_x^2 + k_y^2)} = \sqrt{c_r k_0^2 - \left(\frac{\mu_{01}}{a} k_z\right)^2};$$

$$Z_H = \frac{\omega\mu_{01}}{k_z} = Z_\alpha,$$

где  $\mu_{01}$  – первый корень производной функции Бесселя нулевого порядка

Для

$$|z| > \frac{L}{2}, ik_z = \sqrt{(k_x^2 + k_y^2) - k_0^2} = \sqrt{\left(\frac{\mu_{01}}{a}\right)^2 - k_0^2};$$

$$Z_H = \frac{i\omega\mu_{01}}{a} = Z_\alpha.$$

Поля стоячей волны могут быть записаны следующим образом:

$$E_{\varphi} = \begin{cases} AJ'_0 \left( \sqrt{(k_x^2 + k_y^2)} r \right) [e^{-ik_z z} - e^{ik_z z}] = \\ = -z_i AJ'_0 \left( \sqrt{(k_x^2 + k_y^2)} r \right) \sin(k_z z), \text{ для } |z| < L/2, \\ BJ'_0(k_0 r) e^{-\alpha z} \text{ для } |z| > L/2, \end{cases}$$

$$H_r = \begin{cases} \frac{A}{Z_{\alpha}} J'_0 \left( \sqrt{(k_x^2 + k_y^2)} r \right) [e^{-ik_z z} + e^{ik_z z}] = \\ = \frac{2A}{Z_{\alpha}} J'_0 \left( \sqrt{(k_x^2 + k_y^2)} r \right) \cos(k_z z), \text{ для } |z| < L/2, \\ \frac{B}{Z_{\alpha}} J'_0 \left( \sqrt{(k_x^2 + k_y^2)} r \right) e^{-\alpha z} \text{ для } |z| > L/2. \end{cases}$$

Непрерывность составляющих поля  $E_{\varphi}$  и  $H_r$  при  $z = L/2$  дает:

$$E_{\varphi}: -2iA \sin \frac{k_z L}{2} = B e^{-\frac{\alpha L}{2}},$$

$$H_r: \frac{2A}{Z_{\alpha}} \cos \frac{k_z L}{2} = \frac{B}{Z_{\alpha}} e^{-\frac{\alpha L}{2}}.$$

Делим одно уравнение на другое и получаем:

$$-iZ_{\alpha} \operatorname{tg} \frac{k_z L}{2} = Z_{\alpha},$$

$$\frac{-i}{k_z} \operatorname{tg} \frac{k_z L}{2} = \frac{i}{\alpha}, \quad \operatorname{tg} \frac{k_z L}{2} + \frac{k_z}{\alpha} = 0.$$

**Задача П.20.** Один из способов решить эту задачу – графический, с использованием круговой диаграммы полных сопротивлений. Требуемые построения приведены на рис. рис. П.16. Проводимость резонатора на частотах вблизи резонанса:

$$Y_r = \frac{1}{R} + \frac{2Q\Delta\omega}{R\omega_0},$$

где

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 3,142 \cdot 10^{10} \text{ 1/c};$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 5 \text{ ГГц}, \quad Q = \frac{R}{\omega_0 L} = 25,3.$$

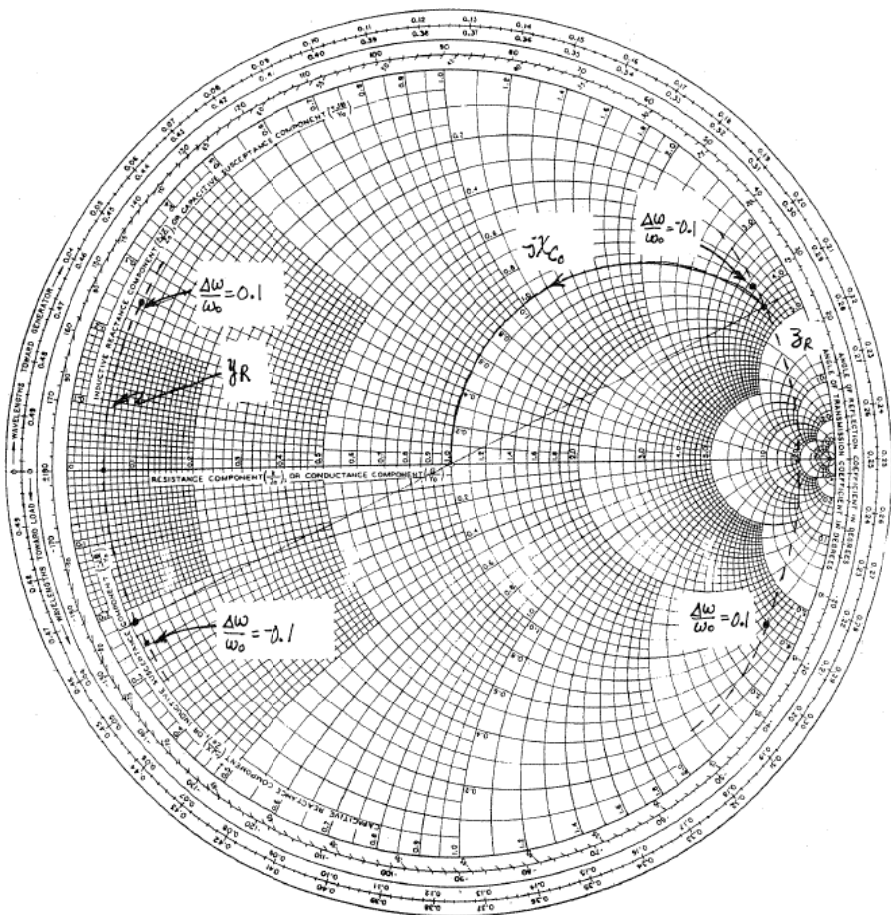


Рис. П.16. Диаграмма сопротивлений

Нормировав на  $Z_0$ , получаем  $y_R = Z_0 Y_R = 0,05 + i2,53 \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$ . Можем нанести  $y_R$  на диаграмму полных сопротивлений в функции  $\frac{\Delta\omega}{\omega_0}$ . Для  $\Delta\omega = 0, y_R = 0,05$ .  $\Delta\omega = \pm 1\omega_0, y = 0,05 \pm i0,253$ .

Далее, преобразуем это значение проводимости в сопротивление  $Z_R$ . Тогда мы видим, что при последовательном реактивном импедансе  $-iX_{C_0} = -i4,2$  входное импеданс будет  $Z_{in} = 1$ . Это соот-

ветствует проводимости резонатора  $y_R = 0,05 - i0,22$ . Тогда резонансная частота будет:

$$\Delta\omega = \frac{-0,22\omega_0}{2,53} = -0,0869\omega_0,$$

$$\omega_r = \omega_0 + \Delta\omega = (1 - 0,0869)\omega_0 = 0,913\omega_0.$$

Так что  $f_r = \frac{\omega_r}{2\pi} = 4,566$  ГГц (заметим, что  $f_r$  ниже  $f_0$ ).

Ёмкость конденсатора, включённого последовательно:

$$C_H = \frac{1}{4,2Z_0\omega_r} = 0,166 \text{ нФ}.$$

Проверка: на частоте 4,566 ГГц,  $Y_H = (1 - i4,39)10^{-3}$  См,  $Z_R = 49,2 + i216,5$  Ом  $\cong 50 + iX_{C0}$ .

**Задача П.21.** Рассмотрим колебания вида  $H_{101}$  на частоте  $f_0 = 9$  ГГц, при  $k_0 = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = 188 \frac{1}{\text{м}}$ ;  $k_{z_0} = 140,5 \frac{1}{\text{м}}$ ;  $l = \frac{\lambda}{2} = \frac{\pi}{k_{z_0}} = 2,24$  см,  $\frac{\omega c}{2\pi} = f_0 = 9$  ГГц – резонансная частота резонатора без учета влияния диафрагмы (призматический резонатор с торцевыми проводящими пластинами). Для высокодобротного резонатора фактическая резонансная частота  $\omega_1$  будет близка к  $\omega_0$ . Поэтому мы можем приблизительно вычислить  $X_C$  используя  $\omega_0$ .

Из формулы  $b_C = \sqrt{\frac{\pi}{2Q}}$ , где  $b_C = Z_C\omega C$  получаем

$$X_C = \sqrt{\frac{\pi k_0 \omega_1}{2Q k_z^2 C}} = 0,016 = \frac{\omega L}{Z_0} \rightarrow \frac{L}{Z_0} = 2,83 \cdot 10^{-3}.$$

Решим в функции  $\omega$  уравнение  $\text{tg}k_z l + X_L = 0$ . Графическое решение уравнения иллюстрируется рис. П.17.

Прямой подстановкой (подбором) определим искомое значение частоты:

$f$ , ГГц	$k_z$	$X_C$	$\text{tg}k_z l + X_C$
9,0	140,0	0,016	0,01
8,9	137,7	0,0158	-0,04
8,97	139,65	0,0159	0,025

Таким образом,  $f_1 = 8,97$  ГГц.

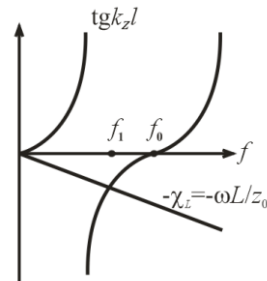


Рис. П.17. Зависимость  $\text{tg} k_z L$  от частоты

**Задача П.22.** Характерная зависимость величины выделяемой в нагрузку мощности от частоты приведена на рис. П.18. Предположим, что  $Q \gg 1$ ,  $f_0 = \frac{f_1+f_2}{2} = 8,2325$  ГГц,  $\delta_\omega = \frac{f_2-f_1}{f_0} = 0,3\%$  – полоса пропускания,  $Q_H = \frac{1}{\delta_\omega} = 329 \gg 1$ .

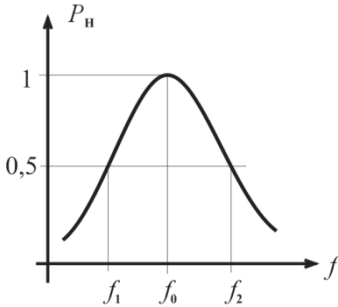


Рис. П.18. Мощность, поглощенная резонатором в зависимости от частоты

При резонансе  $\Gamma = \frac{r-1}{r+1} = 0,33$

$$r = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} = 1,985,$$

где  $r$  – значение активного сопротивления на резонансной частоте, равное коэффициенту стоячей волны.

Выражая добротность из формулы  $\chi = \frac{Q_0}{Q_{вн}}$ , получим

$$Q_0 = \chi Q_{вн} = \frac{\chi}{\frac{1}{Q_H} - \frac{1}{Q_0}}$$

где  $\chi$  – коэффициент связи.

Перепишем выражение для добротности:

$$\frac{Q_0}{Q_H} - 1 = \chi, \quad Q_0 = Q_H(\chi + 1).$$

Если резонатор представлен в виде эквивалентной схемы последовательного типа, то  $\chi = \frac{Z_0}{R} = \frac{1}{r} = 0,504$  (недосвязь),  $Q_0 = Q_H(\chi + 1) = 495$ ,  $Q_{вн} = \frac{Q_0}{\chi} = 982$ .

Если резонатор представлен в виде эквивалентной схемы параллельного типа:  $\chi = \frac{R}{Z_0} = r = 1,985$  (пересвязь),  $Q_0 = Q_H(\chi + 1) = 982$ ,  $Q_{вн} = \frac{Q_0}{\chi} = 495$ .

**Задача П.23.** Выражение для невозмущённого колебания вида  $H_{101}$ :

$$E_y = -C \frac{\omega \mu_0 a d}{(a^2 + d^2)} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi z}{d},$$

$$H_x = \frac{i C a d}{(a^2 + d^2)} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi z}{d},$$

$$H_z = iC \cos \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi z}{d}.$$

Тогда числитель в выражении теоремы малых возмущений

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega} = \frac{-\int_{V_0} (\Delta \varepsilon E E_0 + \Delta \mu H H_0) dv}{\int_{V_0} (\varepsilon E E_0 + \mu H H_0) dv}$$

равен

$$\begin{aligned} & \int_{V_0} (\Delta \varepsilon E E_0 + \mu H H_0) dv = \\ & = (\mu_r - 1) \mu_0 \int_{x=0}^a \int_{y=0}^b \int_{z=0}^l (|H_x|^2 + |H_z|^2) dx dy dz = \\ & = (\mu_r - 1) \mu_0 \frac{ab}{2} C^2 \int_{z=0}^l \left( \frac{1}{\left(\frac{kZ_{\text{CT}}}{k_z}\right)^2} \cos^2 \frac{\pi z^2}{d} + \frac{\pi^2}{k^2 Z_{\text{CT}}^2 a^2} \sin^2 \frac{\pi z^2}{d} \right) dz = \\ & = (\mu_r - 1) \mu_0 \frac{ab}{2} C^2 \left[ \frac{1}{\left(\frac{kZ_{\text{CT}}}{k_z}\right)^2} \left( \frac{z}{2} - \frac{\sin 2\pi z/d}{2\pi/d} \right) \right]_0^l + \\ & \quad + \frac{\pi^2}{k^2 Z_{\text{CT}}^2 a^2} \left( \frac{z}{2} - \frac{\sin \frac{2\pi z}{d}}{4\pi/d} \right) \Big|_0^l = \\ & = \\ & (\mu_r - 1) \mu_0 \frac{ab}{2} C^2 \left[ \frac{\tau}{2Z_{\text{CT}}^2} + \frac{k_z^2 - \pi^2/a^2}{k^2 Z_{\text{CT}}^2} \frac{d}{4\pi} \sin \frac{2\pi\tau}{d} \right]. \end{aligned}$$

Знаменатель в выражении теоремы малых возмущений равен  $\frac{ad\varepsilon\varepsilon_0 C^2}{2}$ . Окончательно имеем

$$\begin{aligned} \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} & = \frac{-(\mu_r - 1)abZ_{\text{CT}}^2 \left[ \frac{\tau}{2Z_{\text{CT}}^2} + \frac{k_z^2 - \pi^2/a^2}{k^2 Z_{\text{CT}}^2} \frac{d}{4\pi} \sin \frac{2\pi\tau}{d} \right]}{abd} = \\ & = \frac{-(\mu_r - 1)}{d} \left( \frac{\tau}{2} + \frac{k_z^2 - \pi^2/a^2}{k^2} \frac{d}{4\pi} \sin \frac{2\pi\tau}{d} \right). \end{aligned}$$

При  $\tau \ll d$  выражение сокращается до

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \cong -(\mu_r - 1) \left(\frac{\tau}{d}\right) \left(\frac{k_z^2}{k^2}\right)$$

**Задача П.24.** Как показано на рис. П.19, штырь расположен при  $x = \frac{a}{2}, z = 0$ . Составляющие электрического и магнитного полей в этом месте для колебаний типа  $H_{101}$  будут

$$E_y = 0, H_x = \frac{-iA}{x}, z = \frac{k_0 n_0}{k_z},$$

где  $z = k_0 z_0 / k_{z_0}$ ,  $z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ .

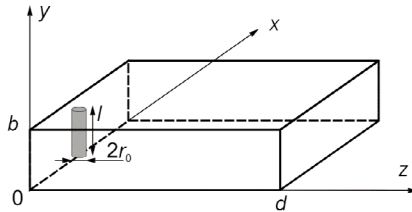


Рис. П.19. Призматический резонатор

Таким образом,

$$\int_{\Delta V} (\mu |\overline{H_0}|^2 - \epsilon |\overline{E_0}|^2) dV = \mu_0 \frac{\Lambda^2}{Z^2} \Delta V; \quad \Delta V = \pi l r_0^2,$$

$$\int_{\Delta V} (\mu |\overline{H_0}|^2 + \epsilon |\overline{E_0}|^2) dV = \frac{V_0 \epsilon_0 \Lambda^2}{2}.$$

Согласно формуле малых возмущений изменение резонансной частоты записывается в виде

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \cong \frac{-\int_{V_0} (\Delta \epsilon |\overline{E_0}|^2 + \Delta \mu |\overline{H_0}|^2) dV}{\int_{V_0} (c\epsilon + \mu |\overline{H_0}|^2) dV}.$$

Подставляя в эту формулу приведенные интегралы, получим

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = \frac{2\mu_0 \Delta V}{Z^2 \epsilon_0 V_0} = \frac{2z_0^2 \Delta V k_z^2}{k_0^2 z_0^2 V_0} = \frac{2k_z^2 \Delta V}{k_0^2 V_0}.$$

Наблюдается увеличение резонансной частоты.

### III. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ И ПРИМЕРЫ ЕГО РЕШЕНИЯ

#### ВАРИАНТЫ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

Для указанного преподавателем варианта домашнего задания в соответствии с табл. III.1 или III.2 выбрать тип волны в волноводе прямоугольного или круглого сечения и выполнить следующие задачи:

1. Вывести аналитические выражения составляющих электрического и магнитного полей.
2. Зарисовать эпюры составляющих поля по координатным осям.
3. Зарисовать силовые линии электрического и магнитного полей в волноводе.
4. Вывести выражения амплитуд составляющих поля через мощность  $P$  и радиус волновода  $R$ .
5. Вывести выражение коэффициента затухания  $\alpha$ .
6. Зарисовать картину токов в стенках волновода.
7. Предложить метод возбуждения такой волны в волноводе.
8. Рассчитать мощность, при которой в волноводе возникнет пробой. При этой мощности вычислить амплитуды плотностей токов в стенках волновода и коэффициент затухания. Напряженность поля, при которой возникает пробой, равна  $E_{пр} = 30$  кВ/см. Удельное сопротивление стенок волновода указано в табл. III.1 и III.2.

Таблица III.1

#### Волновод прямоугольного сечения

Тип волны	Вариант	Частота, ГГц	$a$ , мм	$b$ , мм	$\rho, \times 10^{-8}$ Ом·м
$H_{10}$	1.1	2	90	45	2,8
	1.2	3	72	34	1,75
	1.3	7	35	16	1,75
	1.4	9	23	10	1,75
	1.5	1,3	165	82,5	2,8

Тип волны	Вариант	Частота, ГГц	$a$ , мм	$b$ , мм	$\rho, \times 10^{-8}$ Ом·м
$H_{20}$	2.1	20	17	8	1,75
	2.2	18	23	10	1,75
	2.3	13	28	12,5	1,75
	2.4	8	29	13	1,75
	2.5	4	165	82,5	1,75
$H_{01}$	3.1	4,2	72	34	1,75
	3.2	16	35	16	1,75
	3.3	15	28	12,5	1,75
	3.4	10	23	10	1,75
	3.5	3,8	165	82,5	1,75
$E_{11}$	4.1	5	72	34	1,75
	4.2	20	23	10	1,75
	4.3	19	28	12,5	1,75
	4.4	12	23	10	1,75
	4.5	4,6	165	82,5	1,75

Таблица III.2

**Волновод круглого сечения**

Тип волны	Вариант	Частота, ГГц	$2R$ , мм	$\rho, \times 10^{-8}$ Ом·м
$H_{11}$	1.1	2	100	1,75
	1.2	3,5	60	1,75
	1.3	4,8	55	2,80
	1.4	5,2	40	2,80
	1.5	8,4	25	1,47
$E_{01}$	2.1	3,2	80	1,75
	2.2	5,0	50	1,75
	2.3	2,7	120	2,80
	2.4	10	30	1,75
	2.5	8,2	40	1,75
	2.6	15	20	1,47
$H_{01}$	3.1	3,2	140	2,80
	3.2	5,8	80	1,75
	3.3	14	30	1,75

Тип волны	Вариант	Частота, ГГц	$2R$ , мм	$\rho, \times 10^{-8}$ Ом·м
$H_{01}$	3.4	18	22	1,47
	3.5	22	20	1,47
$E_{11}$	4.1	4,3	100	1,75
	4.2	3,2	140	2,80
	4.3	8	60	1,75
	4.4	22	20	1,75
	4.5	7	40	1,47

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

### Задание III.1. Волна типа $H_{01}$ в волноводе прямоугольного сечения

1. Вывод выражений составляющих электрического и магнитного полей для волны  $H_{01}$  в волноводе прямоугольного сечения.

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0,$$

$$\Delta = \frac{\partial}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z.$$

Для компоненты  $E_z$ :

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + k^2 E_z = 0.$$

Представим  $E_z = X(x)Y(y)Z(z)e^{i\omega t}$ . Тогда

$$YZ \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + XZ \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + XY \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + XYZ k^2 = 0.$$

После деления этого уравнения на  $XYZ$  получим систему:

$$\begin{cases} \frac{1}{X} X'' = -k_x^2; \\ \frac{1}{Y} Y'' = -k_y^2; \\ \frac{1}{Z} Z'' = \gamma. \end{cases}$$

Решения этих уравнений могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} X &= C_1 e^{ik_x x} + C_2 e^{-ik_x x}, \\ Y &= C_3 e^{ik_y y} + C_4 e^{-ik_y y}, \\ Z &= C_5 e^{-\gamma z} + C_6 e^{\gamma z}. \end{aligned}$$

Преобразуем полученные выражения к виду:

$$\begin{aligned} X &= B_1 \cos(k_x x - \varphi), \\ Y &= B_2 \cos(k_y y - \psi). \end{aligned}$$

Произведение  $X$  на  $Y$ , представляющее собой функцию распределения поля в поперечном сечении линии передач обозначим  $F_1(x, y)$ . Тогда общее решение волнового уравнения для  $E_z$  можно записать в виде

$$E_z = C_5 F_2(x, y) e^{-\gamma z} e^{i\omega t} + C_6 F_1(x, y) e^{(\gamma z)}.$$

Аналогичные выражения могут быть получены и для остальных компонент векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ .

Суперпозиция найденных решений определяет две волны с различными амплитудами, распространяющиеся в линии в противоположных направлениях. Положим, что линия имеет бесконечную протяженность и возбуждается с одного конца. Тогда, обозначив амплитудные функции векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ ,  $\vec{E}_{\text{макс}} = C_5 F_2(x, y)$  и  $\vec{H}_{\text{макс}} = C_6 F_1(x, y)$ :

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_{\text{макс}}(x, y) e^{i(\omega t - \gamma z)}, \\ \vec{H} &= \vec{H}_{\text{макс}}(x, y) e^{i(\omega t - \gamma z)}. \end{aligned} \quad (\text{III. 1.1})$$

Предположим, что конфигурация проводников, образующих линию, допускает существование электромагнитного поля, для которого оператор Лапласа в сечении равен нулю:

$$\nabla_{x,y}^2(\vec{E}, \vec{H}) = \frac{\partial^2(\vec{E}, \vec{H})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\vec{E}, \vec{H})}{\partial y^2} = 0.$$

Разложив по осям координат, получим:

$$\begin{aligned} \text{rot}_x \vec{H} &= i\omega \epsilon \epsilon_0 E_x, & \text{rot}_z \vec{H} &= i\omega \epsilon \epsilon_0 E_z, & \text{rot}_y \vec{H} &= i\omega \epsilon \epsilon_0 E_y, \\ \text{rot}_y \vec{E} &= -i\omega \mu \mu_0 H_y, & \text{rot}_x \vec{E} &= -i\omega \mu \mu_0 H_x, \\ \text{rot}_z \vec{E} &= -i\omega \mu \mu_0 H_z. \end{aligned}$$

Используя (III.2.1) и выполняя операцию дифференцирования по  $z$ , получим:

$$E_x = \frac{1}{i\omega \epsilon \epsilon_0} \left( \frac{\partial H_z}{\partial y} + ik_z H_x \right), \quad E_y = \frac{1}{i\omega \epsilon \epsilon_0} \left( -\frac{\partial H_z}{\partial x} + ik_z H_y \right),$$

$$E_z = \frac{1}{i\omega\epsilon\epsilon_0} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right),$$

$$H_x = \frac{1}{i\omega\mu\mu_0} \left( \frac{\partial E_z}{\partial y} + ik_z E_y \right), \quad H_y = -\frac{1}{i\omega\mu\mu_0} \left( \frac{\partial H_z}{\partial x} - ik_z E_x \right),$$

$$H_z = -\frac{1}{i\omega\mu\mu_0} \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right).$$

Отсюда

$$E_x = -\frac{1}{k^2 - k_z^2} \left( i\omega\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial y} + ik_z \frac{\partial E_z}{\partial x} \right),$$

$$E_y = \frac{1}{k^2 - k_z^2} \left( i\omega\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial x} - ik_z \frac{\partial E_z}{\partial y} \right),$$

$$H_x = -\frac{1}{k^2 - k_z^2} \left( i\omega\epsilon\epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial y} - ik_z \frac{\partial H_z}{\partial x} \right),$$

$$H_y = -\frac{1}{k^2 - k_z^2} \left( i\omega\epsilon\epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial x} + ik_z \frac{\partial H_z}{\partial y} \right).$$

Преобразуем выражения к виду

$$E_x = -\frac{i}{k^2 - k_z^2} \omega\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial y}, \quad E_y = \frac{i}{k^2 - k_z^2} \omega\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial x},$$

$$H_x = -\frac{ik_z}{k^2 - k_z^2} \frac{\partial H_z}{\partial x}, \quad H_y = -\frac{ik_z}{k^2 - k_z^2} \frac{\partial H_z}{\partial y}.$$

Полагая, что решение для  $H_z$  известно в виде

$$H_z = H_{z \text{ макс}}(x, y) e^{i(\omega t - k_z z)},$$

где  $H_{z \text{ макс}} = C \cos(k_x x - \varphi) \cos(k_y y - \psi)$ , и дифференцируя по  $x$  и  $y$ , находим:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_x = iC \frac{\omega\mu\mu_0}{k^2 - k_z^2} k_y \cos(k_x x - \varphi) \sin(k_y y - \psi); \\ E_y = -iC \frac{\omega\mu\mu_0}{k^2 - k_z^2} k_x \sin(k_x x - \varphi) \sin(k_y y - \psi); \\ H_x = iC \frac{k_z k_x}{k^2 - k_z^2} \sin(k_x x - \varphi) \cos(k_y y - \psi); \\ H_y = iC \frac{k_z k_y}{k^2 - k_z^2} \cos(k_x x - \varphi) \cos(k_y y - \psi). \end{array} \right. \quad (\text{III. 1.2})$$

Запишем граничные условия для векторов поля на стенках волновода:  $E_\tau = 0$ ,  $H_n = 0$ . Получаем

$$\begin{cases} E_x = 0 \text{ при } y = 0 \text{ и } y = b; \\ E_y = 0 \text{ при } x = 0 \text{ и } x = a. \end{cases}$$

Приняв  $E_x = 0$ , при  $y = 0$  находим:  $\sin(-\psi) = 0$  или  $\psi = \pm\pi$ .  
 Приняв  $E_x = 0$ , при  $y = b$  находим:  $k_y = \pi n/b$ , где  $n = 0, \pm 1, \dots$   
 Приняв  $E_y = 0$ , при  $x = 0$  и  $x = a$ , получим  $\varphi = 0$  и  $k_x = \pi m/b$ ,  
 где  $m = 0, \pm 1, \dots$

Подставив значения найденных постоянных, запишем выражения (III.1.2) в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_x = iC \frac{\omega\mu\mu_0}{k_{кр}^2} \frac{\pi n}{b} \cos \frac{\pi m}{a} x \sin \frac{\pi n}{b} y; \\ E_x = -iC \frac{\omega\mu\mu_0}{k_{кр}^2} \frac{\pi m}{a} \sin \frac{\pi m}{a} x \cos \frac{\pi n}{b} y; \\ H_x = iC \frac{k_z}{k_{кр}^2} \frac{\pi m}{a} \sin \frac{\pi m}{a} x \cos \frac{\pi n}{b} y; \\ H_y = iC \frac{k_z}{k_{кр}^2} \frac{\pi n}{b} \cos \frac{\pi m}{a} x \sin \frac{\pi n}{b} y; \\ H_z = C \cos \frac{\pi m}{a} x \cos \frac{\pi n}{b} y. \end{array} \right.$$

Для волны  $H_{01}$  в волноводе прямоугольного сечения получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_x = iC \frac{\omega\mu\mu_0}{k_{кр}^2} \frac{\pi}{b} \sin \left( \frac{\pi}{b} y \right); \\ H_y = iC \frac{k_z}{k_{кр}^2} \frac{\pi}{b} \sin \left( \frac{\pi}{b} y \right); \\ H_z = C \cos \left( \frac{\pi}{b} y \right). \end{array} \right. \quad (\text{III. 1.3})$$

2. Эпюры составляющих поля по координатным осям показаны на рис. III.1.1.

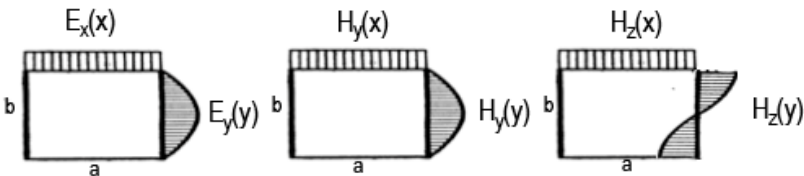


Рис. III.1.1. Эпюры поля по координатным осям для волны  $H_{01}$  в волноводе прямоугольного сечения

3. Силовые линии электрического и магнитного полей в волноводе показаны на рис. III.1.2: линии  $E$  – сплошные,  $H$  – штриховые.

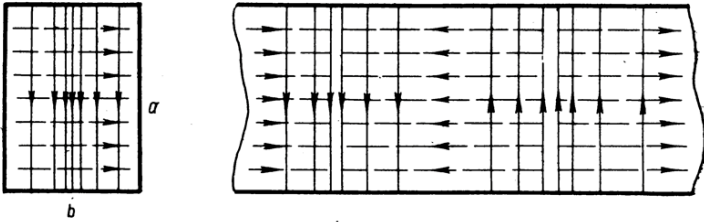


Рис. III.1.2. Силовые линии электрического и магнитного полей для волны  $H_{01}$  в волноводе прямоугольного сечения

4. Выражения амплитуд составляющих поля через мощность  $P$  и размеры волновода:

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_0^a \int_0^b (E_x H_y^* - E_y H_x^*) dx dy =$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_0^a \int_0^b \left( C^2 \frac{\omega \mu_0 k_z}{k_{\text{кр}}^4} \frac{\pi^2}{b^2} \sin^2 \frac{\pi}{b} x \right) dx dy = \frac{C^2 \pi^2 \omega \mu_0 k_z}{4 k_{\text{кр}}^2} \frac{a}{b},$$

откуда  $C = \frac{2}{\pi} k_{\text{кр}}^2 \sqrt{\frac{Pb/a}{\omega \mu_0 k_z}}$ .

Заменим в (III.1.3) постоянную  $C$  на ее значение и выразим составляющие амплитуд:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{x\text{max}} = 2 \sqrt{\frac{P}{ab}} \frac{\sqrt{Z_{cT}}}{\sqrt[4]{1 - \frac{\lambda^2}{\epsilon \mu \lambda_{\text{кр}}^2}}}; \\ H_{y\text{max}} = 2 \sqrt{\frac{P}{ab}} \frac{\sqrt[4]{1 - \frac{\lambda^2}{\epsilon \mu \lambda_{\text{кр}}^2}}}{\sqrt{Z_{cT}}}; \\ H_{z\text{max}} = \frac{2}{\pi} k_{\text{кр}}^2 \sqrt{\frac{Pb/a}{\omega \mu_0 k_z}}. \end{array} \right.$$

5. Вывод выражения коэффициента затухания  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{1}{4P\sigma_{\text{ст}}\delta} \frac{\partial}{\partial z} \int |H_{\tau}|^2 dS,$$

$$H_{\tau} = 2 \int_0^b |j_y|^2 dy + 2 \int_0^b |j_z|^2 dy + 2 \int_0^a |j_x|^2 dx,$$

$$j_z(a) = 0, \quad j_z(b) = iC \frac{k_z}{k_{\text{кр}}^2} \frac{\pi}{b} \sin \frac{\pi}{b} y,$$

$$j_y(b) = C \cos \frac{\pi}{b} y, \quad j_x(a) = C,$$

$$\alpha_{H_{01}} = \frac{1}{\sigma_{\text{ст}}\delta Z_{\text{сГ}} b} \frac{1 + 2a/b(\lambda/\lambda_{\text{кр}})^2}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{\text{кр}})^2}}.$$

6. Картина токов в стенках волновода показана на рис. III.1.3.

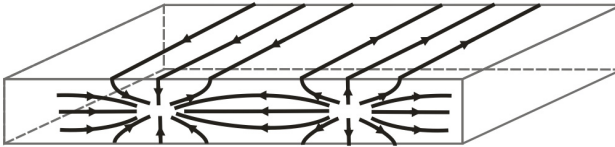


Рис. III.1.3. Картина токов в стенках волновода прямоугольного сечения

7. Устройство для возбуждения волны типа  $H_{01}$  в волноводе показано на рис. III.1.4, а и б.

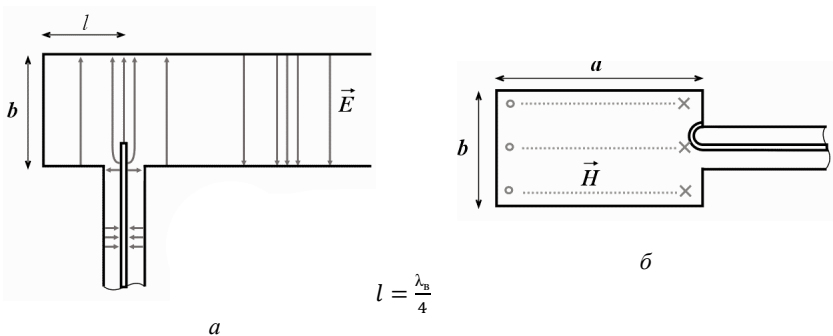


Рис. III.1.4. Устройства в виде штыря (а) и в виде петли связи (б) для возбуждения волны типа  $H_{01}$  в волноводе

8. Расчет коэффициента затухания в стенках волновода для волны типа  $H_{01}$  в медном волноводе прямоугольного сечения с размерами  $a = 28$  мм и  $b = 12,5$  мм на частоте 16 ГГц, а также мощности, при которой в волноводе будет пробой ( $E_{пр} = 30$  кВ/см). При этой мощности вычисление амплитуды плотности токов в стенках волновода.

Дано:  $a = 28$  мм,  $b = 12,5$  мм,  $f = 16$  ГГц,  $E_{пр} = 30$  кВ/см,  
 $\sigma_{ст Cu} = 5,6 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{Ом}\cdot\text{м}}$ ,  $\mu_{ст} = 1$ .

Решение:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma_{ст}}} = 5,3 \cdot 10^{-7} \text{ м},$$

$$\lambda_{кр} = 2b = 12,5 \text{ мм} = 0,025 \text{ м},$$

$$k_{кр} = \frac{2\pi}{\lambda_{кр}} = \frac{\pi}{b} = 251,2 \text{ м}^{-1},$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = 0,0187 \text{ м},$$

$$Z_{сТ} = \sqrt{\frac{\mu \mu_0}{\varepsilon \varepsilon_0}} \approx 377 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \approx 377 \text{ Ом}.$$

Используя приведённое в п. 5 выражение, получим

$$\alpha_{H_{01}} = \frac{1}{\sigma_{ст} \delta Z_{сТ} b} \frac{1 + \frac{2a}{b \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}} =$$

$$= \frac{1}{5,6 \cdot 10^7 \cdot 5,3 \cdot 10^{-7} \cdot 377 \cdot 12,5 \cdot 10^{-3}} \frac{1 + 2 \cdot \frac{28}{12,5 \left(\frac{0,0187}{0,025}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{0,0187}{0,025}\right)^2}} =$$

$$= 0,097 \text{ м}^{-1}$$

Используя приведённое в п. 4 выражение, получим

$$P_{пр} = \frac{E_{пр}^2 ab}{4 \cdot Z_{сТ}} \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2} =$$

$$= \frac{(30 \cdot 10^5)^2 28 \cdot 12,5 \cdot 10^{-6}}{1508} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0,0187}{0,025}\right)^2} = 1,4 \text{ МВт.}$$

Для амплитуды плотности тока в стенках волновода известно:

$$j = \frac{di}{dl} = |H_\tau|, \quad k_z = \frac{2\pi}{\lambda_b}, \quad \lambda_b = \frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon\mu - (\lambda/\lambda_{кр})^2}};$$

$$k_z = \frac{2\pi \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}}{\lambda} = 223 \text{ м}^{-1}.$$

В нашем случае

$$j_{y\max} = |H_z| = \frac{2}{\pi} k_{кр}^2 \sqrt{\frac{P_{пр} b/a}{\omega \mu_0 k_z}} =$$

$$= \frac{2}{\pi} 251,2^2 \sqrt{\frac{1,4 \cdot 10^6 \cdot 12,5}{6,28 \cdot 16 \cdot 10^9 \cdot 1,25 \cdot 223 \cdot 28}} = 6 \text{ кА/м,}$$

$$j_{z\max} = |H_y| = 2 \frac{P_{пр}^4 \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_{кр}^2}}}{ab \sqrt{Z_{сТ}}} =$$

$$= 2 \sqrt{\frac{1,4 \cdot 10^6}{28 \cdot 12,5 \cdot 10^{-6}}} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{0,0187}{0,025}\right)^2}}{\sqrt{377}} = 5,3 \text{ кА/м,}$$

$$j_{x\max} = |H_x| = C = \frac{2}{\pi} k_{кр}^2 \sqrt{\frac{P_{пр} b/a}{\omega \mu_0 k_z}} = 6 \text{ кА/м.}$$

### Задание III.2. Волна типа $E_{11}$ в волноводе прямоугольного сечения

1. Вывод выражений составляющих электрического и магнитного полей. Распределение полей в волноводе может быть найдено путем решения системы уравнений Максвелла при заданных граничных условиях на стенках волновода.

Разместим прямоугольную систему координат так, как показано на рис. III.2.1. В этом случае верхняя и нижняя стенки волновода находятся в плоскостях  $y = 0$  и  $y = b$ , а боковые – в плоскостях  $x = 0$  и  $x = a$ . Уравнение

$$\nabla_{\perp}^2 \Psi(\xi, \eta) + \chi^2 \Psi(\xi, \eta) = 0 \quad (\text{III.2.1})$$

в декартовой системе координат имеет следующий вид:

$$\partial^2 \Psi(x, y) / \partial x^2 + \partial^2 \Psi(x, y) / \partial y^2 + \chi^2 \Psi(x, y) = 0. \quad (\text{III.2.2})$$

При интегрировании уравнения (III.2.2) воспользуемся методом Фурье. Представим функцию  $\Psi(x, y)$  в виде произведения двух функций  $X(x)$  и  $Y(y)$ , каждая из которых зависит только от одной пространственной переменной:

$$\Psi(x, y) = X(x)Y(y). \quad (\text{III.2.3})$$

Подставим (III.2.3) в (III.2.2) и выполним частное дифференцирование:

$$Y(y)\partial^2 X(x) / \partial x^2 + X(x)\partial^2 Y(y) / \partial y^2 + \chi^2 X(x)Y(y) = 0. \quad (\text{III.2.4})$$

Перейдя в (III.2.4) от частных дифференциалов к обыкновенным и поделив его почленно на произведение  $X(x)Y(y)$ , получаем

$$(1 / X(x))d^2 X(x) / dx^2 + (1 / Y(y))d^2 Y(y) / dy^2 = -\chi^2. \quad (\text{III.2.5})$$

Приравняем первый член уравнения (III.2.5) постоянному коэффициенту  $-k_x^2$ , а второй – постоянному коэффициенту  $-k_y^2$ . В этом случае уравнение (III.2.5) может быть представлено в виде системы из трех более простых уравнений:

$$d^2 X(x) / dx^2 + k_x^2 X(x) = 0, \quad (\text{III.2.6})$$

$$d^2 Y(y) / dy^2 + k_y^2 Y(y) = 0, \quad (\text{III.2.7})$$

$$k_x^2 + k_y^2 = \chi^2. \quad (\text{III.2.8})$$

Уравнения (III.2.6) и (III.2.7) являются обыкновенными однородными дифференциальными уравнениями второго порядка, решениями которых являются комбинации показательных либо тригонометрических функций и постоянных коэффициентов.

Решение уравнения (III.2.6) для рассматриваемого случая будет иметь следующий вид:

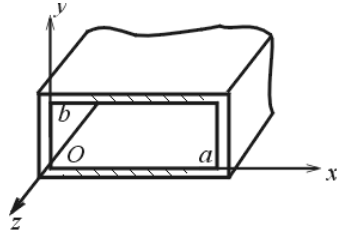


Рис III.2.1. Система координат прямоугольного волновода

$$X(x) = C \cos(k_x x) + D \sin(k_x x). \quad (\text{III.2.9})$$

В это выражение входят постоянные коэффициенты  $C$ ,  $D$  и  $k$  для определения которых необходимо воспользоваться граничным условием  $\dot{E}_\tau = 0$ .

Граничное условие  $E_\tau = 0$  для выбранного расположения декартовой системы координат относительно стенок волновода преобразуется в следующие условия для составляющей  $E_\tau = 0$  при  $x = 0$ ,  $x = a$ ,  $y = 0$  и  $y = b$ . Применительно к уравнению (III.2.9) это означает, что при  $x = 0$  и  $x = a$  правая часть уравнения должна обращаться в ноль.

Первое условие может быть выполнено только в том случае, если  $C = 0$ , а второе – если  $k_x = m\pi/a$ , где  $m$  – любое целое положительное число;  $a$  – поперечный размер широкой стенки волновода. Используя граничные условия, уравнение (III.2.9) приводим в следующий вид:

$$X(x) = D \sin(k_x x) = D \sin((m\pi/a)x). \quad (\text{III.2.10})$$

Проведя аналогичные операции с уравнением (III.2.7), получаем

$$Y(y) = B \sin(k_y y) = B \sin((n\pi/b)y), \quad (\text{III.2.11})$$

где  $B$  – постоянный коэффициент,  $k_y = n\pi/a$  – постоянный коэффициент,  $n$  – любое целое положительное число,  $b$  – поперечный размер узкой стенки волновода.

Подставив (III.2.10) и (III.2.11) в (III.2.3), имеем

$$\Psi(x, y) = BD \sin((m\pi/a)x) \sin((n\pi/b)y). \quad (\text{III.2.12})$$

Подставив (III.2.12) в  $E(\zeta, n, z) = E(\zeta, n) A^E \exp(-ik_z z)$  и обозначив произведение коэффициентов  $B$ ,  $D$  и  $A$  как  $E_0$ , получим окончательное решение волнового уравнения для продольной составляющей вектора напряженности электрического поля  $E$ -волн в прямоугольном волноводе:

$$E_z(x, y, z) = E_0 \sin((m\pi/a)x) \sin((n\pi/b)y) \exp(-ik_z z). \quad (\text{III.2.13})$$

Чтобы воспользоваться уравнениями связи для определения поперечных составляющих векторов напряженности электрического и магнитного полей  $E$ -волн в прямоугольном волноводе, необходимо найти частные производные  $\partial \dot{E}_z / \partial y$  и  $\partial \dot{E}_z / \partial x$ . Вычислим их, проведя частное дифференцирование выражения (III.2.13) по переменным  $x$  и  $y$ :

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \left(\frac{m\pi}{a}\right) E_0 \cos\left(\left(\frac{m\pi}{a}\right)x\right) \sin\left(\left(\frac{n\pi}{b}\right)y\right) \exp(-ik_z z),$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = \left(\frac{n\pi}{b}\right) E_0 \sin\left(\left(\frac{m\pi}{a}\right)x\right) \cos\left(\left(\frac{n\pi}{b}\right)y\right) \exp(-ik_z z).$$

Анализ уравнения (III.2.13) и его частных производных показывает, что для  $E$ -волн целые числа  $m$  и  $n$ , входящие в выражения для коэффициентов  $k_x$  и  $k_y$ , не должны равняться нулю, так как в противном случае все составляющие векторов  $E$  и  $H$  этих волн будут равняться нулю.

Подставляя значения вычисленных частных производных в уравнения связи, получим систему уравнений для составляющих векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  поперечно-магнитных волн ( $E$ -волн) в прямоугольном волноводе:

$$\begin{aligned} E_x &= -iE_{0x} \cos(k_x x) \sin(k_y y) \exp(-ik_z z) = -iE_x(x, y) \exp(-ik_z z), \\ E_y &= -iE_{0y} \sin(k_x x) \cos(k_y y) \exp(-ik_z z) = -iE_y(x, y) \exp(-ik_z z), \\ E_z &= E_{0z} \sin(k_x x) \sin(k_y y) \exp(-ik_z z) = -iE_z(x, y) \exp(-ik_z z), \\ H_x &= iH_{0x} \sin(k_x x) \cos(k_y y) \exp(-ik_z z) = -iH_x(x, y) \exp(-ik_z z), \\ H_y &= -iH_{0y} \cos(k_x x) \sin(k_y y) \exp(-ik_z z) = -iH_y(x, y) \exp(-ik_z z), \\ H_z &= 0, \end{aligned} \quad (\text{III.2.14})$$

где  $E_x(x, y)$ ,  $E_y(x, y)$ ,  $E_z(x, y)$ ,  $H_x(x, y)$ ,  $H_y(x, y)$ ,  $H_z(x, y)$  – амплитуды векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ ,  $E_{0x}$ ,  $E_{0y}$ ,  $E_{0z}$ ,  $H_{0x}$ ,  $H_{0y}$  – максимальные значения этих амплитуд.

Подставим значения  $E_{0x}$ ,  $E_{0y}$ ,  $E_{0z}$ ,  $H_{0x}$ ,  $H_{0y}$  в уравнения и, опустив множитель  $\exp(-ik_z z)$ , получим:

$$\begin{aligned} E_x &= -iC \frac{k_z}{k_{\text{кр}}^2} \frac{\pi}{a} \cos \frac{\pi}{a} x \sin \frac{\pi}{b} y; \\ E_y &= -iC \frac{k_z}{k_{\text{кр}}^2} \frac{\pi}{b} \sin \frac{\pi}{a} x \cos \frac{\pi}{b} y; \\ E_z &= iC \sin \frac{\pi}{a} x \sin \frac{\pi}{b} y; \\ H_x &= iC \frac{\omega \epsilon \epsilon_0}{k_{\text{кр}}^2} \frac{\pi}{b} \sin \frac{\pi}{a} x \cos \frac{\pi}{b} y; \\ H_y &= -iC \frac{\omega \epsilon \epsilon_0}{k_{\text{кр}}^2} \frac{\pi}{a} \cos \frac{\pi}{a} x \sin \frac{\pi}{b} y. \end{aligned} \quad (\text{III.2.15})$$

2. Эпюры составляющих поля по координатным осям представлены на рис. III.2.2.

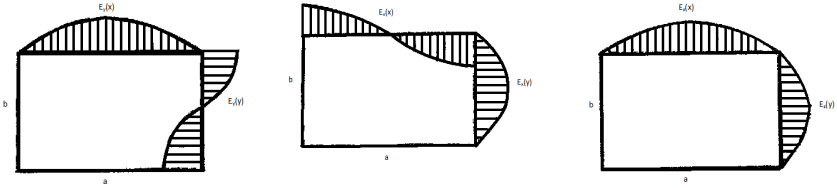


Рис. III.2.2. Эпюры составляющих поля по координатным осям для волны  $E_{11}$  в волноводе прямоугольного сечения

3. Силовые линии электрического и магнитного полей в волноводе показаны на рис. III.2.3.

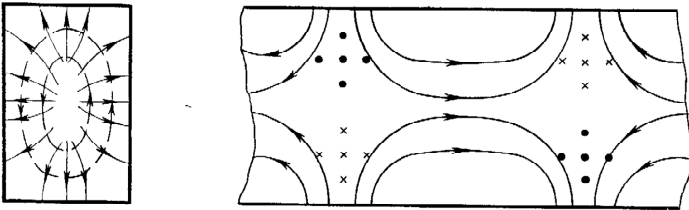


Рис. III.2.3. Силовые линии электрического и магнитного полей в волноводе для волны  $E_{11}$  в волноводе прямоугольного сечения

4. Вывод выражений амплитуд составляющих поля через мощность  $P$  и размеры волновода  $a$  и  $b$ :

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \iint \vec{E} \times \vec{H}^* dS = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_0^a \int_0^b (E_x H_y^* - E_y H_x^*) dx dy, \\
 E_x H_y^* &= \frac{c^2 k_z \omega \epsilon \epsilon_0}{k_{\text{кр}}^4} \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \cos^2\left(\frac{\pi}{a} x\right) \sin^2\left(\frac{\pi}{b} y\right) E_y H_x^* = \\
 &= -\frac{C^2 k_z \omega \epsilon \epsilon_0}{k_{\text{кр}}^4} \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{a} x\right) \cos^2\left(\frac{\pi}{b} y\right) P = \\
 &= \frac{1}{2} \frac{C^2 k_z \omega \epsilon \epsilon_0 \pi^2}{k_{\text{кр}}^4} \times \\
 &\times \int_0^a \int_0^b \left( \frac{1}{a^2} \cos^2\left(\frac{\pi}{a} x\right) \sin^2\left(\frac{\pi}{b} y\right) + \frac{1}{b^2} \sin^2\left(\frac{\pi}{a} x\right) \cos^2\left(\frac{\pi}{b} y\right) \right) dx dy =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \frac{C^2 k_z \omega \epsilon \epsilon_0 \pi^2}{k_{\text{кр}}^4} \left[ \frac{1}{a^2} \int_0^a \cos^2 \left( \frac{\pi}{a} x \right) dx \int_0^b \sin^2 \left( \frac{\pi}{b} y \right) dy + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{b^2} \int_0^a \sin^2 \left( \frac{\pi}{a} x \right) dx \int_0^b \cos^2 \left( \frac{\pi}{b} y \right) dy \right], \\
&\quad \int_0^a \cos^2 \left( \frac{\pi}{a} x \right) dx = \frac{a}{\pi} \int_0^\pi \cos^2(\theta) d\theta = \frac{a}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2}, \\
&\quad \int_0^b \sin^2 \left( \frac{\pi}{b} y \right) dy = \frac{b}{\pi} \int_0^\pi \sin^2(\theta) d\theta = \frac{b}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2}, \\
&\quad \int_0^a \sin^2 \left( \frac{\pi}{a} x \right) dx = \frac{a}{\pi} \int_0^\pi \sin^2(\theta) d\theta = \frac{a}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2}, \\
&\quad \int_0^b \cos^2 \left( \frac{\pi}{b} y \right) dy = \frac{b}{\pi} \int_0^\pi \cos^2(\theta) d\theta = \frac{b}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2}, \\
P &= \frac{1}{2} \frac{C^2 k_z \omega \epsilon \epsilon_0 \pi^2}{k_{\text{кр}}^4} \left[ \frac{1}{a^2} \cdot \frac{a}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{b}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{1}{b^2} \cdot \frac{a}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{b}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2} \right] = \\
&= \frac{1}{8} \frac{c^2 k_z \omega \epsilon \epsilon_0 \pi^2}{k_{\text{кр}}^4} \frac{b^2 + a^2}{ab}, \\
c &= \sqrt{\frac{8k_{\text{кр}}^4 \cdot ab \cdot P}{\pi^2 \omega \epsilon \epsilon_0 k_z (a^2 + b^2)}}.
\end{aligned}$$

Возьмем из (III.2.15) выражения амплитуд составляющих поля и подставим туда полученное выражение для  $C$ :

$$\begin{aligned}
E_{x\text{max}} &= \sqrt{\frac{8Pk_z}{a\omega\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{b}{a^2 + b^2}}, \\
E_{y\text{max}} &= \sqrt{\frac{8Pk_z}{b\omega\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{a}{a^2 + b^2}}.
\end{aligned}$$

$$E_{z\max} = \sqrt{\frac{8k_{\text{кр}}^4 \cdot ab \cdot P}{\pi^2 \omega \varepsilon \varepsilon_0 k_z (a^2 + b^2)}},$$

$$H_{x\max} = \sqrt{\frac{8P \omega \varepsilon \varepsilon_0}{k_z b} \cdot \frac{a}{a^2 + b^2}},$$

$$H_{y\max} = \sqrt{\frac{8P \omega \varepsilon \varepsilon_0}{k_z a} \cdot \frac{b}{a^2 + b^2}}.$$

5. Вывод выражения коэффициента затухания  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{1}{4P} \cdot \frac{1}{\sigma_{\text{ст}} \delta} \frac{\partial}{\partial z} \int_S |H_t^2| dS,$$

$$\sigma_{\text{ст}} = 5,6 \cdot 10^7 (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1},$$

$$\mu_{\text{ст}} = 1, \quad \mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м.}$$

$$\lambda = \frac{c}{f}, \quad \omega = 2\pi f, \quad R_s = \sqrt{\omega \mu_{\text{ст}} \mu_0 / 2 \sigma_{\text{ст}}}.$$

$$Z_0 = \sqrt{\mu / \varepsilon} = 377 \text{ Ом}, \quad \delta = \sqrt{1 / \pi f \mu_0 \sigma_{\text{ст}}}.$$

Для стенки  $a$ :

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^a |H_t^2| dx = \left( \frac{C \omega \varepsilon \varepsilon_0 \pi}{k_{\text{кр}}^2 b} \right)^2 \int_0^a \sin^2 \left( \frac{\pi}{a} x \right) dx,$$

$$\alpha_1 = \frac{\omega \varepsilon \varepsilon_0 a^2}{k_z (a^2 + b^2) \sigma_{\text{ст}} \delta b}.$$

Для стенки  $b$ :

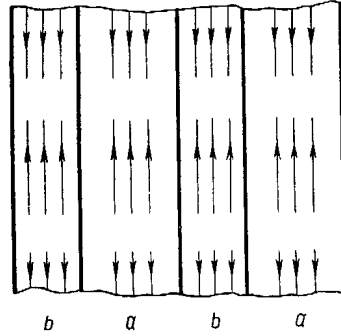
$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^b |H_t^2| dy = \left( \frac{C \omega \varepsilon \varepsilon_0 \pi}{k_{\text{кр}}^2 a} \right)^2 \int_0^b \sin^2 \left( \frac{\pi}{b} y \right) dy,$$

$$\alpha_2 = \frac{\omega \varepsilon \varepsilon_0 b^2}{k_z (a^2 + b^2) \sigma_{\text{ст}} \delta a},$$

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{\omega \varepsilon \varepsilon_0 (a^3 + b^3)}{k_z ab \sigma_{\text{ст}} \delta (a^2 + b^2)}.$$

6. Картина токов в стенках волновода показана на рис. III.2.4.

Рис. III.2.4. Картина токов в стенках для волны  $E_{11}$  в волноводе прямоугольного сечения



7. Возбуждение волны типа  $E_{11}$  в волноводе показано на рис. III.2.5.

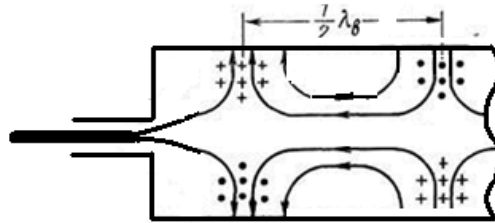


Рис. III.2.5. Возбуждение волны типа  $E_{11}$  в волноводе

8. Расчет коэффициента затухания в стенках волновода для волны типа  $E_{11}$  в медном волноводе прямоугольного сечения с размерами  $a = 72$  мм и  $b = 34$  мм на частоте 5 ГГц, а также мощности, при которой в волноводе будет пробой ( $E_{пр} = 30$  кВ/см). При этой мощности вычисление амплитуды плотности токов в стенках волновода.

Дано: волна типа  $E_{11}$ ,  $a = 72$  мм,  $b = 34$  мм,  $f = 5$  ГГц,  $E_{пр} = 30$  кВ/см,  $\sigma_{стCu} = 5,6 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{Ом}\cdot\text{м}}$ ,  $\mu_{ст} = 1$ .

Решение:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} = 0,060 \text{ м}, \quad \lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2}} = 0,0615 \text{ м},$$

$$\lambda_B = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}} = 0,2704 \text{ м},$$

$$k_z = \frac{2\pi}{\lambda_B} = 23,22 \text{ м}^{-1}, \quad k_{кр} = \frac{2\pi}{\lambda_{кр}} = 102,13 \text{ м}^{-1},$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma_{\text{ст}}}} = 0,95 \text{ мкм},$$

$$P_{\text{пр}} = \frac{1}{8} \frac{E^2 b \omega \varepsilon (a^2 + b^2)}{k_z a} = 4,0289 \text{ МВт},$$

$$j_x = 0,$$

$$j_z = C \frac{k_z \pi}{k_{\text{кр}}^2 a} = 7,3 \frac{\text{кА}}{\text{м}},$$

$$C = \frac{E k_{\text{кр}}^2 b}{k_z \pi} = 1,459 \cdot 10^7,$$

$$\alpha = \frac{1}{4P \sigma_{\text{ст}} \delta} \cdot a C^2 \left( 1 + \left( \frac{k_z \pi}{a k_{\text{кр}}^2} \right)^2 \left( 1 + \frac{2b}{a} \right) \right) = 5,9114 \cdot 10^{-7} \text{ 1/м}.$$

### Задание III.3. Волна $H_{11}$ в волноводе круглого сечения

1. Выражения составляющих электрического и магнитного полей. Волна  $H_{11}$  в волноводе круглого сечения,  $E_z = 0$ .

$$\vec{E} = E_r \vec{e}_r + E_\varphi \vec{e}_\varphi + E_z \vec{e}_z,$$

$$\vec{H} = H_r \vec{e}_r + H_\varphi \vec{e}_\varphi + H_z \vec{e}_z,$$

$$Z: \frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} + k^2 H_z = 0.$$

Положим  $H_z = R(r)\Phi(\varphi)Z(z)e^{i(\omega t - k_z z)}$ , тогда

$$\Phi Z \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \Phi Z \frac{\partial R}{\partial r} + \frac{1}{r^2} R Z \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + R \Phi \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + R \Phi Z k^2 = 0.$$

Разделим обе части уравнения на  $R \Phi Z$ :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{rR} \frac{\partial R}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + k^2 = 0.$$

Примем

$$\frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = -k_z^2; \quad \frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} = -k_\varphi^2,$$

$$k_z, k_\varphi = \text{const},$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{rR} \frac{\partial R}{\partial r} - \frac{k_\varphi^2}{r^2} - k_z^2 + k^2 = 0.$$

Умножим обе части уравнения на  $R r^2$ :

$$r^2 \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + r \frac{\partial R}{\partial r} + R[r^2(k^2 - k_z^2) - k_\varphi^2] = 0,$$

$$Z(z) = C_1 \exp(-ik_z z) + C_2 \exp(ik_z z),$$

$$\Phi(\varphi) = C_3 \exp(-ik_z z) + C_4 \exp(ik_z z),$$

$$\Phi(\varphi) = A \cos(k_\varphi \varphi - \psi), \quad k_\varphi^2 = m^2;$$

$$R(r) = C_5 J_m \left( r \sqrt{k^2 - k_z^2} \right) + C_6 N_m \left( r \sqrt{k^2 - k_z^2} \right)$$

$$C_6 = 0; \quad C_2 = 0,$$

$$k^2 - k_z^2 = k_{\text{кр}}^2:$$

$$H_z = C J_m(k_{\text{кр}} r) \cos(m\varphi - \psi) e^{i(\omega t - k_z z)},$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} = -i\omega \mu \mu_0 H_r, \quad -\frac{\partial E_z}{\partial r} = -i\omega \mu \mu_0 H_\varphi, \\ \frac{1}{r} E_\varphi + \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} = -i\omega \mu \mu_0 H_z, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = i\omega \mu \mu_0 E_r, \\ \frac{\partial H_r}{\partial r} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = i\omega \varepsilon \varepsilon_0 E_\varphi, \quad \frac{1}{r} H_\varphi + \frac{\partial H_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} = i\omega \varepsilon \varepsilon_0 E_z. \end{array} \right.$$

Возьмем производную  $\frac{\partial}{\partial z}$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} + ik_z E_\varphi = -i\omega \mu \mu_0 H_r, \quad -ik_z E_r - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -i\omega \mu \mu_0 H_\varphi, \\ \frac{1}{r} E_\varphi + \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} = -i\omega \mu \mu_0 H_z, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} + ik_z H_\varphi = i\omega \mu \mu_0 E_r, \\ -ik_z H_r - \frac{\partial H_z}{\partial r} = i\omega \varepsilon \varepsilon_0 E_\varphi, \quad \frac{1}{r} H_\varphi \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi) - \frac{1}{r} \left( \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} \right) = i\omega \varepsilon \varepsilon_0 E_z; \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_r = -\frac{i}{k_{\text{кр}}^2} \left( k_z \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\omega \mu \mu_0}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right), \quad E_\varphi = \frac{i}{k_{\text{кр}}^2} \left( -\frac{k_z}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} + \omega \mu \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial r} \right), \\ H_r = \frac{i}{k_{\text{кр}}^2} \left( \omega \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - k_z \frac{\partial H_z}{\partial r} \right), \quad H_\varphi = -\frac{i}{k_{\text{кр}}^2} \left( \omega \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{k_z}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} \right); \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_r = iC \frac{\omega \mu \mu_0}{k_{\text{кр}}^2 r} J_1(r k_{\text{кр}}) \sin(m\varphi - \psi) e^{i(\omega t - k_z z)}, \\ E_\varphi = iC \frac{\omega \mu \mu_0}{k_{\text{кр}}^2} J_1^l(r k_{\text{кр}}) \cos(m\varphi - \psi) e^{i(\omega t - k_z z)}, \\ H_r = -iC \frac{k_z}{k_{\text{кр}}} J_1^l(r k_{\text{кр}}) \cos(m\varphi - \psi) e^{i(\omega t - k_z z)}, \\ H_\varphi = iC \frac{k_z}{k_{\text{кр}} r} J_1(r k_{\text{кр}}) \sin(m\varphi - \psi) e^{i(\omega t - k_z z)}, \\ H_z = C J_1(k_{\text{кр}} r) \cos(m\varphi - \psi) e^{i(\omega t - k_z z)}; \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} E_r = iC \frac{\omega\mu\mu_0}{k_{\text{кр}}^2 r} J_1(rk_{\text{кр}}) \sin(\varphi) e^{i(\omega t - k_z z)}, \\ E_\varphi = iC \frac{\omega\mu\mu_0}{k_{\text{кр}}^2} J_1'(rk_{\text{кр}}) \cos(\varphi) e^{i(\omega t - k_z z)}, \\ H_r = -iC \frac{k_z}{k_{\text{кр}}} J_1'(rk_{\text{кр}}) \cos(\varphi) e^{i(\omega t - k_z z)}, \\ H_\varphi = iC \frac{k_z}{k_{\text{кр}}^2 r} J_1(rk_{\text{кр}}) \sin(\varphi), \\ H_z = C J_1(k_{\text{кр}} r) \cos(\varphi) e^{i(\omega t - k_z z)}. \end{cases}$$

2. Эпюры составляющих поля по координатным осям показаны на рис. III.3.1.

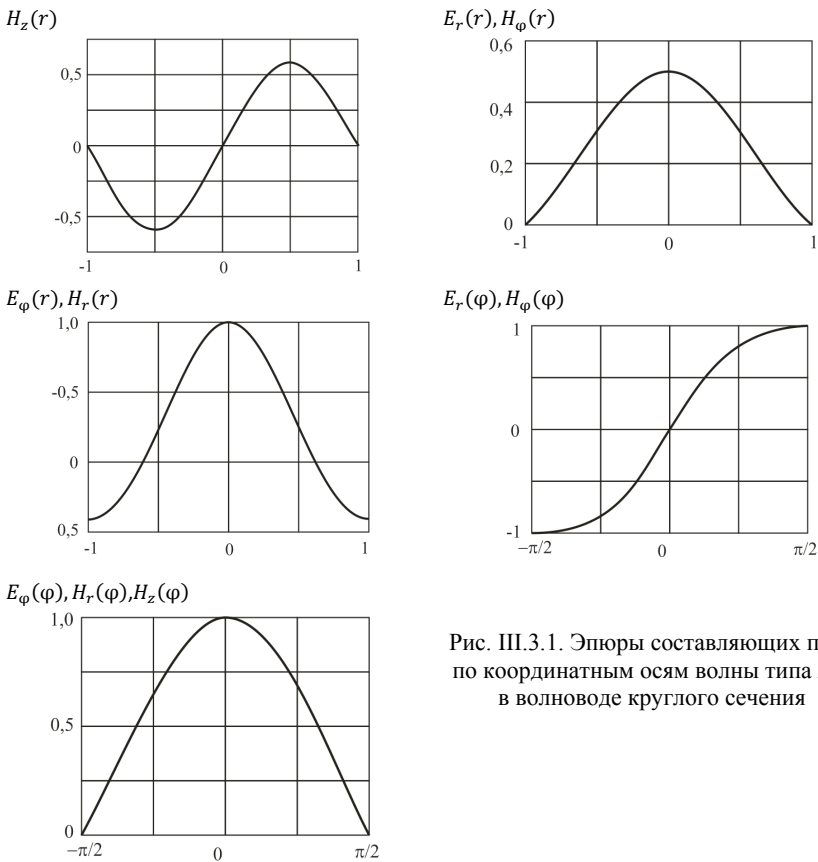


Рис. III.3.1. Эпюры составляющих поля по координатным осям волны типа  $H_{11}$  в волноводе круглого сечения

3. Силовые линии электрического и магнитного полей в волноводе

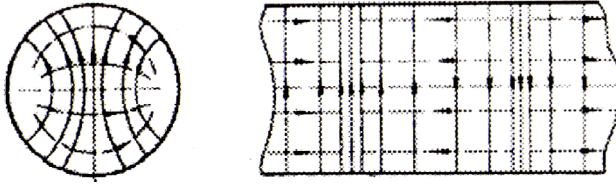


Рис. III.3.2. Силовые линии электрического и магнитного полей для волны типа  $H_{11}$  в волноводе круглого сечения

4. Выражения для амплитуд составляющих поля через мощность и радиус волновода:

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \iint_{0,0}^{R,2\pi} (E_r H_\varphi^* - E_\varphi H_r^*) r dr d\varphi = \\
 &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \iint_{0,0}^{R,2\pi} \left( C^2 \frac{\omega \mu \mu_0 k_z}{k_{\text{кр}}^4 r^2} J_1^2(r k_{\text{кр}}) \sin^2(\varphi) + \right. \\
 &\quad \left. + C^2 \frac{\omega \mu \mu_0 k_z}{k_{\text{кр}}^3} J_1^2(r k_{\text{кр}}) \cos^2(\varphi) \right) r dr d\varphi = \\
 &= \frac{1}{2} C^2 \frac{\omega \mu \mu_0 k_z}{k_{\text{кр}}^3} \left( \operatorname{Re} \iint_{0,0}^{R,2\pi} \frac{1}{k_{\text{кр}}} J_1^2(r k_{\text{кр}}) \frac{1}{r} \sin^2(\varphi) dr d\varphi + \right. \\
 &\quad \left. + \operatorname{Re} \iint_{0,0}^{R,2\pi} J_1^2(r k_{\text{кр}}) r \cos^2(\varphi) dr d\varphi \right) = \frac{1}{2} C^2 \frac{\omega \mu \mu_0 k_z}{k_{\text{кр}}^3} (I_1 + I_2), \\
 I_1 &= \frac{1}{k_{\text{кр}}} \iint_{0,0}^{R,2\pi} J_1^2(r k_{\text{кр}}) \frac{1}{r} \sin^2(\varphi) dr d\varphi = \frac{\pi}{k_{\text{кр}}} \int_0^R J_1^2(r k_{\text{кр}}) \frac{1}{r} dr = \\
 &= -\frac{\pi}{2k_{\text{кр}}} \int_0^R (J_1(k_{\text{кр}} r)^2)' dk_{\text{кр}} r + \int_0^R J_0(k_{\text{кр}} r) J_1(k_{\text{кр}} r) dk_{\text{кр}} r = \\
 &= -\frac{\pi}{2k_{\text{кр}}} [J_0(k_{\text{кр}} r)^2 + J_1(k_{\text{кр}} r)^2]_0^R = \frac{\pi}{2k_{\text{кр}}} [1 - J_0(k_{\text{кр}} R)^2].
 \end{aligned}$$

Здесь было использовано:

$$\frac{1}{z} J_1^2(z) = J_0(z) J_1(z) - \frac{J_1^2(z)}{2}.$$

Получаемое дифференцированием  $J_1^2(z)$ :

$$\begin{aligned} I_2 &= Re \iint_{0,0}^{R,2\pi} J_1^2(rk_{\text{кр}}) r \cos^2(\varphi) dr d\varphi = \pi \int_0^R (J_1^2(rk_{\text{кр}}))' r dr = \\ &= \pi \left( \int_0^R J_0^2(rk_{\text{кр}}) r dr - 2 \frac{1}{k_{\text{кр}}} \int_0^R J_0(rk_{\text{кр}}) J_1(rk_{\text{кр}}) dr + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{k_{\text{кр}}^2} \int_0^R J_1^2(rk_{\text{кр}}) \frac{1}{r} dr, \right. \end{aligned}$$

$$\int_0^R J_0^2(rk_{\text{кр}}) r dr = \left(\frac{r}{2}\right)^2 (J_0^2(rk_{\text{кр}}) + J_1^2(rk_{\text{кр}})) \Big|_0^R =$$

$$= \frac{R^2}{4} J_0^2(Rk_{\text{кр}}) \int_0^R J_0(rk_{\text{кр}}) J_1(rk_{\text{кр}}) dr =$$

$$= \frac{1}{k_{\text{кр}}} \int_0^R J_0(rk_{\text{кр}}) dJ_0(rk_{\text{кр}}) = \frac{1}{2k_{\text{кр}}} (1 - J_0^2(Rk_{\text{кр}})),$$

$$I_2 = \pi \left( \frac{R^2}{4} J_0^2(Rk_{\text{кр}}) - \frac{1}{2k_{\text{кр}}} (1 - J_0^2(Rk_{\text{кр}})) \right) =$$

$$= \frac{\pi R^2}{4} J_0^2(Rk_{\text{кр}}) - \frac{\pi}{2k_{\text{кр}}} (1 - J_0^2(Rk_{\text{кр}})),$$

$$P = \frac{1}{2} C^2 \frac{\omega \mu \mu_0 k_z}{k_{\text{кр}}^3} \left( \frac{\pi}{2k_{\text{кр}}} [1 - J_0(k_{\text{кр}} R)^2] + \frac{\pi R^2}{4} J_0^2(Rk_{\text{кр}}) - \right.$$

$$\left. - \frac{\pi}{2k_{\text{кр}}} (1 - J_0^2(Rk_{\text{кр}})) \right) = \frac{1}{2} C^2 \frac{\omega \mu \mu_0 k_z}{k_{\text{кр}}^3} \frac{\pi R^2}{4} J_0^2(Rk_{\text{кр}}),$$

$$C = \sqrt{\frac{8k_{\text{кр}}^3 P}{\omega \mu \mu_0 k_z \pi R^2 J_0^2(Rk_{\text{кр}})}}, \quad E_r = E_r \max J_1(rk_{\text{кр}}).$$

$$E_r \max = \frac{\omega \mu \mu_0}{k_{\text{кр}}^2 R} \sqrt{\frac{8k_{\text{кр}}^3 P}{\omega \mu \mu_0 k_z \pi R^2 J_0^2(Rk_{\text{кр}})}} = \sqrt{\frac{8\omega \mu \mu_0 P}{k_{\text{кр}} k_z \pi R^4 J_0^2(Rk_{\text{кр}})}},$$

$$\begin{aligned}
H_{\varphi \max} &= \frac{k_z}{k_{\text{кр}}^2 R} \sqrt{\frac{8k_{\text{кр}}^3 P}{\omega \mu \mu_0 k_z \pi R^2 J_0^2(Rk_{\text{кр}})}} = \sqrt{\frac{8k_z P}{\omega \mu \mu_0 k_{\text{кр}} \pi R^4 J_0^2(Rk_{\text{кр}})}}, \\
E_{\varphi \max} &= \frac{\omega \mu \mu_0}{k_{\text{кр}}^2} \sqrt{\frac{8k_{\text{кр}}^3 P}{\omega \mu \mu_0 k_z \pi R^2 J_0^2(Rk_{\text{кр}})}} = \sqrt{\frac{8\omega \mu \mu_0 P}{k_{\text{кр}} k_z \pi R^2 J_0^2(Rk_{\text{кр}})}}, \\
H_{r \max} &= -\frac{k_z}{k_{\text{кр}}} \sqrt{\frac{8k_{\text{кр}}^3 P}{\omega \mu \mu_0 k_z \pi R^2 J_0^2(Rk_{\text{кр}})}} = -\sqrt{\frac{8k_z k_{\text{кр}} P}{\omega \mu \mu_0 \pi R^2 J_0^2(Rk_{\text{кр}})}}, \\
H_{z \max} = C &= \sqrt{\frac{8k_{\text{кр}}^3 P}{\omega \mu \mu_0 k_z \pi R^2 J_0^2(Rk_{\text{кр}})}}.
\end{aligned}$$

5. Выражение для коэффициента затухания:

$$\begin{aligned}
\alpha &= \frac{1}{4P\sigma_{\text{сг}} \delta} \frac{\partial}{\partial z} \iint |H_{\tau}|^2 dS = \\
&= \frac{1}{4P\sigma_{\text{сг}} \delta} \left( \int_0^{2\pi} |H_{\varphi}(R)|^2 R d\varphi + \int_0^{2\pi} |H_z(R)|^2 R d\varphi \right), \\
|H_{\varphi}(R)|^2 &= \frac{8k_z k_{\text{кр}} P}{\omega \mu \mu_0 \pi R^2 J_0^2(Rk_{\text{кр}})} J_1(Rk_{\text{кр}}) \cos(\varphi)^2, \\
|H_z(R)|^2 &= \frac{8k_{\text{кр}}^3 P}{\omega \mu \mu_0 k_z \pi R^2 J_0^2(Rk_{\text{кр}})} J_1(Rk_{\text{кр}}) \cos(\varphi)^2, \\
\alpha &= \frac{1}{4P\sigma_{\text{сг}} \delta} \left( \int_0^{2\pi} \frac{8k_z k_{\text{кр}} P}{\omega \mu \mu_0 \pi R^2 J_0^2(Rk_{\text{кр}})} J_1(Rk_{\text{кр}}) \cos(\varphi)^2 R d\varphi + \right. \\
&\quad \left. + \int_0^{2\pi} \frac{8k_{\text{кр}}^3 P}{\omega \mu \mu_0 k_z \pi R^2 J_0^2(Rk_{\text{кр}})} J_1(Rk_{\text{кр}}) \cos(\varphi)^2 R d\varphi \right) = \\
&= \frac{1}{4P\sigma_{\text{сг}} \delta} \left( \frac{8k_z k_{\text{кр}} P J_1(Rk_{\text{кр}})}{\omega \mu \mu_0 R J_0^2(Rk_{\text{кр}})} + \frac{8k_{\text{кр}}^3 P J_1(Rk_{\text{кр}})}{\omega \mu \mu_0 k_z R J_0^2(Rk_{\text{кр}})} \right) = \\
&= \frac{1}{4P\sigma_{\text{сг}} \delta} \frac{8k_{\text{кр}} P J_1(Rk_{\text{кр}})}{\omega \mu \mu_0 R J_0^2(Rk_{\text{кр}})} \left( k_z + \frac{k_{\text{кр}}^2}{k_z} \right) = \\
&= \frac{2k_{\text{кр}} J_1(Rk_{\text{кр}})}{\sigma_{\text{сг}} \delta \omega \mu \mu_0 R J_0^2(Rk_{\text{кр}})} \left( k_z + \frac{k_{\text{кр}}^2}{k_z} \right).
\end{aligned}$$

6. Картина токов в стенках волновода показана на рис. III.3.3.



Рис. III.3.3. Картина токов в стенках волновода круглого сечения

7. Возбуждение волны типа  $H_{11}$  в волноводе прямоугольного сечения показано на рис. III.3.4.

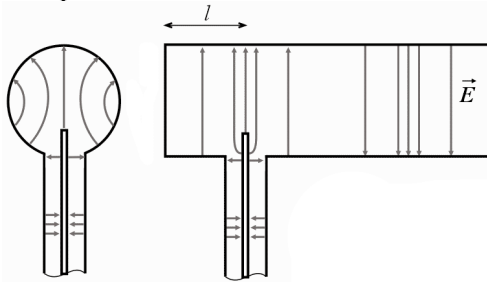


Рис. III.3.4. Возбуждение волны типа  $H_{11}$  в волноводе круглого сечения

8. Для волны типа  $H_{11}$  в волноводе круглого сечения с диаметром  $2R = 100\text{мм}$  на частоте  $2\text{ ГГц}$  рассчитайте коэффициент затухания в стенках волновода и мощность, при которой в волноводе будет пробой ( $E_{\text{пр}} = 30\text{ кВ/см}$ ). При этой мощности вычислите амплитуду плотности токов в стенках волновода.

Дано:  $R = 50\text{ мм}$ ,  $f = 2\text{ ГГц}$ ,  $E_{\text{пр}} = 30\text{ кВ/см}$ ,  $\sigma_{\text{ст}} = 5,6 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{Ом}\cdot\text{м}}$ ,  
 $\mu_{\text{ст}} = 1$ .

Решение:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma_{\text{ст}}}} = 1,504\text{ мкм},$$

$$k_{\text{кр}} = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{кр}}} = 36,9\text{ м}^{-1}, \quad k_z = \frac{2\pi f}{c} = 41,9\text{ м}^{-1},$$

$$\alpha = \frac{2k_{\text{кр}}J_1(Rk_{\text{кр}})}{\sigma_{\text{ст}}\delta\omega\mu_0R^2J_0^2(Rk_{\text{кр}})} \left( k_z + \frac{k_{\text{кр}}^2}{k_z} \right) \cdot 8,68 = 0,0424 \text{ дБ.}$$

Напряжённость  $r$ -составляющей электрического поля достигает максимума в точке  $R = 0$ . Примем  $E_{\varphi \text{ max}} = E_{\text{пр}}$ , тогда

$$E_{\varphi \text{ max}} = C \frac{\omega\mu_0}{k_{\text{кр}}}.$$

Используя ранее выведенное выражение для  $C$ , выразим  $P$  через  $E_{r \text{ max}}$ :

$$P_{\text{пр}} = \frac{1}{8} \frac{E_{\varphi \text{ max}}^2 k_z k_{\text{кр}} \pi R^2}{\omega\mu_0} J_0^2(Rk_{\text{кр}}) = 0,85 \text{ МВт.}$$

Используя выражения для амплитуд составляющих поля (см. задание 4) и задание 5 получим значения амплитуд плотностей токов в стенках волновода при найденной мощности:

$$J_z \text{ max} = \sqrt{\frac{8k_z P}{\omega\mu_0 k_{\text{кр}} \pi R^4 J_0^2(Rk_{\text{кр}})}} = 1,59 \cdot 10^4 \frac{\text{А}}{\text{м}^2},$$

$$J_{\varphi \text{ max}} = \sqrt{\frac{8k_{\text{кр}}^3 P}{\omega\mu_0 k_z \pi R^2 J_0^2(Rk_{\text{кр}})}} = 2,59 \cdot 10^4 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}.$$

### Задание III.4. Волна типа $E_{11}$ в волноводе круглого сечения

1. Вывод выражения составляющих электрического и магнитного полей.

$$\Delta \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0.$$

Оператор Лапласа в цилиндрических координатах имеет вид

$$\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Для компоненты  $E_z$ :

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + k^2 E_z = 0.$$

Решим дифференциальное уравнение методом разделения переменных.

Представим  $E_z$  в виде:

$$E_z = R(r)\Phi(\varphi)Z(z)e^{i\omega t},$$

Тогда

$$\begin{aligned} \Phi Z \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \Phi Z \frac{\partial R}{\partial r} + \frac{1}{r^2} R Z \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \Phi R \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + \Phi R Z k^2 &= 0, \\ \frac{1}{R} \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{rR} \frac{\partial R}{\partial r} + \frac{1}{\Phi r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + k^2 &= 0. \end{aligned}$$

Введём обозначения:

$$\begin{cases} \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = -k_z^2, \\ \frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} = -k_\varphi^2. \end{cases}$$

После их подстановки получим:

$$r^2 \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + r \frac{\partial R}{\partial r} + R[r^2(k^2 - k_z^2) - k_\varphi^2] = 0.$$

Решения системы запишем в виде:

$$\begin{aligned} Z(z) &= C_1 \exp(-ik_z z) + C_2 \exp(ik_z z), \\ \Phi(\varphi) &= C_3 \exp(-ik_\varphi \varphi) + C_4 \exp(ik_\varphi \varphi). \end{aligned}$$

Однозначность поля в каждой точке требует выполнения условия периодичности функции:

$$\begin{aligned} \Phi(\varphi) = \Phi(\varphi + 2\pi) &\Rightarrow \Phi(\varphi) = A \cos(m\varphi - \psi), \\ m &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

$$R(r) = C_5 J_m \left( r \sqrt{k^2 - k_z^2} \right) + C_6 N_m \left( r \sqrt{k^2 - k_z^2} \right).$$

Функция Неймана при  $r \rightarrow 0$  неограниченно возрастает. Для получения конечного значения напряжённости полей в центре волновода следует принять  $C_6 = 0$ .

С учётом  $k^2 - k_z^2 = k_{кр}^2$  окончательное выражение имеет вид:

$$Z = C J_m(k_{кр} r) \cos(m\varphi - \psi) e^{i(\omega t - k_z z)},$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

$$\text{rot} \vec{E} = -i\omega \mu_0 \vec{H},$$

$$\text{rot} \vec{H} = i\omega \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E},$$

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} = -i\omega\mu\mu_0 H_r, \\ \frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -i\omega\mu\mu_0 H_\varphi, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial(rE_\varphi)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} = -i\omega\mu\mu_0 H_z, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = i\omega\varepsilon\varepsilon_0 E_r, \\ \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = i\omega\varepsilon\varepsilon_0 E_\varphi, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial(rH_\varphi)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} = i\omega\varepsilon\varepsilon_0 E_z. \end{cases}$$

Продифференцируем выражение по  $z$  при условии

$$\frac{\partial Z}{\partial z} = -ik_z z,$$

а также, подставляя выражения для компонент поля из других уравнений, выразим поперечные составляющие поля через продольные:

$$\begin{cases} E_r = -\frac{i}{k_{\text{кр}}^2} \left[ k_z \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\omega\mu\mu_0}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right], \\ E_\varphi = \frac{i}{k_{\text{кр}}^2} \left[ -k_z \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} + \omega\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial r} \right], \\ H_r = \frac{i}{k_{\text{кр}}^2} \left[ \frac{\omega\varepsilon\varepsilon_0}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - k_z \frac{\partial H_z}{\partial r} \right], \\ H_\varphi = -\frac{i}{k_{\text{кр}}^2} \left[ \omega\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{k_z}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right]. \end{cases}$$

Компоненты для  $E$  волны ( $H_z = 0$ ):

$$\frac{\partial Z}{\partial r} = C k_{\text{кр}} J'_m(k_{\text{кр}} r) \cos(m\varphi - \theta) e^{i(\omega t - k_z z)},$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \varphi} = -C m J_m(k_{\text{кр}} r) \sin(m\varphi - \theta) e^{i(\omega t - k_z z)}$$

$$k = \omega \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0},$$

$$k^2 - k_z^2 = k_{\text{кр}}^2,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_r = -\frac{ik_z}{k_{\text{кр}}} C J'_m(k_{\text{кр}} r) \cos(m\varphi - \psi) e^{-ik_z z}, \\ E_\varphi = \frac{ik_z m}{k_{\text{кр}}^2 r} C J_m(k_{\text{кр}} r) \sin(m\varphi - \psi) e^{-ik_z z}, \\ H_r = -\frac{i\omega \varepsilon \varepsilon_0 m}{k_{\text{кр}}^2 r} C J_m(k_{\text{кр}} r) \sin(m\varphi - \psi) e^{-ik_z z}, \\ H_\varphi = -\frac{i\omega \varepsilon \varepsilon_0}{k_{\text{кр}}} C J'_m(k_{\text{кр}} r) \cos(m\varphi - \psi) e^{-ik_z z}, \\ E_z = C J_m(k_{\text{кр}} r) \cos(m\varphi - \psi) e^{-ik_z z}. \end{array} \right.$$

2. Эпюры составляющих поля по координатным осям показаны на рис. III.4.1.

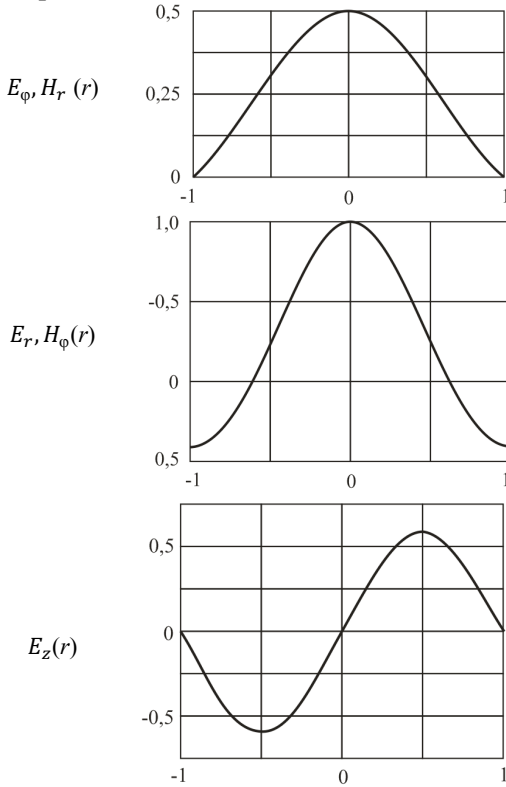


Рис. III.4.1. Эпюры составляющих поля по координатным осям для волны типа  $E_{11}$  в волноводе круглого сечения

3. Силовые линии электрического и магнитного полей в волноводе показаны на рис. III.4.2.

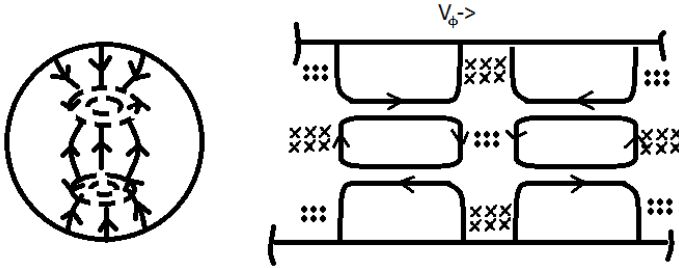


Рис. III.4.2. Силовые линии электрического и магнитного полей для волны типа  $E_{11}$  в волноводе круглого сечения

4. Вывод выражения амплитуд составляющих поля через мощность  $P$  и радиус волновода  $R$ :

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \iint (E_r H_\varphi^* - E_\varphi H_r^*) dS = \\
 &= \frac{C^2 k_z \omega \varepsilon \varepsilon_0}{2 k_{\text{кр}}^4} \int_0^{2\pi} \int_0^R [(k_{\text{кр}} J_1'(k_{\text{кр}} r) \cos(\varphi))^2 + \\
 &\quad + \left( \frac{J_1(k_{\text{кр}} r)}{r} \sin(\varphi) \right)^2] r dr d\varphi = \\
 &= \gamma \left[ k_{\text{кр}}^2 \int_0^{2\pi} \cos(\varphi)^2 d\varphi \int_0^R J_1'(k_{\text{кр}} r)^2 r dr \right] = \\
 &\quad = \gamma [k_{\text{кр}}^2 I_1 I_2 + I_3 I_4], \\
 \gamma &= \frac{C^2 k_z \omega \varepsilon \varepsilon_0}{2 k_{\text{кр}}^4}, \\
 J_1'(k_{\text{кр}} r) &= J_0(k_{\text{кр}} r) - \frac{1}{k_{\text{кр}} r} J_1(k_{\text{кр}} r), \\
 I_1 = I_3 &= \int_0^{2\pi} \cos(\varphi)^2 d\varphi = \int_0^{2\pi} \sin(\varphi)^2 d\varphi = \pi, \\
 I_4 &= \int_0^R \frac{1}{r} J_1^2(k_{\text{кр}} r) dr = \\
 &= -\frac{1}{2} \int_0^R (J_1(k_{\text{кр}} r)^2)' dk_{\text{кр}} r + \int_0^R J_0(k_{\text{кр}} r) J_1(k_{\text{кр}} r) dk_{\text{кр}} r =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{1}{2} [J_0(k_{\text{кр}}r)^2 + J_1(k_{\text{кр}}r)^2]_0^R = \frac{1}{2} [1 - J_0(k_{\text{кр}}R)^2], \\
&I_1 = \int_0^R J_1'(k_{\text{кр}}r)^2 r dr = \\
&= \int_0^R r J_0(k_{\text{кр}}r)^2 dr - 2 \frac{1}{k_{\text{кр}}} \int_0^R J_0(k_{\text{кр}}r) J_1(k_{\text{кр}}r) dr + \\
&\quad + \frac{1}{k_{\text{кр}}^2} \int_0^R \frac{J_1(k_{\text{кр}}r)^2}{r} \int_0^R r J_0(k_{\text{кр}}r)^2 dr = \\
&= \left(\frac{r}{2}\right)^2 [J_0(k_{\text{кр}}r)^2 + J_1(k_{\text{кр}}r)^2] \Big|_0^R = \\
&= \frac{R^2}{4} J_0(k_{\text{кр}}R)^2 \int_0^R J_0(k_{\text{кр}}r) J_1(k_{\text{кр}}r) dr = \\
&= -\frac{1}{k_{\text{кр}}} \int_0^R J_0(k_{\text{кр}}r) dJ_0(k_{\text{кр}}r) = -\frac{1}{2k_{\text{кр}}} J_0(k_{\text{кр}}r)^2 \Big|_0^R = \\
&= \frac{1}{2k_{\text{кр}}} (1 - J_0(k_{\text{кр}}R)^2), \\
&P = \pi \gamma [k_{\text{кр}}^2 I_1 + I_2] = \\
&= \pi \gamma \left[ \left(\frac{k_{\text{кр}}R}{2}\right)^2 J_0(k_{\text{кр}}r)^2 - (1 - J_0(k_{\text{кр}}r)^2) + 2I_2 \right] = \\
&= \pi \gamma \left[ \left(\frac{k_{\text{кр}}R}{2}\right)^2 J_0(k_{\text{кр}}r)^2 - (1 - J_0(k_{\text{кр}}r)^2) + (1 - J_0(k_{\text{кр}}r)^2) \right] = \\
&= \pi \frac{C^2 k_z \omega \varepsilon \varepsilon_0}{2k_{\text{кр}}^4} \left(\frac{k_{\text{кр}}R}{2}\right)^2 J_0(k_{\text{кр}}R)^2, \\
&C = \sqrt{\frac{2k_{\text{кр}}^4 P}{\pi k_z \omega \varepsilon \varepsilon_0 \left(\frac{k_{\text{кр}}R}{2}\right)^2 J_0(k_{\text{кр}}R)^2}}.
\end{aligned}$$

5. Вывод выражения коэффициента затухания  $\alpha$ .

$$\begin{aligned}
\alpha &= \frac{1}{4P \sigma_{\text{ср}} \delta} \frac{\partial}{\partial z} \iint |H_\tau|^2 dS, \\
H_\tau &= H_\varphi, \\
|H_\varphi(R)|^2 &= \left[ \frac{\omega \varepsilon \varepsilon_0}{k_{\text{кр}}} C J_1'(k_{\text{кр}}r) \cos(\varphi) \right]^2 =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left\{ J_1'(k_{кр}R) = J_0(k_{кр}R) - \frac{1}{k_{кр}r} J_1(k_{кр}R) = J_0(k_{кр}R) \right\} = \\
 &= \frac{8P\omega\varepsilon\varepsilon_0}{\pi k_z R^2} \cos^2(\varphi), \\
 \alpha &= \frac{1}{4P\sigma_{ст}\delta} \int_0^{2\pi} \frac{8P\omega\varepsilon\varepsilon_0}{\pi k_z R^2} \cos^2(\varphi)^2 R d\varphi = \frac{2\omega\varepsilon\varepsilon_0}{\sigma_{ст}\delta k_z R}.
 \end{aligned}$$

6. Картина токов в стенках волновода показана на рис. III.4.3.

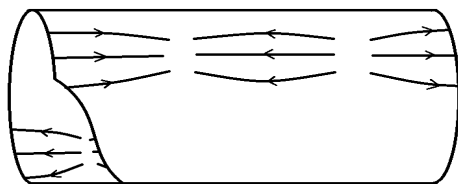
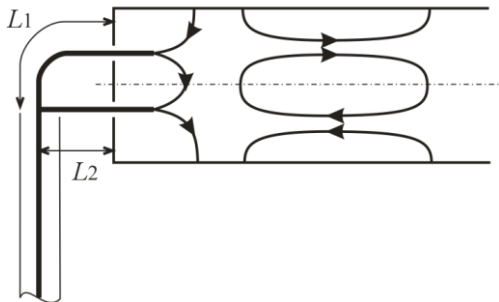


Рис. III.4.3. Картина токов в стенках волновода круглого сечения

7. Возбуждение волны типа  $E_{11}$  в волноводе показана на рис. III.4.4.



$$L_1 - L_2 = \frac{(2n + 1)\lambda}{2}$$

Рис. III.4.4. Возбуждение волны типа  $E_{11}$  в волноводе круглого сечения

8. Расчет коэффициента затухания в стенках волновода для волны типа  $E_{11}$  в медном волноводе круглого сечения с диаметром  $2R = 20$  мм на частоте 22 ГГц, а также мощности, при которой в волноводе будет пробой ( $E_{пр} = 30$  кВ/см). При этой мощности вычисление амплитуды плотности токов в стенках волновода.

$$f = 22 \text{ ГГц}, \quad R = 10 \text{ мм},$$

$$E_{\text{пр}} = 30 \frac{\text{кВ}}{\text{см}}, \quad \sigma_{\text{стCu}} = 5,6 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{Ом}\cdot\text{м}}, \quad \mu_{\text{ст}} = 1, \quad \nu_{11} = 3,832,$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma_{\text{ст}}}} = \sqrt{\frac{2}{1,38 \cdot 1,26 \cdot 5,6 \cdot 10^{12}}} = 0,45 \text{ мкм},$$

$$\alpha = \frac{2\omega\varepsilon\varepsilon_0}{\sigma_{\text{ст}}\delta k_z R} = \frac{2 \cdot 1,38 \cdot 8,86 \cdot 10^{-2}}{5,6 \cdot 0,45 \cdot 461 \cdot 0,01} = 0,021 \frac{1}{\text{м}} = 0,18 \text{ дБ}.$$

$$E_r = E_{r\text{max}} J_1'(k_{\text{кр}} r).$$

Напряжённость радиальной составляющей электрического поля достигает максимума в точке  $R = 0$ :

$$E_{r\text{max}} = \frac{k_z}{2k_{\text{кр}}} C.$$

Здесь  $C$  – постоянная, найденная в п. 4.

Выразим мощность  $P$  при максимальной напряжённости поля  $E_{r\text{max}} = E_{\text{dis}}$ :

$$P_{\text{пр}} = \frac{\pi\omega\varepsilon\varepsilon_0 E_{r\text{max}}^2 (R J_0(k_{\text{кр}} R))^2}{2k_z} = \frac{3,14 \cdot 1,38 \cdot 8,86 \cdot 9 \cdot 1,62 \cdot 10^6}{2 \cdot 461} = 0,61 \text{ МВт}.$$

Из п. 5 следует, что максимальная амплитуда тока в стенках волновода равна:

$$\frac{J_{z\text{max}}}{\sqrt{P}} = \sqrt{\frac{8\omega\varepsilon\varepsilon_0}{\pi k_z}} \frac{1}{R} = \sqrt{\frac{8 \cdot 0,138 \cdot 8,86}{3,14 \cdot 461}} \frac{1}{0,01} = 8,22 \frac{\text{А}}{\text{Вт}^{1/2}},$$

$$J_{z\text{max}} = \frac{J_{z\text{max}}}{\sqrt{P}} \sqrt{P} = 8,22 \sqrt{0,61 \cdot 10^6} = 6419 \text{ А}.$$

### I. Общие вопросы распространения волн в линиях передач

1. Запишите выражение продольной составляющей электрического и магнитного полей в волноводе прямоугольного и круглого сечений, получаемое при решении волнового уравнения методом разделения переменных.

2. Запишите выражения поперечных составляющих электрического и магнитного полей через продольную составляющую магнитного (электрического) поля в волноводе круглого сечения для электрических ( $E$ -типа) и магнитных ( $H$ -типа) волн.

3. Что понимается под фазой электромагнитной волны? Какой физический смысл фазовой и групповой скоростей?

4. Выведите выражение фазовой скорости электромагнитной волны из соотношения между волновыми числами.

5. Запишите выражения длины волны, характеристического сопротивления, фазовой и групповой скоростей от частоты для волн типа  $E$ ,  $H$  и  $T$  в волноводах с воздушным заполнением.

6. По каким критериям производится классификация электромагнитных волн в линиях передач?

7. Что такое гибридные волны, каковы условия их появления?

8. Что понимается под анизотропной средой, приведите примеры таких сред?

9. Опишите свойства обыкновенной и необыкновенной волн в поперечно намагниченном феррите. Дайте определение поперечного ферромагнитного резонанса.

### II. Волноводы

1. Зарисуйте картину силовых линий электрического и магнитного полей в двух проекциях в волноводе круглого сечения на волнах типа  $H_{01}^{\circ}$ ,  $H_{11}^{\circ}$ ,  $E_{01}^{\circ}$ ,  $E_{11}^{\circ}$ .

2. Зарисуйте картину токов в волноводе круглого сечения на волнах типа  $H_{01}^{\circ}$ ,  $H_{11}^{\circ}$ ,  $E_{01}^{\circ}$ , а также в коаксиальном волноводе на волне типа  $T$ .

3. Вычислите значения длины волны, фазовой и групповой скоростей и характеристического сопротивления для волны типа  $E_{11}^{\circ}$

на частоте 16,8 МГц в волноводе прямоугольного сечения с размерами  $a = 23$  мм,  $b = 10$  мм.

4. Вычислите коэффициент затухания в коаксиальном медном волноводе с размерами  $18 \times 7$  мм на частоте 3 ГГц. Рассчитайте глубину проникновения токов на указанной частоте. Рассчитайте волновое сопротивление.

5. Вычислите мощность, при которой будет пробой в прямоугольном медном волноводе с воздушным заполнением на волне типа  $H_{10}^{\square}$  с размерами  $23 \times 10$  мм на частоте 10 ГГц. Для волновода с указанными размерами рассчитайте все значения компонент плотности токов в широкой и узкой стенках волновода.

6. Выведите выражение, связывающее амплитуду продольной составляющей магнитного поля в прямоугольном волноводе на волнах типа  $E_{11}^{\square}$ ,  $H_{10}^{\square}$ ,  $H_{01}^{\square}$  с величиной мощности и размерами волновода.

7. Изобразите устройство для возбуждения волн типа  $H_{21}^{\square}$ ,  $H_{01}^{\square}$ ,  $E_{11}^{\square}$  в волноводе прямоугольного сечения с помощью электрического и магнитного диполей.

8. Зарисуйте структуру электромагнитного поля низших электрических и магнитных волн в коаксиальном волноводе.

9. Почему Н- и П-образные волноводы имеют на заданной частоте меньшие поперечные размеры, чем волновод прямоугольного сечения?

10. В каких единицах определяется затухание напряженности поля и величины мощности? Запишите, как связаны эти единицы.

### III. Неоднородности в волноводах

1. С какими ограничениями можно применять метод эквивалентных схем при исследовании волноводных устройств?

2. Дайте определение волнового, характеристического и эквивалентного сопротивлений.

3. Зачем нужно знать эквивалентное сопротивление и как оно определяется?

4. Из выражения входного сопротивления длинной линии получите выражение для короткозамкнутой линии.

5. Как с помощью круговой диаграммы полных сопротивлений по результатам расчета сопротивления нагрузки можно определить проводимость нагрузки?

6. Используя круговую диаграмму полных проводимостей, покажите, как по результатам измерения модуля коэффициента

отражения и положения минимума стоячей волны с нагрузкой и закороченной на конце линией вместо нагрузки можно определить проводимость нагрузки.

7. В чем состоят особенности применения матричных методов к расчету СВЧ-цепей?

8. Каким образом можно определить матрицу рассеяния каскадного соединения четырехполюсников?

9. Как, используя следствия унитарности матрицы рассеяния четырехполюсника без потерь, получить канонический вид этой матрицы?

10. Почему невозможно полностью согласовать любое T-образное сочленение?

11. Покажите, используя теорему малых возмущений, что при введении возмущающего тела из любого материала резонансная частота будет уменьшаться.

#### **IV. Резонаторы**

1. Выведите выражения для расчета резонансной частоты электрических и магнитных видов колебаний в призматических и цилиндрических резонаторах.

2. Почему магнитные виды колебаний в резонаторах не могут иметь нулевую продольную вариацию поля?

3. Запишите граничные условия для компонент электрического и магнитного полей на идеально проводящих стенках.

4. Зарисуйте силовые линии электрического и магнитного поля в четвертьволновом коаксиальном резонаторе, нагруженном на емкость. Зарисуйте устройство возбуждения этого вида колебания.

5. Выведите выражение для расчета собственной частоты тороидального резонатора.

6. Поясните, из каких соображений выбирается коэффициент связи линии передачи с резонаторами, используемыми в приборах СВЧ и в ускорителях заряженных частиц.

7. Приведите выражения коэффициента передачи для резонатора, эквивалентной схемой которого является двухполюсник и четырехполюсник. Что такое обобщенная расстройка частоты в этих случаях?

8. Используя теорему возмущений, покажите, как будет меняться собственная частота резонатора, если деформировать его стенку в месте, где имеется только электрическое (магнитное) поле.

9. Запишите выражение собственной добротности цилиндрического резонатора на виде колебаний  $E_{010}^{\circ}$ . Определите радиус цилиндрического резонатора, имеющего на виде колебаний  $E_{010}^{\circ}$  резонансную частоту 3 ГГц (5 ГГц, 10 ГГц, 30 ГГц). Выберите длину резонатора так, чтобы вид колебаний  $E_{010}$  был низшим. Рассчитайте частоты видов колебаний, ближайших к  $E_{010}^{\circ}$ .

10. Каковы основные электродинамические характеристики резонаторов и как они выражаются через компоненты электрического и магнитного полей на идеально проводящих стенках последовательной и параллельной эквивалентной схемы?

11. Что такое импедансная характеристика резонатора, приведите соответствующее аналитическое выражение.

12. Дайте определение собственной, внешней и нагруженной добротностей. Приведите формулу, связывающую эти параметры.

13. Что такое коэффициент связи линии передачи с резонатором?

14. На круговой диаграмме сопротивлений приведите импедансные характеристики, соответствующие трем разным режимам связи (недосвязь, пересвязь и критическая связь).

15. Рассчитайте собственную добротность медного резонатора заданных размеров на виде колебаний  $E_{010}^{\circ}$  и на указанных в задаче 9 частотах. Зарисуйте компоненты электромагнитного поля и линии ВЧ-токов в стенках резонатора.

16. Зарисуйте силовые линии электрического и магнитного полей и картину токов в стенках цилиндрического резонатора на видах колебаний  $E_{010}^{\circ}$ ,  $H_{011}^{\circ}$ . Зарисуйте картины токов.

17. Выведите выражение, связывающее переходное ослабление с коэффициентом связи для четырехполосника на резонансной частоте с одинаковыми внешними добротностями

## V. Периодические замедляющие структуры (ЗС)

1. Поясните, как изменятся выражения составляющих поля прямоугольного и цилиндрического волноводов, чтобы в нем распространялась волна с фазовой скоростью меньше скорости света.

2. Покажите на примере спиральной ЗС возможности получения фазовой скорости волны меньше скорости света.

3. Как зависят основные ЭДХ ЗС от частоты?

4. Какие виды симметрий существуют и зачем их нужно знать при исследовании ЗС?

5. Приведите примеры гребенчатых, спиральных, штыревых, резонаторных ЗС. Их достоинства и недостатки.

6. Бипериодическая структура – конструкция, электродинамические характеристики, преимущества перед круглым диафрагмированным волноводом.

7. Для периодической структуры определите, чему равно шунтовое сопротивление на видах колебаний  $0$ ,  $\pi/2$  и  $\pi$ .

8. Для периодической структуры определите, чему равно частотное разделение на видах колебаний  $\pi$  и  $\pi/2$ , если число ячеек в резонансном наборе 50, а коэффициент связи 0,05.

9. Из каких соображений выбирается напряженность аксиальной составляющей электрического поля в ЗС?

10. Что такое полоса непрозрачности в бипериодических структурах и как ее можно избежать?

11. Зарисуйте дисперсионную характеристику ЗС в координатах волновых чисел  $k$  и  $k_z$ . Покажите, как можно определить из этой зависимости фазовую и групповую скорости.

12. Зарисуйте дисперсионную характеристику ЗС в координатах  $c/v_\phi$  и  $\lambda$ . Покажите, как можно определить из этой зависимости фазовую и групповую скорости.

13. Что такое коэффициент связи и как его можно определить из дисперсионной характеристики?

14. Дайте определение дисперсий: положительной, отрицательной и нормальной.

15. Запишите определение шунтового и эффективного шунтового сопротивлений и укажите, когда их используют.

16. Выведите связь между фазовой и групповой скоростями в дисперсных структурах

17. Что такое сопротивление связи?

## VI. Элементы высокочастотного тракта

1. Объясните, почему длина плавных волноводных переходов выбирается кратной половине длины волны в волноводе, а длина изгибов (волноводных уголков) выбирается примерно в четверть длины волны?

2. В чем преимущества дроссельных поршней перед контактными поршнями?

3. Как осуществляется хороший ВЧ контакт и герметичность в волноводных соединениях?

4. Какие существуют соединения коаксиальных волноводов?
5. Каким образом можно сделать дроссельные сочленения более широкополосными?
6. Какой из изгибов прямоугольного волновода на  $90^\circ$  (по узкой или широкой стенке) обладает большей электрической прочностью?

## VII. Согласующие устройства

1. Что понимают под согласованием высокочастотного тракта, зачем нужно согласовывать?
2. Какие существуют методы согласования и их характеристика?
3. Почему согласующие устройства должны быть расположены вблизи мест рассогласования ВЧ-тракта?
4. Поясните по круговой диаграмме полных проводимостей, какие проводимости нагрузок нельзя согласовать с помощью двухшлейфового трансформатора при расстоянии между шлейфами в четверть и в одну восьмую длины волны.
5. Поясните по круговой диаграмме полных проводимостей, как выбирается место расположения четвертьволнового согласующего отрезка коаксиальной линии и ее поперечные размеры при согласовании комплексной проводимости нагрузки?
6. Как можно скомпенсировать отражения в высокочастотном тракте с помощью согласующих диафрагм, штырей?
7. В чем различие картины широкополосного согласования с помощью биномиальных и чебышевских ступенчатых переходов?
8. Поясните, как получены выражения (7.11) и (7.12) в [1].

## VIII. Двухплечие устройства

1. Каким образом достигается широкополосное согласование волноводно-коаксиальных переходов?
2. Покажите, как можно трансформировать волну  $H_{10}^\square$  в прямоугольном волноводе в волну  $H_{01}^\circ$  в круглом волноводе? Зачем нужна такая трансформация волн?
3. Как можно обеспечить симметрию поля в области пролета пучка в трансформаторе волны  $H_{10}^\square$  в волну  $E_{01}^\circ$  в КДВ?
4. Поясните, какие волны не пропускают и какие пропускают радиальный и кольцевой фильтры. Зарисуйте структуры силовых линий соответствующих типов волн и токов в стенках волновода.

5. Как обеспечивается согласование поглощающих нагрузок в широком частотном диапазоне?

6. Рассчитайте для предельного аттенюатора в виде раздвижной коаксиальной линии с размерами  $18 \times 7$  мм как с емкостной, так и с индуктивной связью на частоте 3 ГГц расстояние между элементами связи для получения ослабления 30 дБ.

7. Покажите, почему в аттенюаторе поляризационного типа величина ослабления зависит как квадрат косинуса угла поворота круглого волновода на волне типа  $H_{11}^{\circ}$  с поглощающей пластиной?

8. От чего зависит величина ослабления высокочастотной мощности в регулируемых аттенюаторах поглощающего типа?

9. Определите координаты положения ферритовой пластины в прямоугольном волноводе на волне типа  $H_{10}^{\square}$ , в которых магнитное поле волны поляризовано по кругу.

10. Как изменяются свойства резонансного вентиля при изменении полярности внешнего магнитного поля?

11. Что представляет собой секция дифференциального сдвига в прецизионном фазовращателе?

12. Каковы конструктивные отличия высокочастотных окон, создаваемых на большие импульсные и большие средние мощности

## IX. Многоплечие устройства

1. Выведите выражение матрицы рассеяния для  $E$ -тройника.

2. Как согласовывают трехплечие соединения?

3. На основе общих принципов распространения волн покажите различие в свойствах  $E$ - и  $H$ -тройников.

4. Дайте определение коэффициентов переходного ослабления, направленности, а также обратных потерь.

5. Что ограничивает создание направленных ответвителей с бесконечно большой величиной направленности?

6. Как работает направленный ответвитель Бете?

7. Как устроены широкополосные направленные ответвители?

8. Каким образом можно обеспечить регулировку коэффициента переходного ослабления при высоком значении коэффициента направленности?

9. Используя матрицу рассеяния двойного волноводного тройника, покажите, как будет распространяться электромагнитная энергия при подсоединении ВЧ-генератора к  $E$ - или к  $H$ -плечам.

10. Поясните принцип работы щелевого моста.

11. Объясните, как с помощью двойного волноводного моста с подвижными короткозамыкателями в плечах  $E$  и  $H$  можно согласовать любую нагрузку?

12. Объясните принцип работы фазового циркулятора.

13. Что лежит в основе работы  $Y$ -циркулятора и поляриза-ционного циркулятора?

## **X. Изготовление устройств СВЧ**

1. Почему при изготовлении устройств СВЧ предпочтительным материалом является медь?

2. Какова технология изготовления волноводов?

3. Какими способами изготавливаются корпуса устройств СВЧ?

4. Какие типы пайки и сварки используются при изготовлении устройств СВЧ?

5. Каким образом добиваются необходимых чистоты поверхности и допусков при изготовлении устройств СВЧ?

6. Перечислите особенности изготовления ЗС.

7. Как производится внутренняя отделка корпусов устройств СВЧ?

8. Почему при изготовлении сверхпроводящих резонаторов используют ниобий?

9. Какие технологии обработки сверхпроводящих ниобиевых резонаторов применяют для получения высоких значений ускоряющего градиента?

## **XI. Триоды и тетроды СВЧ**

1. Какие недостатки проявляются у низкочастотных ламповых усилителей и генераторов при переходе на СВЧ диапазон?

2. Чем ограничено получение максимальной резонансной частоты колебательной системы в анодной цепи лампы?

3. Почему наряду с понятием угла пролета вводится фиктивный угол пролета?

4. Поясните, как в каком соответствии находятся полный ток в цепи лампы с конвекционным током и током смещения.

5. Что представляет собой пространственно-временная диаграмма и какие задачи она позволяет решить?

6. Как определяется полный КПД анодной цепи?

7. Почему первая гармоника сеточного тока опережает по фазе первую гармонику сеточного напряжения?

8. К каким отрицательным последствиям приводят пролетные явления в межэлектродных зазорах лампы?

9. Каким образом в конструкциях триодов СВЧ уменьшают межэлектродную емкость и индуктивности вводов?

10. Почему генераторы СВЧ предпочтительно делают с общей сеткой?

11. Как реализуется в конструкциях триодных генераторов катодно-сеточная и анодно-сеточная связи?

12. Каковы преимущества высокочастотных тетродов перед триодами?

## ХII. Клистроны

1. В чем состоит принцип работы клистронов?

2. В чем состоит различие механизмов группировки электронов в двухрезонаторном и отражательном клистроноах?

3. Что понимается под коэффициентом взаимодействия электронов с полем резонатора?

4. Как влияет параметр группировки на величину конвекционного тока и КПД клистрона?

5. В чем состоит принцип каскадной группировки много-резонаторных клистронов?

6. Зачем необходимо расстраивать собственную частоту промежуточного резонатора в многорезонаторном клистроне?

7. Что ограничивает максимально достижимые значения коэффициента усиления и КПД многорезонаторного клистрона?

8. Какие условия необходимо для нормальной работы отражательного клистрона?

9. Выведите выражения электронной проводимости отражательного клистрона и зависимость ее активной и реактивной составляющих от угла пролета в пространстве дрейфа.

10. Чем объясняется низкое значение КПД отражательного клистрона?

11. Как осуществляется амплитудная и частотная модуляции отражательного клистрона?

12. Как можно перестраивать частоту генерируемых колебаний отражательного клистрона?

13. Перечислите конструктивные особенности много-резонаторных клистронов.

### **XIII. Многорезонаторные магнетроны**

1. Какие функции выполняет резонансная система магнетрона?
2. Почему в качестве рабочего вида колебаний резонансной системы выбран вид колебаний  $\pi$ ?
3. Покажите, как с помощью связей анодного блока и разнорезонаторной системы обеспечивается устойчивая работа на виде колебаний  $\pi$ .
4. Поясните механизм взаимодействия электронов с ВЧ-полями резонаторов магнетрона.
5. Что такое диаграмма видов колебаний магнетрона и как она строится?
6. Перечислите основные характеристики магнетрона. От чего зависит КПД магнетрона?
7. Зачем нужно знать статическое и динамическое сопротивления магнетрона?
8. Какие существуют основные рабочие характеристики магнетрона, поясните их характер?
9. Зачем нужно знать коэффициент электронного смещения частоты магнетрона?
10. Выведите уравнение затягивания частоты магнетрона.
11. Как изменяется мощность, поступающая от магнетрона в рассогласованную нагрузку?
12. Опишите основные узлы конструкции мощного импульсного магнетрона.

### **XIV. Волновые лампы**

1. Чем объясняется возможность работы волновых ламп в широком частотном диапазоне?
2. Что понимается под коэффициентом фазы электронной волны плотности?
3. Что такое параметр усиления и как он связан с сопротивлением связи замедляющей структуры?
4. Поясните, почему из трех компонент волн в замедляющей структуре ЛБВ в усилении принимает участие лишь одна из них.
5. Что ограничивает величину коэффициента усиления ЛБВ?
6. Почему нельзя в одной и той же ЛБВ удовлетворить одновременно требованиям широкополосности, малого коэффициента шума и большого коэффициента усиления?

7. Что выполняет роль положительной обратной связи в ЛОВ?
8. Каковы условия работы ЛОВ как генератора?
9. Какие замедляющие структуры используются в волновых лампах?
10. Какой механизм работы волновых ламп типа М?
11. Каким требованиям должна отвечать замедляющая структура в платинотроне?
12. Какие отличительные свойства амплитронного усилителя?

## **XV. Квантовые генераторы и усилители**

1. Сформулируйте основные принципы работы квантовых приборов.
2. Какой метод используется для получения среды с отрицательной температурой в молекулярном генераторе на аммиаке?
3. Что такое стабильность и воспроизводимость частоты молекулярных генераторов?
4. Какой принцип работы генератора на пучке атомов водорода?
5. Чем отличается цезиевая атомно-лучевая мера измерения частоты от генератора на пучке атомов водорода?
6. Принцип работы квантового парамагнитного трехуровневого усилителя.
7. Что характеризует коэффициент шума и в каких единицах он измеряется?
8. Принцип действия и устройство газовых лазеров.
9. Какие типы лазеров позволяют получить большую импульсную мощность?

## **XVI. Полупроводниковые приборы СВЧ-диапазона**

1. В каких схемах могут быть использованы параметрические усилители?
2. Что ограничивает частотный диапазон и коэффициент шума параметрических усилителей?
3. При каких условиях реализуется триггерный режим работы туннельного диода?
4. По каким схемам строятся усилители на туннельных диодах?
5. На чем основан принцип действия лавинно-пролетных диодов?
6. Схемы генераторов, усилителей и преобразователей на лавинно-пролетных диодах.

7. Поясните процессы, происходящие в диодах Ганна.
8. Что ограничивает максимальное значение частоты работы диода Ганна?
9. Принцип работы полупроводниковых лазеров.

## **XVII. Измерение полного сопротивления**

1. Изобразите картину токов в стенках прямоугольного волново-да на волне  $H_{10}^{\square}$  и обоснуйте расположение щели в нем для измерения КСВ и фазы стоячей волны с помощью измерительной линии.

2. Как можно представить зонд измерительной линии на эквивалентной схеме и как глубина его погружения влияет на точность измерения КСВ и фазы стоячей волны?

3. Используя совмещенную векторную диаграмму токов и напряжений рассогласованной длинной линии, обоснуйте положение о том, что точность измерения положения минимума стоячей волны выше точности измерения положения максимума.

4. Какой из двух известных методов градуировки измерительной линии считаете более точным, особенно на начальном участке градуировочной зависимости?

5. Обоснуйте вывод формул (17.4а) и (17.4б) в [1].

6. Поясните принцип работы панорамного измерителя полных сопротивлений, изображенного на рис. 17.8 в [1].

7. Что такое иконоцентр и какие способы его определения вы знаете?

8. Можно ли применить метод «узлового» сдвига для определения элементов матрицы рассеяния каскадного соединения четырехполюсников?

9. Можно ли в методе «узлового» сдвига вместо подвижного короткозамыкателя использовать для измерения элемента матрицы рассеяния  $S_{11}$  использовать подвижную рассогласованную нагрузку?

## **XVIII. Измерение частоты**

1. Какие методы сравнения частот применяются в гетеродинных частотомерах?

2. От чего зависит точность метода дискретного счета?

3. Перечислите области применения дискретных преобразователей и переносчиков частоты?

4. Для проходной и абсорбционной схем измерения частоты изобразите устройства возбуждения колебаний  $H_{011}^{\circ}$  в цилиндрическом резонаторе через основную волну от прямоугольного волновода.

5. Почему в цилиндрическом резонаторе с рабочим видом колебаний  $H_{011}^{\circ}$  опасным является вид колебаний  $E_{111}^{\circ}$  и каким образом можно не допустить его возбуждения

6. Какие характеристики являются основными для стандартов частоты?

7. Принцип работы квантовых стандартов частоты.

8. Какие функции синтезаторов частоты используются при создании измерителей частоты?

9. Приведите характеристики спектра одиночного радио-импульса и последовательности радиоимпульсов.

10. Поясните методы, применяемые в аналоговых анализаторах спектра.

### **XIX. Измерение мощности**

1. Какие методы и приборы используют при измерении импульсной и средней мощности СВЧ?

2. Выведите выражение для оценки максимальной погрешности при измерениях ваттметрами поглощающей мощности.

3. Проанализируйте погрешности измерения проходящей мощности с использованием разных схем.

4. Поясните принципы работы статических и поточных ваттметров.

5. Перечислите основные разновидности способов измерения мощности по методу замещения.

6. Сравните характеристики болометров и термисторов.

7. Какие требования предъявляются к конструкции термис-торных камер?

8. Принцип работы измерителей СВЧ-мощности на основе термоэлектрического метода.

### **XX. Измерение характеристик объемных резонаторов**

1. Какие параметры характеризуют как объемные резонаторы, так и низкочастотные колебательные контура?

2. Каким образом в выражении импедансной характеристики резонатора учитывается смещение резонансной частоты под влиянием реактивности устройства связи?

3. Что представляют собой линии на круговой диаграмме полных сопротивлений, позволяющие определить по результатам измерений собственную, внешнюю и нагруженную добротности?

4. Зачем нужно при снятии импедансной характеристики резонатора определять положение узла стоячей волны при расстройке резонатора?

5. Какими величинами добротностей ограничены возможности метода определения добротностей по снятой импедансной характеристике?

6. Что нужно предусмотреть в схеме измерений добротности по методу четырехполюсника, чтобы определить не только нагруженную, но и собственную добротность?

7. Как можно измерить добротность сверхпроводящего резонатора?

8. Что влияет на точность измерения добротности резонаторов, включенных по схеме четырехполюсника?

9. Как экспериментально градуируют возмущающие тела, предназначенные для измерения продольной составляющей электрического поля в ускоряющих структурах?

10. Возмущающими телами из какого материала и какой конфигурации следует использовать при измерении радиальной составляющей электрического поля в цилиндрическом резонаторе на волне  $E_{111}$ ?

## **XXI. Измерение электродинамических характеристик замедляющих структур**

1. Покажите, какие виды колебаний могут возбуждаться в резонансном макете, состоящем из двух ячеек и двух полуячеек на концах. Зарисуйте примерные картины силовых линий электрического поля на видах колебаний  $\pi/3$  и  $2\pi/3$ .

2. Покажите, какие виды колебаний могут возбуждаться в резонансном макете, состоящем из одной ячейки и одной полуячейки. Зарисуйте примерные картины силовых линий электрического поля на этих видах колебаний.

3. С помощью уравнения (21.10) из [1] определите пять коэффициентов разложения по значениям пяти видов колебаний резонансного макета, состоящего из трех ячеек и двух полуячеек.

4. Объясните, как можно получить дисперсионную зависимость бипериодической ускоряющей структуры без полосы запираения.

5. Используя теорему возмущений, покажите, что в случае КДВ дисперсия положительная, а в случае БУС дисперсия отрицательная.

6. Как определяются нормированные значения напряженности поля ускоряющей структуры типа КДВ на стоячей и бегущей волнах и какова связь между ними?

7. Покажите, как следует учитывать температуру и влажность воздуха при создании ЗС, работающей в условиях вакуума.

8. Сравните две схемы реализации метода малых возмущений: с генератором, следящим за резонансной частотой и с высокостабильным независимым генератором.

9. Покажите, как из выражения (21.33) можно получить выражение (21.34) [1].

10. Как можно экспериментально определять дефекты в ЗС?

## **XXII. Измерение других параметров и характеристик на СВЧ**

1. Сравните возможности трех методов измерения комплексной диэлектрической постоянной.

2. Поясните, как резонансным методом можно определить параметры диэлектрических аксиально несимметричных образцов?

3. Сравните возможности резонаторов с дроссельным соединением и с заградительным волноводом при измерении образцов.

4. Какие существуют методы измерения фазы электро-магнитной волны?

5. Приведите обобщенные параметры выпрямительных и смесительных диодов.

6. В чем состоят особенности выпрямительных и смесительных камер?

7. Сравните различные методы индикации электромагнитного поля.

8. Какие существуют в настоящее время векторные анализаторы цепей и их возможности?

## **Литература**

1. Собенин Н.П., Милованов О.С. Техника сверхвысоких частот. М.: Энергоатомиздат, 2007.

## 1. СВЕДЕНИЯ О ФУНКЦИЯХ БЕССЕЛЯ

Уравнением Бесселя называется обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$y'' + z^{-1}y' + \left(1 - \frac{v^2}{z^2}\right)y = 0. \quad (\text{П1.1})$$

Решение уравнения Бесселя записывается в виде

$$y = A_1 J_v(z) + A_2 N_v(z), \quad (\text{П1.2})$$

где  $J_v(z)$  и  $N_v(z)$  – функции Бесселя 1-го и 2-го рода порядка  $v$ .

В случае нецелого числа  $v$  функции Бесселя имеют вид:

$$J_v(z) = \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^v}{\Gamma(v+1)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \frac{\Gamma(v+1)}{\Gamma(v+k+1)} \left(\frac{iz}{2}\right)^{2k},$$

$$N_v(z) = \frac{1}{\sin v\pi} [J_v(z) \cos v\pi - J_{-v}(z)].$$

В случае целого числа  $m$

$$N_m(z) = \lim_{v \rightarrow m} N_v = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{\partial}{\partial v} J_v(z) - (-1)^m \frac{\partial}{\partial v} J_{-v}(z) \right]_{v=m}.$$

В этих выражениях  $\Gamma(x)$  – гамма-функция Эйлера.

Графики функций  $J_v(z)$  и  $N_v(z)$  для целых значений  $m$  и действительного аргумента ( $z = x$ ) показаны на рис. П1.1.

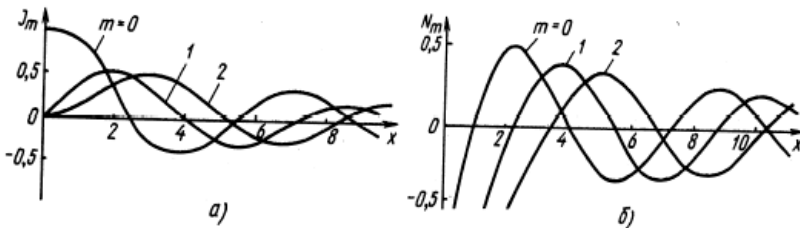


Рис. П1.1

Линейные комбинации функций Бесселя

$$H_v^1(z) = J_v(z) + iN_v(z),$$

$$H_v^2(z) = J_v(z) - iN_v(z)$$

называют *функциями Бесселя 3-го рода или функциями Ганкеля*. Они также удовлетворяют уравнению (П1.1).

Функции Бесселя обладают следующими свойствами:

$$Z_{-m}(z) = (-1)^m Z_m(z), \text{ если } m\text{- целое число};$$

$$zZ_{v-1}(z) - zZ_{v+1}(z) = 2vZ_v(z);$$

$$Z_{v-1}(z) - Z_{v+1}(z) = 2Z'_v(z);$$

$$Z'_v(z) = -\frac{v}{z}Z_v(z) + Z_{v-1}(z) = \frac{v}{z}Z_v(z) - Z_{v+1}(z);$$

$$Z'_0(z) = -Z_1(z); \quad Z'_1(z) = Z_0(z);$$

$$\int z |Z_v(\alpha z)|^2 dz = \frac{z^2}{2} \left[ |Z_v(\alpha z)|^2 - Z_{v-1}(\alpha z) Z_{v+1}(\alpha z) \right],$$

где  $Z_v$  – любая из функций Бесселя или Ганкеля.

Функции Бесселя от мнимого аргумента

$$I_v(z) = e^{-\frac{v\pi i}{2}} J_v(iz); \quad K_v(z) = -\frac{\pi i}{2} e^{\frac{v\pi i}{2}} H_v^{(1)}(iz),$$

называются *модифицированными функциями Бесселя 1-го и 2-го рода*. Функция  $K_v(z)$  также называется функцией Макдональда.

Эти функции удовлетворяют дифференциальному уравнению

$$z^2 y'' + zy' - (z^2 + v^2)y = 0.$$

Для действительного  $z$  функции  $I_v(z)$  и  $K_v(z)$  принимают действительные значения. Их графики приведены на рис. П1.2.

Для модифицированных функций Бесселя справедливы следующие соотношения:

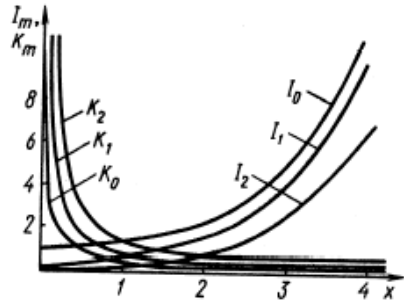


Рис. П1.2

$$\begin{aligned}
I_{\nu-1}(z) - I_{\nu+1} &= \frac{2\nu}{z} I_{\nu(z)}; & K_{\nu-1}(z) - K_{\nu+1}(z) &= -\frac{2\nu}{z} K_{\nu(z)}; \\
2I'_{\nu}(z) &= I_{\nu-1}(z) + I_{\nu+1}(z); & -2K'_{\nu}(z) &= K_{\nu-1}(z) + K_{\nu+1}(z); \\
I'_0(z) &= I_1(z); & K'_0(z) &= -K_1(z); \\
\int z |I_{\nu}(\alpha z)|^2 dz &= \frac{z^2}{2} \left[ |I_{\nu}(\lambda z)|^2 + I_{\nu-1}(\lambda z) I_{\nu+1}(\lambda z) \right].
\end{aligned}$$

## 2. СВЕДЕНИЯ ИЗ МАТРИЧНОЙ АЛГЕБРЫ

Матрицей называют прямоугольную таблицу из действительных или комплексных чисел  $a_{ik}$  вида:

$$\vec{A} = [a_{ik}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Числа  $a_{ik}$ ,  $i = 1, \dots, m$ ,  $j = 1, \dots, n$  называются *элементами матрицы*  $\vec{A}$ . Элемент  $a_{ik}$  расположен на пересечении  $i$ -й строки и  $j$ -го столбца. Считают, что матрица имеет размерность  $m \times n$ , где  $m$  – число строк, а  $n$  – число столбцов. Матрица, имеющая один столбец, называется *вектором-столбцом*:

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}.$$

Матрица, имеющая одну строку, называется *вектором-строкой*:

$$\vec{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_n].$$

Матрица, имеющая размерность  $m \times n$  называется *квадратной*.

Если у квадратной матрицы все элементы  $a_{ik} = 0, i \neq k$ , то она называется *диагональной*.

Матрица  $\vec{C}$  является суммой матриц  $\vec{A}$  и  $\vec{B}$  ( $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ ), если ее элементы  $c_{ik} = a_{ik} + b_{ik}$ . Оба слагаемых должны иметь одинаковую размерность, равную размерности суммы.

Произведение матрицы  $\vec{A}$  на скаляр  $\alpha$  называют матрицу  $\vec{C} = \alpha\vec{A}$ , элементы которой вычисляются по правилу  $c_{ik} = \alpha a_{ik}$ .

Произведение матрицы  $\vec{A}$  размерностью  $m \times n$  на матрицу  $\vec{B}$  размерности  $n \times r$  называют матрицу  $\vec{C} = \vec{A}\vec{B}$  размерностью

$m \times r$ , элементы которой  $c_{ik} = \sum_{j=1}^n a_{ij} b_{jk}$ . При этом размерности

матриц  $\vec{A}$  и  $\vec{B}$  должны быть согласованы (число столбцов первого сомножителя должно быть равно числу строк второго). Из существования произведения  $\vec{A}\vec{B}$  не следует существование произведения  $\vec{B}\vec{A}$ .

Для квадратных матриц существуют оба произведения  $\vec{A}\vec{B}$  и  $\vec{B}\vec{A}$ . Их разность  $\vec{A}\vec{B} - \vec{B}\vec{A} = \vec{C}_{AB}$  называют коммутатором матриц  $\vec{A}$  и  $\vec{B}$ . Если  $\vec{C}_{AB} = 0$ , то эти матрицы называют коммутирующими.

Единичной называется диагональная матрица  $\vec{E}$ , ненулевые элементы которой равны единице.

Справедливо равенство  $\vec{A}\vec{E} = \vec{E}\vec{A} = \vec{A}$ .

Матрица  $\vec{A}^T$  называется транспонированной по отношению к  $\vec{A} = [a_{ik}]$ , если ее столбцы совпадают со строками матрицы  $\vec{A}$ , то есть  $\vec{A}^T = [a_{ki}]$ . Квадратные матрицы, для которых  $\vec{A}^T = \vec{A}$ , называются симметричными.

Сопряженная (эрмитово-сопряженная) с  $\vec{A} = [a_{ik}]$  матрица  $\vec{A}^*$  определяется выражением  $\vec{A}^* = [a_{ki}^*]$ , то есть для получения сопряженной матрицы необходимо у исходной матрицы заменить строки столбцами, а все элементы – их комплексно-сопряженными значениями. Матрицы, для которых  $\vec{A}^* = \vec{A}$ . Называются эрмитовыми (самосопряженными).

Квадратная матрица  $\vec{A}$  называется *невырожденной*, если она имеет обратную матрицу  $\vec{A}^{-1}$ , определяемую из условия

$$\vec{A}^{-1}\vec{A} = \vec{A}\vec{A}^{-1} = \vec{E}.$$

Если  $\vec{A}\vec{A}^* = \vec{E}$ , то есть  $\vec{A}^{-1} = \vec{A}^*$ , матрица  $\vec{A}$  называется *унитарной*. Элементы унитарной матрицы удовлетворяют соотношениям

$$\sum_{i=1}^m a_{ij}a_{ik}^* = \delta_{jk}, \quad j, k = 1, \dots, m.$$

Матрицу  $\vec{A}$  размерности  $m \times n$  можно разбить на подматрицы

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} \vec{A}_{11} & \vec{A}_{12} & \dots \\ \vec{A}_{21} & \vec{A}_{22} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix},$$

где  $\vec{A}_{ik}$  – прямоугольные матрицы меньших размеров. Такую матрицу называют *клеточной*. Действия над клеточными матрицами подчиняются тем же правилам, что и действия над обычными матрицами, если в качестве элементов клеточных матриц рассматривать подматрицы.

*Собственными числами* квадратной матрицы  $\vec{A}$  называются те значения скалярного параметра  $\lambda$ , при которых матрица  $\vec{B} = \vec{A} - \lambda\vec{E}$  является вырожденной. Совокупность собственных чисел образует *спектр матрицы*  $\vec{A}$ . У матрицы порядка  $m$  спектр содержит  $m$  собственных чисел, некоторые из них могут быть одинаковыми.

*Собственными векторами* квадратной матрицы  $\vec{A}$  называются нетривиальные решения вида

$$\vec{A}\vec{X} = \lambda_i\vec{X},$$

где  $\lambda_i, i = 1, \dots, m$  – собственные числа;  $\vec{X}$  – вектор-столбец. Каждому собственному числу  $\lambda_i$  соответствует собственный вектор  $\vec{X}_i$ . Коммутирующие матрицы имеют общую систему собственных векторов.

### 3. ВОЛНОВОДЫ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

Диапазон частот, ГГц	Внутренние размеры, мм	Обозначения				Затухание, дБ/м
		Международное	Англия (RCSC)	США (EIA)	Буквенное	
0,32–0,49	584,0 × 292,0	R3	WG00	WR2300		0,0010
0,35–0,53	533,0 × 267,0	R4	WG0	WR2100		0,0012
0,41–0,625	457,0 × 229 0	R5	WG1	WR1800		0,0015
0,49–0 75	381,0 × 191,0	R6	WG2	WR1500		0,002
0,64–0,96	292,0 × 146 0	R8	WG3	WR1150		0,003
0,75–1,12	248,0 × 124,0	R9	WG4	WR975		0,004
0,96–1,45	196,0 × 98,0	R12	WG5	WR770		0,005
1,12–1,7	165,0 × 83,0	R14	WG6	WR650	L	0,007
1,45–2,2	131,0 × 65,0	R18	WG7	WR510	D	0,010
1,7–2,6	109,0 × 55,0	R22	WG8	WR430		0,013
2,2–3,3	86,0 × 43,0	R26	WG9A	WR340		0,018
2,6–3,95	72,0 × 34,0	R32	WG10	WR284	S	0,024
3,3–4,9	59,0 × 29,0	R40	WG11A	WR229	A	0,032
3,95–5,85	48,0 × 22,0	R48	WG12	WR187	G	0,046
4,9–7,05	40,0 × 20,0	R58	WG13	WR159	C	0,056
5,85–8,2	35,0 × 16,0	R70	WG14	WR137	J	0,075
7,05–10,0	29,0 × 13,0	R84	WG15	WR112	H	0,103
8,2–12,4	23,0 × 10,0	R100	WG16	WR90	X	0,143
10,0–15,0	19,0 × 9,5	R120	WG17	WR75	M	0,167
12,4–18,0	16,0 × 7,9	R140	WG18	WR62	P	0,221
15,0–22,0	13,0 × 5,8	R180	WG19	WR51	N	0,293
18,0–26,5	11,0 × 4,3	R220	WG20	WR42	K	0,454
22,0–33,0	8,6 × 4,3	R260	WG21	WR34		0,556
26,5–40,0	7,1 × 3,6	R320	WG22	WR28	Q+R	0,736
33,0–50,0	5,7 × 2,9	R400	WG23	WR22	Q	1,028
40,0–60,0	4,8 × 2,4	R500	WG24	WR19		1,287
50,0–75,0	3,8 × 1,9	R620	WG25	WR15		1,877
60,0–90,0	3,1 × 1,6	R740	WG26	WR12	O	2,540
75,0–110,0	2,4 × 1,3	R900	WG27	WR10		3,434
90,0–140,0	2,0 × 1,0	R1200	WG28	WR8		4,571

#### 4. КОАКСИАЛЬНЫЕ ВОЛНОВОДЫ

Марка коаксиального волновода	Диаметр центрального проводника, мм	Диаметр по изоляции, мм	Диаметр оболочки, мм	Волновое сопротивление, Ом	Коэффициент затухания, дБ/м, на частоте:			Допустимая средняя мощность, кВт, на частоте:		
					1 ГГц	3 ГГц	3 ГГц	1 ГГц	3 ГГц	3 ГГц
ПК-50-3-13	0,90	3,0	5,0	50	0,65	1,3	0,07	0,07	0,04	
ПК-50-4-13	1,37	4,6	9,6	50	0,5	0,9	0,10	0,10	0,05	
ПК-50-7-12	2,28	7,3	11,2	50	0,4	0,75	0,20	0,20	0,10	
ПК-50-7-13	2,28	7,3	10,3	50	0,3	0,56	0,20	0,20	0,05	
ПК-50-7-15	2,28	7,3	10,3	50	0,4	0,75	0,15	0,15	0,08	
ПК-50-7-16	2,28	7,9	11,2	50	0,4	0,8	0,2	0,2	0,1	
ПК-50-9-12	2,70	9,0	12,2	50	0,35	0,75	0,22	0,22	0,11	
ПК-50-11-13	3,39	11,0	14,0	50	0,29	0,55	0,32	0,32	0,19	
ПК-75-4-11	0,72	4,6	7,3	75	0,4	1,0	0,09	0,09	0,04	
ПК-75-4-15	0,72	4,6	7,3	75	0,5	1,0	0,09	0,09	0,04	
ПК-75-4-18	0,72	4,6	7,3	75	0,5	1,2	0,75	0,75	0,4	
ПК-75-4-11	0,78	4,6	7,3	75	0,6	1,5	0,62	0,62	0,3	
ПК-75-7-11	1,13	7,3	9,5	75	0,21	0,4	0,22	0,22	0,12	
ПК-75-7-15	1,13	7,3	9,5	75	0,36	0,75	0,18	0,18	0,09	
ПК-75-9-13	1,35	9,0	12,2	75	0,27	0,54	0,26	0,26	0,13	
ПК-75-9-16	1,35	9,0	12,3	75	0,24	0,46	0,3	0,3	0,16	
ПК-50-4-21	1,54	4,6	6,6	50	0,34	0,65	0,32	0,32	0,19	
ПК-50-7-28	2,49	7,3	12,3	50	0,26	0,46	0,8	0,8	0,46	
ПК-50-9-22	3,03	9,0	12,0	50	0,2	0,38	2,0	2,0	1,0	
ПК-50-9-23	3,03	9,0	14,2	50	0,2	0,30	0,9	0,9	0,5	
ПК-50-11-21	3,57	11,0	13,0	50	0,22	0,4	1,4	1,4	0,8	
ПК-75-4-22	0,90	4,6	6,0	75	0,41	0,8	0,33	0,33	0,22	
ПК-75-7-21	1,30	7,3	8,9	75	0,3	0,53	0,9	0,9	0,5	
ПК-75-7-22	1,38	7,3	8,9	75	0,3	0,6	0,9	0,9	0,5	
ПК-75-7-23	1,68	9,0	11,4	75	0,21	0,4	1,1	1,1	0,6	

## 5. СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ, ПРИМЕНЯЕМЫХ В ДИАПАЗОНЕ СВЧ (ТЕМПЕРАТУРА 20 °С)

Металл	Удельное электрическое сопротивление, $\times 10^{-8}$ Ом·м	Поверхностное сопротивление $\times f^{1/2}$ , $\times 10^{-9}$ Ом·Гц <sup>1/2</sup>	Глубина проникновения $\times f^{1/2}$ , см·Гц <sup>1/2</sup>	Температурный коэффициент расширения, $10^{-7}$ (°С) <sup>-1</sup>
Медь чистая	1,7...1,8	2,61	6,60	165
Алюминий	2,8	3,26	8,26	239
Серебро	1,47	2,52	6,42	196,8
Золото	2,35	3,05	7,7	142
Платина	10,5	6,44	16,3	90,7
Латунь отожженная, 90 % меди	4,15	4,05	10,25	180
Латунь отожженная, 70% меди	6,62	5,11	12,95	189
Латунь твердотяннутая 70% меди	8,18	5,68	14,4	—
Бронза фосфористая	12,25 ... 4,15	6,95 ... 4,05	17,6 ... 10,25	180
Железо	9,6	468 ... 12,6	0,205 ... 7,6	125
Никель	6,8	173 ... 8,35	0,393 ... 8,15	133
Вольфрам	5,5	4,66	11,8	44 ... 45
Молибден	4,8	4,36	11,0	53 ... 57
Ниобий	13 ... 23	7,15 ... 9,55	18,15 ... 24,1	72
Хром	2,7	3,27	8,25	84
Олово	11,3	6,59	16,7	270
Цинк	6,0	4,88	12,3	—
Ковар	49	—	—	170
МВ 50 (сплав вольфрама с молибденом)	9	5,95	15,1	50 ... 60

## 6. СВОЙСТВА ДИЭЛЕКТРИКОВ (частота 3 ГГц)

Диэлектрик	$\epsilon$	$\text{tg}\delta, \times 10^{-4}$	Пробивное напряжение, кВ/мм	Теплостойкость, °С
Кварц плавленный	3,5 ... 4	1 ... 3	30	600
Микалекс	7 ... 8	40	15	400
Слюда	4 ... 7	0,1 ... 10	5 ... 20	900 ... 500
Полиэтилен	2,26	1,8	18 ... 20	100
Фторопласт-4	1,9 ... 2,2	2 ... 3	26	250
Полистирол	2,2 ... 2,6	2 ... 4	50 ... 20	65 ... 150
Бакелит	5,2 ... 8	—	2	50
Текстолит	3,4 ... 6,0	$6 \cdot 10^2$	5 ... 15	110 ... 125
Эбонит	4,0 ... 4,5	$10^2$	25	60
Гетинакс	5,0 ... 6,5	$3 \cdot 10^2$	10 ... 30	100 ... 150
Плексиглас	3,0 ... 3,6	22	15 ... 20	60
Радиофарфор	6,0 ... 7,5	$2 \dots 10^2$	25	1200
Эскапон	2,7 ... 3,0	6 ... 12	35	130
Алюмооксид	12	3 ... 6	10 ... 15	1700
Стеатит	6,5	0,9	10 ... 15	1300
Тиконд (титановая керамика)	60 ... 90	12 ... 29	15 ... 20	1100 ... 1200
Стекло	3,84 ... 6,71	$6,8 \dots 1,3 \cdot 10^2$	10 ... 15	600
Ситалл	5,24 ... 7,5	$3 \dots 0,6 \cdot 10^3$	—	7 ... 1300
Янтарь	2,59	9,1	—	175 ... 200
Резина	3,25	$1,25 \dots 10^2$	15 ... 25	50
Парафин	2,25	2,1	20-30	42 ... 54
Шеллак очищенный	2,75	$2,67 \dots 10^2$	30 ... 50	80 ... 120
Вода	77 ... 82	0,15	—	—