УДК 510
ГРНТИ 27.01

ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Рушенцев А. Е.

Научный руководитель: Ананьина Е. В.

Озёрский технологический институт – филиал НИЯУ МИФИ,
г. Озёрск, Челябинская область

ruhensew@mail.ru

В статье рассмотрено, когда и в связи, с какими потребностями человека появилось понятие последовательности, в частности - прогрессии; какие ученые внесли большой вклад в развитие теоретических и практических знаний по изучаемой проблеме; рассмотрены теоретические основы геометрической и арифметической прогрессий, а также их приложения.

Ключевые слова: числовая последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия.

NUMBER SEQUENCES AND THEIR APPLICATIONS

Rushentsev A. E.

Scientific supervisor: Ananina E. V.

OTI NRNU MEPhI, Ozersk

The article considers when and in connection with what human needs the concept of sequence appeared, in particular - progression; which scientists have made a great contribution to the development of theoretical and practical knowledge on the problem under study; the theoretical foundations of geometric and arithmetic progressions, as well as their applications, are considered.

Keywords: numerical sequence, arithmetic progression, geometric progression.

Введение.

Математика всегда была неотъемлемой составной частью человеческой культуры, она является ключом к познанию окружающего мира, а также базой научно-технического прогресса и, главное, важной компонентой развития личности.

Математика встречается и используется в повседневной жизни, следовательно, определенные математические навыки нужны каждому человеку.

В школьном курсе математики нами изучались арифметическая и геометрическая прогрессии, мы дали определение прогрессий, научились находить по формулам любой член прогрессии, сумму первых членов прогрессии, а также узнали, в каких областях науки можно применить полученные знания о прогрессиях. При изучении дисциплины «Математика» в ВУЗе мы знакомимся с понятием «числовая последовательность». Становится понятно, что арифметическая и геометрическая последовательности являются числовыми последовательностями. Интересно узнать, какие приложения есть у числовых последовательностей, в каких областях науки и в каких отраслях жизнедеятельности человека можно применять числовые последовательности.

История возникновения числовой последовательности.

Понятие числовой последовательности возникло и развилось задолго до создания учения о функции. Так еще в III в. до н. э. александрийский ученый Эратосфен указал способ получения *n*-го члена последовательности простых чисел. Этот способ был назван «решетом Эратосфена».

Идея предела последовательности восходит к V-IV вв. до н. э. Прогрессии - частные виды числовых последовательностей – встречаются в памятниках II тысячелетия до н.э.

Термин «прогрессия» имеет латинское происхождение (progression, что означает «движение вперед») и был введен римским автором Боэцием (VI в.). Этим термином в математике прежде именовали всякую последовательность чисел, построенную по такому закону, который позволяет неограниченно продолжать эту последовательность в одном направлении. В настоящее время термин «прогрессия» в первоначально широком смысле не употребляется. Два важных частных вида прогрессий – арифметическая и геометрическая – сохранили свои названия. Сами названия «арифметическая» и «геометрическая» были перенесены на прогрессии из теории непрерывных пропорций, изучением которых занимались древние греки. Задачи на прогрессии, дошедшие до нас из древности, были связаны с запросами хозяйственной жизни.

Некоторые формулы, относящиеся к прогрессиям, были известны китайским и индийским ученым. Так, Ариабхатта (V в.) знал формулы общего члена, суммы арифметической прогрессии и др. Магавира (IX в.) пользовался формулой суммы квадратов натуральных чисел и другими более сложными конечными рядами. Однако правило для нахождения суммы членов произвольной арифметической прогрессии впервые встречается в «Книге абака» (1202 г.) Леонардо Пизанского (Фибоначчи). В «Науке о числах» (1484 г.) Н. Шюке, как и Архимед, сопоставляет арифметическую прогрессию любой бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Формула для суммирования бесконечно убывающей геометрической прогрессии была известна П. Ферма и другим математикам XVII в.

Некоторые виды числовых последовательностей в математике.

В математике часто рассматривают числовые последовательности.

Пусть каждому натуральному числу n поставлено в соответствие некоторое число x. Это значит, что на множестве натуральных чисел задана числовая функция $x = x(n)$. Эта функция называется бесконечной числовой последовательностью. Аргумент n этой функции часто записывают в виде индекса x_n. Иногда последовательность задается не на всем множестве натуральных чисел, а на некотором конечном подмножестве. Тогда говорят о конечной последовательности.

Способы задания числовой последовательности: перечисление членов последовательности; аналитический (задана формула, выражающая связь x_n с n); рекуррентный (даны несколько первых членов последовательности и задана формула, выражающая последующие члены через предыдущие).

Классическим примером последовательности, заданной рекуррентно является последовательность Фибоначчи ($x_1 = 1;\ x_2 = 1;\ x_{n+2} = x_n + x_{n+1}, n = 1, 2, 3, \ldots$).

Арифметической прогрессией называют числовую последовательность, каждый последующий член которой равен предшествующему, сложенному с постоянным для данной последовательности числом. Это число называют разностью арифметической прогрессии.

d -разность прогрессии. Арифметическую последовательность можно записать формулой 1:

$$\boldsymbol{a_{n+1} = a_n + d} \tag{1}$$

n – порядковый номер члена прогрессии.

Каждый член арифметической прогрессии, кроме первого (и последнего – в случае конечной прогрессии), равен среднему арифметическому предыдущего и последующего членов.

Геометрическая прогрессия – это числовая последовательность, все члены которой отличны от нуля и каждый член которой, начиная со второго, получается из предыдущего члена умножением его на одно и то же число q, называют *геометрической* прогрессией. При этом число q называют *знаменателем* прогрессии. Геометрическую последовательность можно записать формулой (2):

$$\boldsymbol{b_n = b_{n-1} \cdot q} \tag{2}$$

n – порядковый номер члена прогрессии;

q – знаменатель прогрессии.

Приложения числовых последовательностей.

Первые задачи на прогрессии, дошедшие до нас, были связаны с запросами хозяйственной жизни. Так и в нашем времени: экономике, статистике и т.д.. Рассмотрим примеры применения более подробно:

Строительство:

Амфитеатр состоит из 10 рядов, причем в каждом следующем ряду на 20 мест больше, чем в предыдущем, а в последнем ряду 280 мест. Сколько человек вмещает амфитеатр?

Решение данной задачи осуществляется с помощью арифметической последовательности.

Работники нанялись вырыть колодец с таким условием, чтобы за первый аршин глубины им заплатили 40 копеек, а за каждый следующий 15-ю копейками больше, чем за предыдущий. Сколько аршин вырыли они, если за всю работу получили 16 р. 90 к.?

Данная задача будет решаться с помощью арифметической последовательности.

Физика:

1. Деление ядер урана происходит с помощью нейтронов. Нейтрон, ударяя по ядру урана, раскалывает его на две части. Получается два нейтрона. Затем два нейтрона, ударяя по двум ядрам, раскалывают их еще на 4 части и т.д. Это свойство используют при создании ядерных реакторов и оружия.

Данная задача будет решаться с помощью геометрической последовательности.

2. При свободном падении тело прошло в первую секунду 5м, а в каждую следующую на 10м больше. Найдите глубину шахты, если свободно падающее тело достигло его дна через 5с после начала падения.

Данная задача будет решаться с помощью арифметической последовательности.

Математика:

В квадрат со стороной a вписан посредством соединения середин его сторон новый квадрат. В этот квадрат тем же способом вписан новый квадрат и так до бесконечности. Чему равна сумма периметров всех этих квадратов?

Данная задача будет решаться с помощью геометрической последовательности.

Медицина:

1. Больной, заболевший гриппом, может за день заразить четырёх человек. Через сколько дней заболеют все учащиеся школы в количестве 1176 человек?

Данная задача будет решаться с помощью геометрической последовательности.

2. Больной принимает лекарство по следующей схеме: в первый день он принимает 5 капель, а в каждый следующий день — на 5 капель больше, чем в предыдущий. Приняв 40 капель, он 3 дня пьет по 40 капель лекарства, а потом ежедневно уменьшает прием на 5 капель, доведя его до 5 капель. Сколько пузырьков лекарства нужно купить больному, если в каждом содержится 20 мл лекарства (что составляет 250 капель)?

Данная задача будет решаться с помощью арифметической последовательности.

Биология:

1. Микроорганизмы размножаются делением пополам. При наличии благоприятных условий и через одинаковый промежуток времени их количество удваивается, например, летом инфузории размножаются бесполым способом делением пополам. Вопрос: сколько будет инфузорий после 15-го размножения?

Данная задача будет решаться с помощью геометрической последовательности.

2. Некто поместил пару кроликов в некотором месте, ограниченном со всех сторон стеной, чтобы узнать, сколько пар кроликов родится при этом в течение года, если природа кроликов такова, что через месяц пара кроликов производит на свет другую пару, а рождают кролики со второго месяца после своего рождения.

Данная задача будет решаться с помощью последовательности Фибоначчи.

3. Задачи по исследованию модели роста популяции.

Модель нормального размножения (неограниченный рост популяции): $x_{n+1} = ax_n$. $x_n -$ количество особей. В данной модели предполагается, что скорость изменения количества особей пропорционально количеству имеющихся. Число a называется показателем Мальтуса (1766-1834), который посвятил свою жизнь изучению моделей роста. Число Мальтуса можно интерпретировать как степень плодовитости популяции. Так как $x_{n+1} = ax_n$, то $x_n -$ геометрическая прогрессия. Если $a > 1$, то x_n неограниченно возрастает за бесконечно большой промежуток времени.

Модель взрыва роста популяции: $x_{n+1} = x_n(1 + x_n)$. Здесь предполагается, что скорость прироста популяции пропорциональна не количеству особей, а количеству пар. При любом начальном значении x_1 за конечное число «шагов» x_n становится довольно большим. Физически это свидетельствует «взрывному» характеру процесса.

Модель ограниченного роста популяции можно исследовать с помощью последовательности: $x_{n+1} = ax_n(1 - x_n)$

Заключение

Подводя итог данной статьи, можно сказать, что знания о числовых последовательностях помогают человечеству решать многие проблемы, а также выяснили, когда и в связи с какими потребностями человека появилось понятие последовательности, в частности - прогрессии; какие ученые внесли большой вклад в развитие теоретических и практических знаний по изучаемой проблеме.

Установили, какое прикладное значение имеют числовые последовательности, нашли и показали примеры применения числовых последовательностей в нашей жизни.

Библиографический список

1. Демьянов Д. Г. Пределы функций и числовой последовательности. Челябинск.: 2004. – 57 с.
2. Зорич В. А. Математический анализ. – М.: МЦНМО, 2012. – 702 с.
3. Колесникова С.И. Слово о последовательности. Часть первая. Прогрессия. // Потенциал. Журнал для старшеклассников и учителей. – 2005. – №10. С.18-31.
4. Колесникова С.И. Слово о последовательности. Часть вторая. Часть третья. // Потенциал. Журнал для старшеклассников и учителей. – 2005. – №11. С.9-25.
5. Колмогоров А. Н., Абрамов А. Н., Дудницын Ю. П., Ивлев Б. М., Шварцбурд С.И. Алгебра и начала математического анализа. – М.:2008. – 384 с.

УДК 519.17
ГРНТИ 27.45.17

ГРАФЫ И МЕТРО

Нестеров Н. А.

Научный руководитель: Чибисова Т.А.

МБОУ Лицей №39, г. Озёрск, Челябинская область

nikita-nesterov05@mail.ru

В данной статье рассматривается применимость теории графов к метрополитену, на примере Санкт-Петербургского метро. Показан способ нахождения маршрутов определенной длины между станциями. Проанализированы полученные результаты.